1. 연립부등식 $\begin{cases} 5-x>1 \\ x+3<2x \end{cases}$ 를 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $3<x<4$

해설

$\begin{cases} 5-x>1 \\ x+3<2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x>-4 \\ -x<-3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x<4 \\ x>3 \end{cases}$

$\therefore\ 3<x<4$

2. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3 개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$2x+7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.

$a \leq x \leq 7$을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

3. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases}$ 의 해가 없을때, a 의 값이 될 수 있는 가장 큰 수를 구하여라.

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$\begin{cases} 3x-1 \geq x+3 \\ x+3 < a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < a-3 \end{cases}$

해가 없으므로 $a-3 \leq 2$

$\therefore\ a \leq 5$

a 의 최댓값은 5 이다.

4. 부등식 $|2x-a|>7$의 해가 $x<-1$ 또는 $x>b$일 때, 상수 a, b의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$|2x-a|>7$에서

$2x-a<-7$ 또는 $2x-a>7$

$\therefore x<\dfrac{a-7}{2}$ 또는 $x>\dfrac{a+7}{2}$

그런데 주어진 부등식의 해가

$x<-1$ 또는 $x>b$이므로

$\dfrac{a-7}{2}=-1,\ \dfrac{a+7}{2}=b$

$\therefore a=5,\ b=6$

$\therefore a+b=11$

5. 이차부등식 $x^2 - 2x - 8 < 0$의 해가 $a < x < b$일 때, $b - a$의 값은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x^2 - 2x - 8 < 0$ 에서 $(x-4)(x+2) < 0$

$\therefore -2 < x < 4$

$b - a = 6$

6. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 4 > 0 \\ 2x^2 - 3x + 1 > 0 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

부등식 $2x - 4 > 0$ 에서

$x > 2 \cdots\cdots ①$

부등식 $2x^2 - 3x + 1 > 0$ 에서

$(2x - 1)(x - 1) > 0$

$\therefore x > 1$ 또는 $x < \frac{1}{2} \cdots\cdots ②$

따라서, 구하는 해는 ①과 ②를

동시에 만족하는 x의 값이므로

$\therefore x > 2$

7. 다음 두 점 사이의 거리를 구하여라.

$$\mathrm{A}(-3, 5),\ \mathrm{B}(6, -13)$$

▶ **답 :**

▷ **정답 :** $9\sqrt{5}$

해설

$$\overline{\mathrm{AB}} = \sqrt{(6+3)^2 + (-13-5)^2} = \sqrt{405} = 9\sqrt{5}$$

8. 두 점 $A(1,4)$, $B(3,2)$에서 같은 거리에 있는 x축 위의 점 P의 x좌표를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

점 P의 좌표를 $(x\ ,\ 0)$이라 하면,
$(\because\ x$축 위의 점은 $y=0)$
$\overline{\mathrm{AP}}=\overline{\mathrm{BP}}$ 이므로
$\sqrt{(x-1)^2+4^2}=\sqrt{(x-3)^2+2^2}$
양변을 제곱하여 x 의 값을 구하면
$x^2-2x+1+16=x^2-6x+9+4 \therefore\ x=-1$
그러므로 구하는 점 P 의 좌표는 $(-1,\ 0)$

9. 세 점 $\mathrm{A}(a, 4)$, $\mathrm{B}(1, b)$, $\mathrm{C}(3, 1)$을 꼭짓점으로 하는 $\triangle\mathrm{ABC}$의 무게중심의 좌표가 $\mathrm{G}(2, 1)$일 때, ab의 값은?

① -4　　② -3　　③ -2　　④ 3　　⑤ 4

해설

무게중심의 좌표가 $\mathrm{G}(2, 1)$이므로

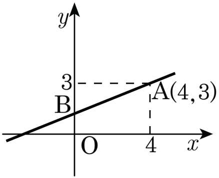
$$\frac{a+1+3}{3}=2,\ \frac{4+b+1}{3}=1$$

$a+4=6 \quad \therefore a=2$

$b+5=3 \quad \therefore b=-2$

$\therefore ab=2\times(-2)=-4$

10. 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이고, 점 A(4, 3) 을 지나는 직선이 y 축과 만나는 점을 B(0, k) 라 할 때, 상수 k 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 1$

해설

두 점 A, B 를 지나는 직선의 기울기가 $\frac{1}{2}$ 이므로

(기울기)$= \dfrac{3-k}{4-0} = \dfrac{1}{2}$

따라서 $k = 1$

11. 두 점 A$(1,\ -4)$, B$(3,\ 2)$를 지나는 직선과 수직인 직선의 기울기는?

