

1. 이차방정식 $3x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 해가 $\frac{B \pm \sqrt{C}}{A}$ 일 때, $A + B + C$ 의 값을 구하여라. (단, A, B 는 서로소)

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{7^2 - 4 \times 3 \times 1}}{6} = \frac{-7 \pm \sqrt{37}}{6}$$

$A = 6, B = -7, C = 37$ 이므로

$$\therefore A + B + C = 36$$

2. 이차방정식 $2x^2 - x + 4 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $(\alpha + \beta) \times (\alpha\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 에서 두 근을 α, β 라고 할 때, 두 근의 합은 $-\frac{b}{a}$, 두 근의 곱은 $\frac{c}{a}$ 이므로 $\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \alpha\beta = 2$ 이다.

$$\therefore (\alpha + \beta) \times (\alpha\beta) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

3. 이차방정식 $x^2 - 10x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

두 근을 2α , 3α 라고 하면, $2\alpha + 3\alpha = 5\alpha = 10$

$\therefore \alpha = 2$

$2\alpha \times 3\alpha = 6\alpha^2 = k$

$\therefore k = 24$

4. 이차방정식 $2x^2 - 2x + m = 0$ 의 두 근의 차가 3 일 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

한 근을 α 라 하면 다른 한 근은 $\alpha - 3$ 이므로

$$\alpha + \alpha - 3 = 1$$

따라서 $\alpha = 2$ 이다.

$$\alpha(\alpha - 3) = \frac{m}{2} \quad \therefore m = -4$$

5. 이차방정식 $x^2 - 8x + m = 0$ 의 한 근이 다른 근의 3 배일 때, 상수 m 의 값은?

① -24 ② -12 ③ 12 ④ 24 ⑤ 48

해설

이차방정식의 근을 α , 3α 라 하면,

$$\alpha + 3\alpha = 8 \text{ 이므로 } \alpha = 2$$

$$\alpha \times 3\alpha = 3\alpha^2 = m$$

$$\therefore m = 12$$

6. 이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 의 한 근이 p 일 때, $p^2 - \frac{14}{3}p$ 의 값은?

- ① $\frac{5}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ $-\frac{8}{3}$ ④ $-\frac{5}{3}$ ⑤ $-\frac{11}{3}$

해설

이차방정식 $3x^2 - 14x + 8 = 0$ 에 $x = p$ 를 대입하면,

$$3p^2 - 14p + 8 = 0, \quad -8 = 3p^2 - 14p$$

따라서 $p^2 - \frac{14}{3}p = -\frac{8}{3}$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 7x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라고 할 때, $a + \frac{1}{a}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

주어진 식에 x 대신 a 를 대입하면

$$a^2 - 7a + 1 = 0$$

$$a - 7 + \frac{1}{a} = 0$$

$$a + \frac{1}{a} = 7$$

8. 이차방정식 $ax^2 + bx - 7 = 0$ 의 한 근을 p 라고 할 때, $ap^2 + bp + 4$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

주어진 식에 x 대신 p 를 대입하면

$$ap^2 + bp = 7$$

$$ap^2 + bp + 4 = 7 + 4 = 11$$

9. 이차방정식 $x^2 - 3ax + 8a = 0$ 의 한 근이 8 일 때, 다음 중 옳은 것은?

보기

- ㉠ a 의 값은 6 이다.
- ㉡ 다른 한 근을 b 라고 하면, $a + b = 8$ 이다.
- ㉢ 다른 한 근은 음수이다.
- ㉤ 다른 한 근은 $8x - 16 = 0$ 의 근이다.
- ㉥ 주어진 방정식을 $(x + p)^2 = q$ 의 꼴로 나타내면 $p = -6$, $q = 4$ 이다.

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉡, ㉤ ④ ㉢, ㉤ ⑤ ㉢, ㉤

해설

주어진 한 근 $x = 8$ 을 대입하면
 $64 - 24a + 8a = 0$
 $\therefore a = 4$
따라서 주어진 식은 $x^2 - 12x + 32 = 0$
 $(x - 4)(x - 8) = 0$
 $x = 4$ 또는 $x = 8$
㉠ $a = 4$ ㉢ $8 > 0$ ㉤ $8 \times 4 - 16 \neq 0$ 이므로 옳은 것은 ㉡, ㉤이다.

10. 이차방정식 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $3x^2 + 6x + a = 0$ 의 근일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

두근의 합은 2이다.

