1. 연립부등식 $\begin{cases} 5-x>1 \\ x+3<2x \end{cases}$ 를 풀어라.

▶ 답:

▷ 정답: $3<x<4$

해설

$\begin{cases} 5-x>1 \\ x+3<2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x>-4 \\ -x<-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<4 \\ x>3 \end{cases}$

$\therefore\ 3<x<4$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3 개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$2x+7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.
$a \leq x \leq 7$ 을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a-3 \end{cases}$

해가 없으므로 $a-3 \leq 2$

$\therefore\ a \leq 5$

a 의 최댓값은 5 이다.

4. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\frac{a-7}{2}$ 또는 $x>\frac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\frac{a-7}{2}=-1$, $\frac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5$, $b=6$

$\therefore a+b=11$

5. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$의 해가 $a < x < b$일 때, $b - a$의 값은?

① 6　　② 7　　③ 8　　④ 9　　⑤ 10

해설

$x^2 - 2x - 8 < 0$ 에서 $(x-4)(x+2) < 0$

$\therefore -2 < x < 4$

$b - a = 6$

6. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x-4>0 \\ 2x^2-3x+1>0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x>2$

해설

부등식 $2x-4>0$에서

$x>2$ ⋯⋯①

부등식 $2x^2-3x+1>0$에서

$(2x-1)(x-1)>0$

$\therefore x>1$ 또는 $x<\frac{1}{2}$ ⋯⋯②

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x의 값이므로

$\therefore x>2$

7. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$A(-3, 5)$, $B(6, -13)$

▶ 답 :

▷ 정답 : $9\sqrt{5}$

해설

$\overline{AB} = \sqrt{(6+3)^2+(-13-5)^2} = \sqrt{405} = 9\sqrt{5}$

8. 두 점 $A(1, 4)$, $B(3, 2)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 x좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

점 P의 좌표를 $(x\ , 0)$이라 하면,
$(\because\ x$축 위의 점은 $y = 0)$
$\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{BP}}$ 이므로
$\sqrt{(x-1)^2 + 4^2} = \sqrt{(x-3)^2 + 2^2}$
양변을 제곱하여 x 의 값을 구하면
$x^2 - 2x + 1 + 16 = x^2 - 6x + 9 + 4 \therefore\ x = -1$
그러므로 구하는 점 P 의 좌표는 $(-1, 0)$

9. 세 점 A$(a, 4)$, B$(1, b)$, C$(3, 1)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle$ABC의 무게중심의 좌표가 G$(2, 1)$일 때, ab의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ 3 ⑤ 4

해설

무게중심의 좌표가 G$(2, 1)$이므로

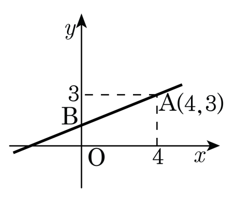
$\frac{a+1+3}{3}=2$, $\frac{4+b+1}{3}=1$

$a+4=6$ $\quad\therefore a=2$

$b+5=3$ $\quad\therefore b=-2$

$\therefore ab=2\times(-2)=-4$

10. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이고, 점 A(4, 3) 을 지나는 직선이 y 축과 만나는 점을 B(0, k) 라 할 때, 상수 k 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 1$

해설

두 점 A, B 를 지나는 직선의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

(기울기)$= \frac{3-k}{4-0} = \frac{1}{2}$

따라서 $k = 1$

11. 두 점 A$(1,\ -4)$, B$(3,\ 2)$를 지나는 직선과 수직인 직선의 기울기는?

① -3 ② $-\frac{1}{3}$ ③ -1 ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 3

해설

직선 AB의 기울기는 $\frac{2-(-4)}{3-1}=3$이므로
수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{3}$이다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y - a^2 + 4 = 0 \\ (a+1)x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 실수 a의 값은?

① -3 ② -1

③ 1 ④ 3

⑤ 존재하지 않는다

해설

주어진 연립방정식의 해가
무수히 많기 위해서는 두 직선
$\dfrac{a+1}{2} = \dfrac{2}{1} = \dfrac{-10}{-a^2+4}$
$\therefore\ a = 3$

13. 두 직선 $ax+y+1=0$, $4x+by-1=0$이 서로 평행일 때, ab의 값은?

① -4　② -3　③ -1　④ 3　⑤ 4

해설

$ax+y+1=0 \cdots$ ㉠
$4x+by-1=0 \cdots$ ㉡
㉠ // ㉡ : $\dfrac{a}{4}=\dfrac{1}{b}\neq\dfrac{1}{-1}$
$\Rightarrow ab=4$

14. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x-2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은$(x-2)(x^2 + x + 3) = 0$

$\therefore x = 2$, $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

두 허근의 합은 -1

15. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$에서
$x^2 = t$로 놓으면
$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$
$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$
(ⅰ) $t = 4$일 때, $x^2 = 4$
$\therefore\ x = \pm 2$
(ⅱ) $t = 9$일 때, $x^2 = 9$
$\therefore\ x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

16. 삼차방정식 $x^3+x^2+ax+b=0$의 두 근이 -3, $1-\sqrt{2}$일 때, 유리수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① -10　② -5　③ 0　④ 5　⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$이다.
따라서, 근과 계수의 관계에 의하여
$a=(1-\sqrt{2})\left(1+\sqrt{2}\right)+(-3)\left(1-\sqrt{2}\right)+(-3)\left(1+\sqrt{2}\right)=-7$
$b=-\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)(-3)=-3$
$\therefore\ a+b=-10$