① -3　　② $-\frac{1}{3}$　　③ -1　　④ $\frac{1}{3}$　　⑤ 3

해설

직선 AB의 기울기는 $\frac{2-(-4)}{3-1}=3$이므로

수직인 직선의 기울기는 $-\frac{1}{3}$이다.

12. 연립방정식 $\begin{cases} 2x + y - a^2 + 4 = 0 \\ (a+1)x + 2y - 10 = 0 \end{cases}$ 의 해가 무수히 많을 때, 실수 a의 값은?

① -3 ② -1

③ 1 ④ 3

⑤ 존재하지 않는다

해설

주어진 연립방정식의 해가
무수히 많기 위해서는 두 직선
$$\frac{a+1}{2} = \frac{2}{1} = \frac{-10}{-a^2+4}$$
$\therefore\ a = 3$

13. 두 직선 $ax+y+1=0$, $4x+by-1=0$이 서로 평행일 때, ab의 값은?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$ax+y+1=0 \cdots$ ㉠

$4x+by-1=0 \cdots$ ㉡

㉠ // ㉡ : $\dfrac{a}{4}=\dfrac{1}{b}\neq\dfrac{1}{-1}$

$\Rightarrow ab=4$

14. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

$$\begin{array}{c|cccc} 2 & 1 & -1 & 1 & -6 \\ & & 2 & 2 & 6 \\ \hline & 1 & 1 & 3 & \boxed{0} \end{array}$$

위의 조립제법에서 $f(x) = (x-2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은$(x-2)(x^2 + x + 3) = 0$

$\therefore x = 2 \text{ , } x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$

두 허근의 합은 -1

15. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$에서

$x^2 = t$로 놓으면

$t^2 - 13t + 36 = 0$, $(t-4)(t-9) = 0$

$\therefore\ t = 4$ 또는 $t = 9$

(i) $t = 4$일 때, $x^2 = 4$

$\therefore\ x = \pm 2$

(ii) $t = 9$일 때, $x^2 = 9$

$\therefore\ x = \pm 3$

따라서 모든 해의 합은

$(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

16. 삼차방정식 $x^3+x^2+ax+b=0$의 두 근이 $-3,\ 1-\sqrt{2}$일 때, 유리수 $a,\ b$의 합 $a+b$의 값은?

① -10　② -5　③ 0　④ 5　⑤ 10

해설

계수가 실수인 삼차방정식의 한 근이 $1-\sqrt{2}$이므로 다른 한 근은 $1+\sqrt{2}$이다.

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여

$$a=(1-\sqrt{2})\left(1+\sqrt{2}\right)+(-3)\left(1-\sqrt{2}\right)+(-3)\left(1+\sqrt{2}\right)=-7$$

$$b=-\left(1-\sqrt{2}\right)\left(1+\sqrt{2}\right)(-3)=-3$$

$\therefore\ a+b=-10$

17. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$\begin{cases} x-y=1 & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=5 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠에서 $x=y+1$을 ㉡에 대입하면,

$(y+1)^2+y^2=5$

$y^2+y-2=0$

$(y+2)(y-1)=0$

$\therefore\ y=-2$ 또는 $y=1$

$y=-2$를 ㉠에 대입하면 $x=-1$

$y=1$을 ㉡에 대입하면 $x=2$

$\therefore\ xy=2$

18. 모든 실수 x에 대하여 $x^2-2mx-m \geq 0$을 만족하는 실수 m의 범위는 $a \leq m \leq b$이다. $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=-1$

해설

$x^2-2mx-m \geq 0$이

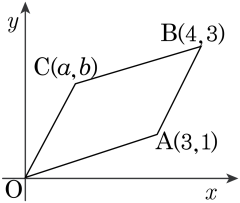
항상 성립하려면 판별시 $D \leq 0$

$$\frac{D}{4}=m^2+m \leq 0$$

$m(m+1) \leq 0$, $-1 \leq m \leq 0$

$\therefore\ a+b=(-1)+0=-1$

19. 다음 그림과 같이 네 점 $\mathrm{A}(3,\ 1)$, $\mathrm{B}(4,\ 3)$, $\mathrm{C}(a,\ b)$, $\mathrm{O}(0,\ 0)$을 꼭짓점으로 하는 평행사변형 OABC에서 $a+b$의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

평행사변형 OABC에서 두 대각선의 중점은 일치하므로

$$\left(2,\ \frac{3}{2}\right)=\left(\frac{a+3}{2},\ \frac{b+1}{2}\right)$$

$\dfrac{a+3}{2}=2$에서 $a=1$

$\dfrac{b+1}{2}=\dfrac{3}{2}$에서 $b=2$

$\therefore a+b=3$

20. 방정식 $x^3 - ax^2 + bx - 4 = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

실수 계수의 방정식에서 $1 + i$ 가 근이면 $1 - i$ 도 근이다. 이들을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 - 2x + 2 = 0$ 이다. 따라서 $x^3 - ax^2 + bx - 4$ 는 $x^2 - 2x + 2$ 로 나누어 떨어진다. 실제로 나누어 나머지를 구하면$(b - 2a + 2)x + (-8 + 2a)$ 이다.

