

1. 다음 중 이차방정식인 것은?

① $x^2 + 2x + 1 = x^2 - 1$

② $x^2 + 3 = (x - 1)^2$

③ $(x - 1)(x + 2) = 4x$

④ $x^3 - x^2 + 2x = 0$

⑤ $2x - 5 = 0$

해설

③ $x^2 - 3x - 2 = 0$

④ 3 차방정식

2. 다음 [] 안의 수가 주어진 방정식의 근이 되는 것을 모두 고르면?
(정답 2 개)

① $2x^2 = 10$ [$-\sqrt{5}$]

② $2x^2 - 3x - 1 = 0$ [1]

③ $x^2 - 3x + 2 = 0$ [2]

④ $x^2 + 2x + 3 = 0$ [-3]

⑤ $x^2 - 10x + 24 = 0$ [-4]

해설

[] 안의 수를 방정식에 대입하여 성립하는 것을 고른다.

① $2x^2 = 10$ 에 $x = -\sqrt{5}$ 를 대입하면

$2 \times (-\sqrt{5})^2 = 10$ 이 되어 성립한다.

③ $x^2 - 3x + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면

$2^2 - 3 \times 2 + 2 = 0$ 이 되어 성립한다.

3. -1 은 이차방정식 $x^2 + ax + 1 = 0$ 과 $2x^2 - 3x + b = 0$ 의 공통인해이다. 이 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 25

② 27

③ 29

④ 31

⑤ 33

해설

각 이차방정식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$(-1)^2 - a + 1 = 0, \quad a = 2$$

$$2 \times (-1)^2 + 3 + b = 0 \quad b = -5$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 2^2 + (-5)^2 = 29$$

4. 이차방정식 $x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 근이 $x = A \pm \sqrt{B}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x^2 - 4x - 1 = 0$ 에서

$$x = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$A = 2, B = 5,$$

$$\therefore A + B = 7$$

5. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동한 식이 $y = a(x + p)^2 + q$ 일 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은?

- ① 30 ② 20 ③ 10 ④ -6 ⑤ -5

해설

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면 $y = -2(x - 3)^2 - 5$ 이고, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -2(-x - 3)^2 - 5 = -2(x + 3)^2 - 5$ 이다.

$$\therefore a = -2, p = 3, q = -5$$

$$\therefore apq = (-2) \times 3 \times (-5) = 30$$

6. 이차함수 $y = -2x^2 - 6ax - \frac{43}{3}$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = 3$ 이고, 최댓값이 b 일 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{5}{3}$

④ $\frac{5}{4}$

⑤ $\frac{3}{4}$

해설

축의 방정식이 $x = 3$ 이고 최댓값이 b 이므로

$$\begin{aligned}y &= -2(x-3)^2 + b \\&= -2(x^2 - 6x + 9) + b \\&= -2x^2 - 6ax - \frac{43}{3}\end{aligned}$$

$$y = -2x^2 + 12x + b - 18 = -2x^2 - 6ax - \frac{43}{3} \text{ 에서}$$

$$a = -2, b = \frac{11}{3}$$

$$\therefore a + b = \frac{5}{3}$$

7. x^2 의 계수가 1인 어떤 이차방정식을 x 의 계수를 잘못 보고 풀었더니 해가 1, 5이었고, 상수항을 잘못 보고 풀었더니 해가 -2, -4이었다. 이 방정식의 옳은 근은?

① 2, 5

② 2, -5

③ 1, 5

④ 1, 2

⑤ -1, -5

해설

원래 이차방정식을 $x^2 + ax + b = 0$ 이라 하면

$$b = 1 \times 5 = 5, -a = -2 + (-4) = -6, a = 6$$

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

해설

$$(x - 1)(x - 5) = 0, x^2 - 6x + 5 = 0$$

일차항의 계수를 잘못 보았으므로 상수항은 5

$$(x + 2)(x + 4) = 0, x^2 + 6x + 8 = 0$$

상수항을 잘못 보았으므로 x 의 계수는 6

$$\text{따라서 } x^2 + 6x + 5 = 0, (x + 1)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = -5$$

8. 자연수 1에서 n 까지의 합은 $\frac{n(n+1)}{2}$ 이다. 자연수 5부터 n 까지의 합이 200일 때, n 의 값은?

① 15

② 17

③ 19

④ 20

⑤ 21

해설

$$(5 + 6 + 7 + \cdots + n) = (1 + 2 + \cdots + n) - (1 + 2 + 3 + 4)$$

$$\frac{n(n+1)}{2} - 10 = 200 \text{ 이므로}$$

$$n(n+1) = 210$$

$$n^2 + n - 420 = 0$$

$$(n-20)(n+21) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 20 \text{ 이다.}$$

9. 12월 중 3일 동안 눈이 왔는데 눈이 오기 시작하는 날의 날짜의 제곱은 나머지 2일의 날짜의 합과 같다. 눈이 오기 시작하는 날의 날짜는?

- ① 12월 3일 ② 12월 4일 ③ 12월 5일
④ 12월 6일 ⑤ 12월 7일

해설

눈이 내린 날의 날짜를 $x-1$, x , $x+1$ 이라고 하면

$$(x-1)^2 = x + (x+1)$$

$$x^2 - 2x + 1 = 2x + 1$$

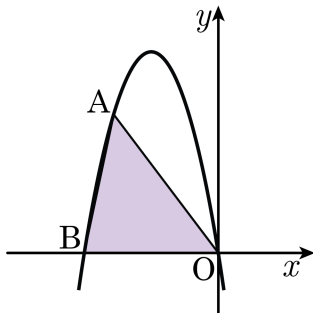
$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4 \text{ (일)}$$

따라서 눈이 오기 시작한 날짜는 12월 3일이다.

10. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



① 18

② 27

③ 36

④ 45

⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점

$(0, 0)$, $(-6, 0)$ 을 지나므로,

$$0 = c, 0 = -36 - 6b$$

$$b = -6, c = 0$$

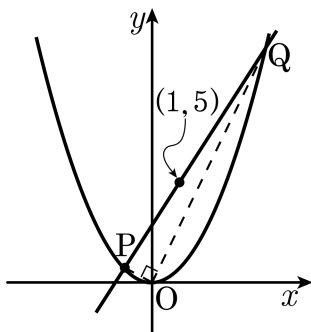
$$y = -x^2 - 6x = -(x + 3)^2 + 9$$

$\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 $\overline{OB}$ 라고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의 넓이가 최대가 된다.

즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$ 이므로

$$\triangle OAB \text{의 넓이} = \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$$

11. 다음 그림과 같이 점 $(1, 5)$ 를 지나는 직선이 포물선 $y = x^2$ 과 원점이 아닌 두 점 P, Q에서 만난다. $\angle POQ = 90^\circ$ 일 때, 직선 PQ의 방정식은?



① $y = x + 4$

② $y = 2x + 3$

③ $y = 3x + 2$

④ $y = 4x + 1$

⑤ $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$

해설

직선 PQ의 기울기를 a 라 하면 점 $(1, 5)$ 를 지나므로 $y - 5 = a(x - 1)$

$$\therefore y = ax - a + 5$$

$y = x^2$, $y = ax - a + 5$ 의 교점의 x 좌표를 α , β 라 할 때,

α , β 는 방정식 $x^2 = ax - a + 5$, 즉 $x^2 - ax + a - 5 = 0 \cdots \cdots \textcircled{7}$ 의 근이다.

점 P (α, α^2) , Q (β, β^2) 이고, 직선 PO와 QO의 기울기는 각각

$$\frac{\alpha^2}{\alpha} = \alpha, \frac{\beta^2}{\beta} = \beta \text{이고,}$$

$$\overline{PO} \perp \overline{QO} \text{이므로 } \alpha\beta = -1 \cdots \cdots \textcircled{8}$$

$\textcircled{7}$, $\textcircled{8}$ 에 의하여 $a - 5 = -1$ ($\because$ 근과 계수관계)

$$\therefore a = 4$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y = 4x + 1$

12. 이차함수 $y = -x^2 - 2x + p$ 의 그래프에서 x 축과의 두 교점을 A, B 라 하자. $\overline{AB} = 4$ 일 때, 꼭짓점의 x 좌표는?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$y = -x^2 - 2x + p = -(x+1)^2 + p + 1$$

축의 방정식이 $x = -1$ 이고 $\overline{AB} = 4$ 이므로

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$B(1, 0) \text{ 을 } y = -x^2 - 2x + p \text{ 에 대입하면 } -1^2 - 2 + p = 0, \therefore p = 3$$

$$\therefore y = -(x+1)^2 + 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 4)$ 이므로 꼭짓점의 x 좌표는 -1 이다.

13. 다음 보기 중 이차함수에 대한 설명이 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 는 $x = b$ 를 축으로 하고 점 $(0, a)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.
- ㉡ $y = ax^2 + bx + c(a \neq 0)$ 에서 $|a|$ 의 값이 같으면 폭도 같다.
- ㉢ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 좁아진다.
- ㉣ $y = -x^2$ 에서 $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면 y 값도 증가한다.
- ㉤ $y = ax^2$ 과 $y = -ax^2$ 의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

① ㉠, ㉡, ㉠

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉣

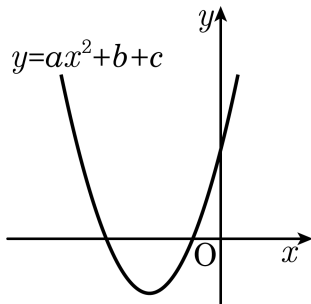
⑤ ㉡, ㉣, ㉤

해설

㉠ $y = ax^2 + b(a \neq 0)$ 은 $x = 0$ 을 축으로 하고 점 $(0, b)$ 를 꼭짓점으로 하는 포물선이다.

㉢ $y = ax^2$ 에서 $a < 0$ 일 때, a 가 커지면 폭이 넓어진다.
따라서 옳은 것은 ㉡, ㉣, ㉤이다.

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?



① $a + b + c > 0$

② $a < 0$

③ $b > 0$

④ $c < 0$

⑤ $a - b + c < 0$

해설

아래로 볼록이므로 $a > 0$

축의 방정식 $x = -\frac{b}{2a} < 0$ 이므로 $b > 0$

y 절편이 양수이므로 $c > 0$

한편 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 라 하면

① $f(1) = a + b + c > 0$

⑤ $f(-1) = a - b + c$: 판단할 수 없다.

15. 지면으로부터 20 m 높이의 옥상에서 초속 20 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, 관계식 $h = 20t - t^2 + 20$ 이 성립한다. 높이가 가장 높을 때는 던진 후 몇 초 후인가?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}h &= 20t - t^2 + 20 \\&= -(t^2 - 20t) + 20 \\&= -(t - 10)^2 + 120\end{aligned}$$

따라서 $t = 10$ 일 때 최댓값 120 를 가진다.