17. $\begin{cases} x - y = 1 \\ x^2 + y^2 = 5 \end{cases}$ 에서 xy의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\begin{cases} x - y = 1 & \cdots ㉠ \\ x^2 + y^2 = 5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x = y + 1$을 ㉡에 대입하면,

$(y + 1)^2 + y^2 = 5$

$y^2 + y - 2 = 0$

$(y + 2)(y - 1) = 0$

$\therefore\ y = -2$ 또는 $y = 1$

$y = -2$를 ㉠에 대입하면 $x = -1$

$y = 1$을 ㉡에 대입하면 $x = 2$

$\therefore\ xy = 2$

18. 모든 실수 x에 대하여 $x^2-2mx-m \geq 0$을 만족하는 실수 m의 범위는 $a \leq m \leq b$이다. $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=-1$

해설

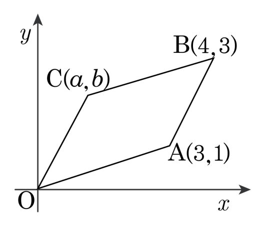
$x^2-2mx-m \geq 0$이
항상 성립하려면 판별식 $D \leq 0$

$\frac{D}{4}=m^2+m \leq 0$

$m(m+1) \leq 0$, $-1 \leq m \leq 0$

$\therefore\ a+b=(-1)+0=-1$

19. 다음 그림과 같이 네 점 A(3, 1), B(4, 3), C(a, b), O(0, 0)을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 OABC에서 $a+b$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 OABC에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$\left(2, \frac{3}{2}\right) = \left(\frac{a+3}{2}, \frac{b+1}{2}\right)$

$\frac{a+3}{2} = 2$에서 $a = 1$

$\frac{b+1}{2} = \frac{3}{2}$ 에서 $b = 2$

$\therefore a + b = 3$

20. 방정식 $x^3 - ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

실수 계수의 방정식에서 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 이들을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 이다. 따라서 $x^3 - ax^2 + bx - 4$ 는 $x^2 - 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다. 실제로 나누어 나머지를 구하면$(b - 2a + 2)x + (-8 + 2a)$ 이다.

$\therefore$ $b - 2a + 2 = 0$ 과 $-8 + 2a = 0$ 에서 $a = 4$, $b = 6$이다.

$\therefore a + b = 4 + 6 = 10$

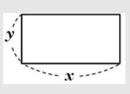
21. 가로의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를
각각 $x$cm, $y$cm 라 하면



$x = y + 5 \quad \cdots\cdots$ ㉠
또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x+y)$ 이므로
$2(x+y) = 34$ 즉, $x + y = 17 \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$y + 5 + y = 17$, $2y = 12$
$\therefore\ y = 6$
$y = 6$ 을 ㉠에 대입하면 $x = 11$
$\therefore\ xy = 11 \times 6 = 66$

22. 방정식 $x^2+2x+1+y^2-4y+4=0$을 만족하는 두 실수 x, y의 합 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x^2+2x+1+y^2-4y+4=0$ 에서

$(x+1)^2+(y-2)^2=0$

x, y는 실수이므로 $x=-1$, $y=2$

$\therefore\ x+y=-1+2=1$

23. 이차방정식 $x^2-(2k+4)x+2k^2+9=0$이 실근을 갖도록 k의 값 또는 범위를 정하면?

① $k<2$

② $k\le 2$

③ $k=2$를 제외한 모든 실수

④ $-4\le k\le 5$

⑤ k의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로
$(k+2)^2-(2k^2+9)\ge 0$
$k^2-4k+5\le 0$
그런데 $k^2-4k+5=(k-2)^2+1>0$
$\therefore$ k의 값은 존재하지 않는다

24. x에 관한 이차방정식 $x^2+(a^2-5a-6)x-a+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a의 값을 모두 더하면?

① 15　② 17　③ 19　④ 20　⑤ 21

해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) < 0
양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로
(두 근의 곱) < 0이므로
$-a+1<0 \quad \therefore a>1 \cdots$ ①
(두 근의 합) ≥ 0이므로
$-(a^2-5a-6) \geq 0$
$a^2-5a-6 \leq 0$
$(a-6)(a+1) \leq 0$
$\therefore -1 \leq a \leq 6 \cdots$ ②
①, ②에서 $a = 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$
$\therefore\ 2+3+4+5+6=20$

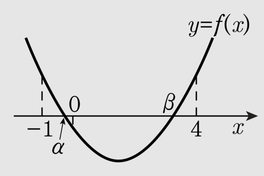
25. 이차방정식 $x^2-4kx+k^2-1=0$의 해를 α,β라 할 때, $-1<\alpha<0<\beta<4$를 만족시키는 실수 k의 값의 범위는?

① $-1\le k<1$ ② $-1<k<1$ ③ $-1<k<5$

④ $0<k<1$ ⑤ $0<k<5$

해설

$f(x)=x^2-4kx+k^2-1$ 이라 하면
$f(x)=0$ 의 근 α,β 가
$-1<\alpha<0<\beta<4$ 를 만족시키므로
$y=f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



(i) $f(-1)>0$ 에서 $k^2+4k>0$
$\therefore k<-4$ 또는 $k>0\cdots$ ㉠
(ii) $f(0)<0$ 에서 $k^2-1<0$
$\therefore -1<k<1\cdots$ ㉡
(iii) $f(4)>0$ 에서 $k^2-16k+15>0$
$\therefore k<1$ 또는 $k>15\cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢의 공통 범위를 구하면
$0<k<1$