$x = 2$ 를 $3x^2 + 6x + a = 0$ 에 대입하면

$$3 \times 2^2 + 6 \times 2 + a = 0$$

$$\therefore a = -24$$

$$3x^2 + 6x - 24 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -4$$

11. 이차방정식 $2x + 5 = x^2 + 4x + m$ 이 중근을 갖도록 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = 6$

해설

$2x + 5 = x^2 + 4x + m$ 이 중근을 가지므로

$x^2 + 2x + m - 5 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = 1 - 1 \times (m - 5) = 0 ,$$

$$1 - m + 5 = 0$$

$$\therefore m = 6$$

12. 이차방정식 $3(x+4)^2 - 15 = 0$ 의 근을 $x = a \pm \sqrt{b}$ 라고 할 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -4$

▷ 정답 : $b = 5$

해설

$$3(x+4)^2 - 15 = 0$$

$$3(x+4)^2 = 15, (x+4)^2 = 5$$

$$x+4 = \pm \sqrt{5}, x = -4 \pm \sqrt{5}$$

$$\therefore a = -4, b = 5$$

13. 다음과 같은 이차방정식이 근을 갖지 않도록 하는 상수 m 의 값의 범위는?

$$(2x+5)^2 = \frac{m+6}{4}$$

- ① $m > 3$

② $m < -6$

③ $m = 0$
- ④ $m < 3$

⑤ $m > -6$

해설

$$\frac{m+6}{4} < 0 \text{ 이어야 하므로}$$
$$m+6 < 0$$
$$\therefore m < -6$$

14. 이차방정식 $3(x-1)^2 = p$ 가 중근을 갖기 위한 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

중근을 가지기 위해서는 (완전제곱식)=0 이 되어야 한다.
 $3(x-1)^2 = p$ 에서 좌변이 완전제곱이므로 $p=0$ 임을 쉽게 알 수 있다.

해설

$3(x-1)^2 = p$ 을 전개하여 정리하면
 $3x^2 - 6x + 3 - p = 0$
 $D/4 = 9 - 3(3-p) = 0 \quad \therefore p = 0$

15. 이차방정식 $x^2 - 5x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $\alpha + \beta = 5, \alpha\beta = 5$

$$\begin{aligned}\alpha - \beta &= \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} \\ &= \sqrt{5^2 - 4 \times 5} \\ &= \sqrt{25 - 20} = \sqrt{5}\end{aligned}$$

16. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$ 의 한 근이 $5 + \sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 22$

해설

다른 한 근이 $5 - \sqrt{3}$ 이므로
 $(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3}) = a$ 에서 $a = 22$ 이다.

17. x 에 관한 이차방정식 $2x^2 - ax - b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{5}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 유리수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2x^2 - ax - b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로

$2 - \sqrt{5}$ 가 근이면 $2 + \sqrt{5}$ 도 근이다.

근과 계수의 관계에서

$$\frac{a}{2} = (2 - \sqrt{5}) + (2 + \sqrt{5}), a = 8$$

$$-\frac{b}{2} = (2 - \sqrt{5})(2 + \sqrt{5}), -\frac{b}{2} = -1, b = 2$$

$$\therefore a - b = 6$$

18. 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34 일 때, 두 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

해설

연속한 두 홀수를 x , $x + 2$ 라고 하면

$$(x + 2)^2 + x^2 = 34$$

$$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 34 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x + 5)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 연속한 두 홀수는 $x = 3$ 일 때이므로 두 홀수는 3, 5 이다.

19. 어떤 자연수를 제공해야 할 것을 잘못하여 2 배 하였더니, 제공한 것보다 48 이 작아졌다. 어떤 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

어떤 자연수를 x 라고 하면

$$x^2 = 2x + 48, x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$(x - 8)(x + 6) = 0$$

$$\therefore x = 8 \text{ 또는 } x = -6$$

따라서 x 는 자연수이므로 $x = 8$ 이다.

20. 형의 나이는 동생의 나이보다 4 살 많고, 동생의 나이의 제곱은 형의 나이의 5 배보다 4 살이 많을 때, 동생의 나이는?

① 7살 ② 8살 ③ 9살 ④ 10살 ⑤ 11살

해설

형의 나이를 $x+4$, 동생의 나이를 x 살이라 하면

$$5(x+4)+4=x^2$$

$$x^2-5x-24=0$$

$$(x-8)(x+3)=0$$

$$\therefore x=8 (\because x>0)$$

따라서 동생의 나이는 8살이다.