

1. 둘레의 길이가 18m , 넓이가 20m^2 인 직사각형의 가로 길이 x 를 구하는 방정식은?

① $x^2 - 9x + 20 = 0$

② $x^2 + 9x + 20 = 0$

③ $x^2 - 18x + 20 = 0$

④ $x^2 + 18x + 20 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 18 = 0$

해설

가로의 길이가 $x\text{cm}$ 이면 세로의 길이는 $(9 - x)\text{cm}$ 따라서 직사각형의 넓이는 $x(9 - x) = 20$ 이다.

$$\therefore x^2 - 9x + 20 = 0$$

2. 포물선 $y = -3x^2 - 4$ 의 그래프와 평행이동에 의하여 완전히 포개어지는 것은?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3(x - 1)^2$

③ $y = 3x^2 - 3$

④ $y = 2(x - 1)^2 - 3$

⑤ $y = 3x^2$

해설

이차항의 계수가 같은 것을 찾는다.

3. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

4. 이차함수 $y = 3x^2 + 6x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = 3x^2 - 12x + 2$ 의 그래프가 되었다. 이 때, pq 의 값은?

① 30

② -15

③ 10

④ -5

⑤ 45

해설

$$y = 3(x^2 + 2x + 1 - 1) - 2 = 3(x + 1)^2 - 5$$

꼭짓점 $(-1, -5)$

$$y = 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 2 = 3(x - 2)^2 - 10$$

꼭짓점 $(2, -10)$

따라서 $p = 3, q = -5$ 이므로

$pq = -15$ 이다.

5. 이차방정식 $x^2 - 6x + (a - 1) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 정수가 되도록 하는 자연수 a 값을 모두 더하면?

① 13

② 14

③ 15

④ 16

⑤ 18

해설

$$x^2 - 6x = -a + 1, x^2 - 6x + 9 = -a + 10, (x - 3)^2 = -a + 10$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{-a + 10}, x = 3 \pm \sqrt{10 - a}$$

두 근이 정수가 되려면 $10 - a$ 가 제곱수가 되어야 하므로

$$10 - a = 9, 4, 1 \text{ 에서 } a = 1, 6, 9$$

따라서 a 값들의 합은 $1 + 6 + 9 = 16$ 이다.

6. $y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

① 16

② 20

③ 26

④ 30

⑤ 36

해설

$y = -3x^2 + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동시킨 그래프는

$y = -3(x - 3)^2 + 12 = -3x^2 + 18x - 15$ 이므로

x 절편은 1과 5, y 절편은 -15

\therefore (삼각형의 넓이) $= \frac{1}{2} \times 4 \times 15 = 30$

7. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?

① 원점

② 제1 사분면

③ 제2 사분면

④ 제3 사분면

⑤ 제4 사분면

해설

$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

$$\therefore \text{꼭짓점의 좌표는 } \left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$$

$$\text{그런데 } b < 0, c > 0 \text{ 이므로 } -\frac{b}{4} > 0, \frac{b^2 + 8c}{8} > 0$$

\therefore 제 1 사분면

8. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

① 21

② 35

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

9. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

㉠ - ㉡ 하면

$$(a + 2)\alpha + (a + 2) = 0, (a + 2)(\alpha + 1) = 0$$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 ㉠에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

10. 이차방정식 $\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양의 근을 α 라고 할 때, $\alpha^2 + 4\alpha$ 의 값은?

① $24 + 5\sqrt{21}$

② $26 + 6\sqrt{23}$

③ $28 + 7\sqrt{26}$

④ $32 + 8\sqrt{23}$

⑤ $34 + 8\sqrt{22}$

해설

$\frac{1}{12}x - \frac{1}{3} = \frac{3}{2x}$ 의 양변에 $12x$ 를 곱하면

$$x^2 - 4x - 18 = 0$$

$$x^2 - 4x + 4 = 18 + 4$$

$$(x - 2)^2 = 22$$

$$\therefore x = 2 \pm \sqrt{22}$$

α 는 양의 근이므로 $\alpha = 2 + \sqrt{22}$

$$\therefore \alpha^2 + 4\alpha = 34 + 8\sqrt{22}$$

11. $\frac{7}{3 + \sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k - m$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3 + \sqrt{2}} = \frac{7(3 - \sqrt{2})}{7} = 3 - \sqrt{2} = 1. \times \times \times$$