$\therefore\ b - 2a + 2 = 0$ 과 $-8 + 2a = 0$ 에서 $a = 4,\ b = 6$ 이다.

$\therefore a + b = 4 + 6 = 10$

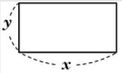
21. 가로의 길이가 세로의 길이보다 5 cm 더 긴 직사각형이 있다. 둘레의 길이가 34 cm 일 때, 이 직사각형의 가로의 길이와 세로의 길이의 곱을 구하여라.(단, 단위 생략)

▶ 답 :

▷ 정답 : 66

해설

직사각형의 가로, 세로의 길이를
각각 $x$cm, $y$cm 라 하면



$x = y + 5 \quad \cdots\cdots$ ㉠
또, 이 직사각형의 둘레는 $2(x + y)$ 이므로
$2(x + y) = 34$ 즉, $x + y = 17 \quad \cdots\cdots$ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$y + 5 + y = 17$, $2y = 12$
$\therefore \ y = 6$
$y = 6$을 ㉠에 대입하면 $x = 11$
$\therefore \ xy = 11 \times 6 = 66$

22. 방정식 $x^2+2x+1+y^2-4y+4=0$을 만족하는 두 실수 $x,\ y$의 합 $x+y$의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 1

해설

$x^2+2x+1+y^2-4x+4=0$ 에서

$(x+1)^2+(y-2)^2=0$

$x,\ y$는 실수이므로 $x=-1,\ y=2$

$\therefore\ x+y=-1+2=1$

23. 이차방정식 $x^2-(2k+4)x+2k^2+9=0$이 실근을 갖도록 k의 값 또는 범위를 정하면?

① $k<2$

② $k \le 2$

③ $k=2$를 제외한 모든 실수

④ $-4 \le k \le 5$

⑤ k의 값은 존재하지 않는다.

해설

실근을 가지려면 판별식이 0보다 크거나 같아야 하므로

$(k+2)^2-(2k^2+9) \ge 0$

$k^2-4k+5 \le 0$

그런데 $k^2-4k+5=(k-2)^2+1>0$

$\therefore$ k의 값은 존재하지 않는다

24. x에 관한 이차방정식 $x^2+(a^2-5a-6)x-a+1=0$이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수 a의 값을 모두 더하면?

① 15 ② 17 ③ 19 ④ 20 ⑤ 21

해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱) < 0

양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로

(두 근의 곱) < 0이므로

$-a+1<0 \quad \therefore a>1 \cdots$ ①

(두 근의 합) ≥ 0이므로

$-(a^2-5a-6) \geq 0$

$a^2-5a-6 \leq 0$

$(a-6)(a+1) \leq 0$

$\therefore -1 \leq a \leq 6 \cdots$ ②

①, ②에서 $a=2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6$

$\therefore\ 2+3+4+5+6=20$

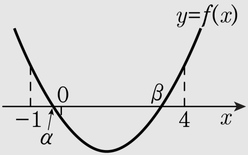
25. 이차방정식 $x^2 - 4kx + k^2 - 1 = 0$의 해를 α, β라 할 때, $-1 < \alpha < 0 < \beta < 4$를 만족시키는 실수 k의 값의 범위는?

① $-1 \le k < 1$　　② $-1 < k < 1$　　③ $-1 < k < 5$

④ $0 < k < 1$　　⑤ $0 < k < 5$

해설

$f(x) = x^2 - 4kx + k^2 - 1$ 이라 하면
$f(x) = 0$ 의 근 α, β 가
$-1 < \alpha < 0 < \beta < 4$ 를 만족시키므로
$y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같다.



(i) $f(-1) > 0$ 에서 $k^2 + 4k > 0$
$\therefore k < -4$ 또는 $k > 0 \cdots$ ㉠
(ii) $f(0) < 0$ 에서 $k^2 - 1 < 0$
$\therefore -1 < k < 1 \cdots$ ㉡
(iii) $f(4) > 0$ 에서 $k^2 - 16k + 15 > 0$
$\therefore k < 1$ 또는 $k > 15 \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢의 공통 범위를 구하면
$0 < k < 1$