$$\therefore a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$$

$2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}$ 가 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 근이므로

$$\frac{k}{a} = 4, -\frac{m}{a} = 2$$

$$\therefore k = 4, m = -2$$

$$\therefore k - m = 4 - (-2) = 6$$

12. 밑변의 길이가 20cm, 높이가 16cm 인 삼각형에서 밑변의 길이는 매초 2cm 씩 늘어나고, 높이는 매초 1cm 씩 줄어든다고 할 때, 그 넓이가 처음 삼각형과 같아지는데 걸리는 시간은?

① 2 초

② 3 초

③ 4 초

④ 5 초

⑤ 6 초

해설

$$\frac{1}{2}(20 + 2x)(16 - x) = \frac{1}{2} \times 20 \times 16$$

$$2(10 + x)(16 - x) = 20 \times 16$$

$$(10 + x)(16 - x) = 10 \times 16$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0, 6$$

∴ 6 초 후

13. 이차함수 $y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 직선 $x = -1$ 을 축으로 한다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 7)$ 이다.
- ③ $y = -2x^2 + 4x + 7$ 의 그래프와 y 축에 대하여 대칭이다.
- ④ x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$ 이다.

해설

$y = -2x^2 - ax + 7$ 의 그래프가 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 1$ 을 대입하면,

$$-2 - a + 7 = 1 \therefore a = 4$$

따라서 포물선의 식은 $y = -2x^2 - 4x + 7 = -2(x + 1)^2 + 9$

- ① 축의 식은 $x = -1$
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 9)$
- ③ y 축에 대칭인 그래프는 x 대신 $-x$ 를 대입하면 $y = -2x^2 + 4x + 7$
- ④ 그래프의 개형(대략적인 모양)을 그려보면 x 축과 두 점에서 만난다.
- ⑤ y 절편은 7 이고 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 7)$

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 에서 최댓값 3 을 갖고 제2사분면을 지나지 않는다고 할 때, a 의 값의 범위는?

① $a \geq -\frac{3}{4}$

② $a \leq -\frac{3}{4}$

③ $a \leq \frac{3}{4}$

④ $a \leq 3$

⑤ $a \geq -3$

해설

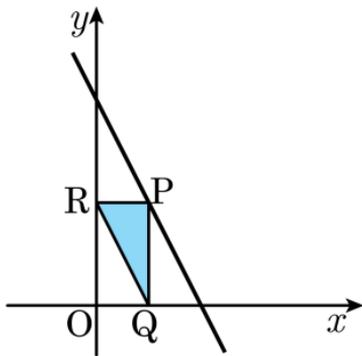
$$y = a(x - 2)^2 + 3(a < 0)$$

$$y = ax^2 - 4ax + 4a + 3$$

$$(y\text{절편}) \leq 0, 4a + 3 \leq 0$$

$$\therefore a \leq -\frac{3}{4}$$

15. 다음 그림과 같이 직선 $y = -2x + 6$ 위의 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, $\triangle PRQ$ 의 넓이의 최댓값을 구하면? (단, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이다.)



① $\frac{9}{4}$

② $\frac{7}{4}$

③ $\frac{5}{4}$

④ $\frac{9}{2}$

⑤ $\frac{7}{2}$

해설

점 P 의 x 좌표를 a 라 하면

$$P(a, -2a + 6), Q(a, 0), R(0, -2a + 6)$$

$\triangle PRQ$ 의 넓이를 y 라 하면

$$y = \frac{1}{2}a(-2a + 6)$$

$$= -a^2 + 3a$$

$$= -\left(a^2 - 3a + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right)$$

$$= -\left(a - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{9}{4}$$

$$a = \frac{3}{2} \text{ 일 때 최댓값 } \frac{9}{4}$$