

1. 다음 이차함수의 그래프를 폭이 좁은 것부터 나열하여라.

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{1}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = -\frac{1}{5}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = x^2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = 3x^2$$

$$\textcircled{\text{㉬}} y = -2x^2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉬

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁다.

2. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $f(0) = 0$

② $f(-1) = 0$

③ $f(1) = 2$

④ $f(2) = 3$

⑤ $f(-2) = 7$

해설

$$\textcircled{2} \quad f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 3 = 0$$

3. 다음 중 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2$ 의 그래프 위에 있는 점은?

① $\left(1, \frac{3}{4}\right)$

② $(-2, 3)$

③ $(2, -3)$

④ $\left(3, \frac{27}{4}\right)$

⑤ $(-4, 12)$

해설

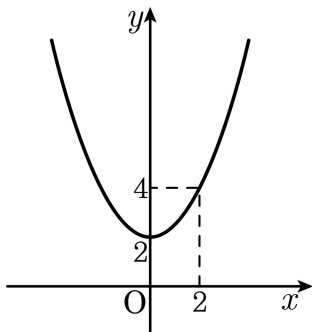
① $x = 1$ 일 때, $y = -\frac{3}{4}$ 이다.

② $x = -2$ 일 때, $y = -3$ 이다.

④ $x = 3$ 일 때, $y = -\frac{27}{4}$ 이다.

⑤ $x = -4$ 일 때, $y = -12$ 이다.

4. 다음 그래프의 이차함수가 점 $(a, 10)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$)



▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$y = ax^2 + 2$ 가 점 $(2, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a \times 2^2 + 2 \quad \therefore a = \frac{1}{2}$$

$y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ 의 그래프가 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{1}{2}a^2 + 2 \quad \therefore a = 4 (\because a > 0)$$

5. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 두 점 $(-1, 3)$, $(k, 12)$ 를 지날 때, k 의 값은?(단, $k < 0$)

① 2

② 1

③ 0

④ -1

⑤ -2

해설

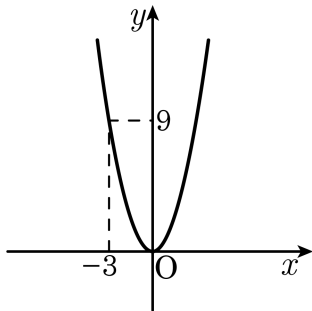
$y = ax^2$ 에 $(-1, 3)$ 을 대입하면 $3 = a$ 이다.

따라서 $y = 3x^2$ 이고 이 그래프가 점 $(k, 12)$ 를 지나므로

$$12 = 3 \times k^2, k^2 = 4$$

따라서 음수 k 의 값은 -2 이다.

6. 다음 그림의 이차함수의 그래프와 x 축 대칭인 그래프의 이차함수의 식은?



① $y = -3x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -x^2$

⑤ $y = -\frac{1}{9}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에 $(-3, 9)$ 를 대입하면 $a = 1$ 이다.

따라서 $y = x^2$ 이므로 이 함수와 x 축 대칭인 이차함수는 $y = -x^2$ 이다.

7. 다음 중 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = x^2$

㉡ $y = \frac{2}{3}x^2$

㉢ $y = -\frac{1}{4}x^2$

㉣ $y = -\frac{2}{3}x^2$

㉤ $y = 2x^2$

㉥ $y = \frac{5}{2}x^2$

- ① 아래로 볼록한 포물선은 ㉢, ㉣이다.
- ② 대칭축의 식은 $y = 0$, 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ③ 포물선의 폭이 가장 넓은 것은 ㉣이다.
- ④ ㉤ 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 2$ 이다.
- ⑤ ㉡과 ㉣의 그래프는 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 아래로 볼록한 것은 ㉠, ㉡, ㉤, ㉥이다.
- ② 대칭축은 $x = 0$, 꼭짓점은 $(0, 0)$ 이다.
- ④ ㉤ 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

8. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 점 $(4, m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 4

② 8

③ 6

④ 1

⑤ 2

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면

$$y = (x - 2)^2$$

점 $(4, m)$ 을 지나므로

$$m = (4 - 2)^2$$

$$\therefore m = 4$$

9. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점 $(a, -2)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -3$

▷ 정답 : $a = -5$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x - 2 \\&= 2(x+1)^2 - 4\end{aligned}$$

이 그래프를 x 축 방향으로 -3 만큼 평행이동하면

$$y = 2(x+4)^2 - 4$$

점 $(a, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = 2(a+4)^2 - 4$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = -5$$

10. 이차함수 $y = (x+2)^2 + 3$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y = (x-2)^2 + 3$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -(x+2)^2 - 3$

④ $y = -(x+2)^2 + 3$

⑤ $y = (x+2)^2 + 3$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
 $y = -(x+2)^2 - 3$ 이다.

11. 다음 함수가 이차함수일 때, k 의 값이 될 수 없는 수를 구하여라.

$$y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 3$

해설

주어진 식 $y = -3x^2 + 2 + k(x^2 - 4)$ 를 정리하면 $y = (-3 + k)x^2 - 4k + 2$

이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $-3 + k \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore k \neq 3$

12. 다음 보기에서 이차함수인 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = 3(x+1)^2 - x^2$

㉡ $y = \frac{1}{x^2}$

㉢ $y = 4x(x-1)$

㉣ $y = 2(x-1)(x+1)$

㉤ $y = (2x-1)^2 - 4x^2$

㉥ $y = \left(\frac{1}{x-1}\right)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉣

해설

㉤은 정리하면 $y = -4x + 1$ 이고, ㉡, ㉥은 분수함수이므로 이차함수가 아니다.

13. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

- ① 지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
- ② 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 넓이 y
- ③ 윗변의 길이가 $2x$, 아랫변의 길이가 $3x$, 높이가 3 인 사다리꼴의 넓이 y
- ④ 밑변의 반지름의 길이가 x , 높이가 10 인 원뿔의 부피 y
- ⑤ 시속 x km 로 3시간 동안 달린 거리 y

해설

① $y = \left(\frac{1}{2}x\right)^2 \pi$ 이므로 이차함수이다.

② $y = x^2$ 이므로 이차함수이다.

③ $y = \frac{3}{2}(2x + 3x)$ 이므로 이차함수가 아니다.

④ $y = \frac{10}{3}x^2\pi$ 이므로 이차함수이다.

⑤ $y = 3x$ 이므로 이차함수가 아니다.

14. 이차함수 $f(x) = -x^2 + ax - 1$ 에 대하여 $f(1) = 2$, $f(-1) = b$ 일 때, 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 2

② 1

③ 0

④ -2

⑤ -4

해설

$$f(1) = 2, -1^2 + a \times 1 - 1 = 2, -1 + a - 1 = 2$$

$$\therefore a = 4$$

$$f(x) = -x^2 + 4x - 1 \text{ 이므로}$$

$$f(-1) = -(-1)^2 + 4(-1) - 1 = -1 - 4 - 1 = -6$$

$$\therefore b = -6$$

$$\therefore a + b = 4 + (-6) = -2$$

15. 이차함수 $y = f(x)$ 에서 $f(x) = x^2 + x - 4$ 일 때, $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2)$ 의 값은?

① 9

② -9

③ 10

④ -10

⑤ 11

해설

$f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(2) = 2$ 이므로 $f(-2) + 2f(1) \cdot f(2) = -2 - 8 = -10$ 이다.

16. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - 4x + 3$ 에서 $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 0

▷ 정답: 2

해설

$f(a) = 2a^2 - 4a + 3 = 3$, $2a(a - 2) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 2$ 이다.

17. 이차함수 $y = x^2 + 3x + a$ 의 그래프가 두 점 $(1, 3)$, $(-1, b)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

점 $(1, 3)$ 을 지나므로 $x = 1, y = 3$ 을 대입하면

$$3 = 1^2 + 3 \times 1 + a, \quad a = -1 \quad \therefore y = x^2 + 3x - 1$$

점 $(-1, b)$ 를 지나므로 $x = -1, y = b$ 를 대입하면

$$b = (-1)^2 + 3 \times (-1) - 1 = -3 \quad \therefore b = -3$$

따라서 $a = -1, b = -3$ 이므로 $ab = (-1) \times (-3) = 3$ 이다.

18. 이차함수 $y = 2x^2 + bx + c$ 의 그래프가 두 점 (1, 3), (2, 6) 을 지날 때, 상수 b, c 에 대하여 $c - b$ 의 값은?

① 5

② 7

③ 9

④ 11

⑤ 13

해설

$x = 1, y = 3$ 을 대입하면

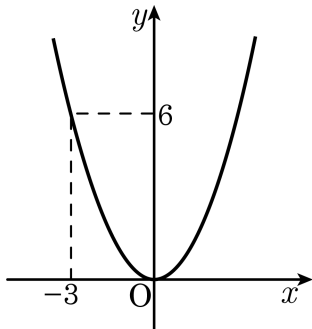
$$3 = 2 + b + c, b + c = 1 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$x = 2, y = 6$ 을 대입하면

$$6 = 8 + 2b + c, 2b + c = -2 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $b = -3, c = 4$ 이므로 $c - b = 4 - (-3) = 7$ 이다.

19. 다음 그림과 같이 y 가 x 의 제곱에 정비례하는 이차함수 $y = f(x)$ 에 대하여 $f(-3) = 6$ 일 때, $f(-1)$ 의 값은?



- ① -2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{3}$

해설

$f(x) = ax^2$ 에서 $f(-3) = 6$ 이므로 $6 = a \times (-3)^2$, $9a = 6$, $a =$

$$\frac{2}{3} \quad \therefore f(x) = \frac{2}{3}x^2$$

따라서 $f(-1) = \frac{2}{3} \times (-1)^2 = \frac{2}{3}$ 이다.

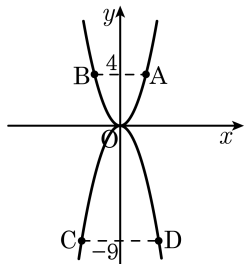
20. 이차함수 $y = x^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 그래프는 원점을 지나고 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② x 가 어떤 값을 갖더라도 y 의 값은 양수 또는 0 이다.
- ③ x 축에 대하여 대칭이다.
- ④ $x > 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값도 증가한다.
- ⑤ $x < 0$ 일 때, x 값이 증가하면, y 값은 감소한다.

해설

③ y 축에 대하여 대칭이다.

21. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프가 주어질 때, 점 A 와 점 B, 점 C 와 점 D 사이의 거리를 차례대로 써라.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 6

해설

점 A, B 는 y 의 값이 4 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 2, -2 이다. 따라서 점 A, B 사이의 거리는 4이다. 점 C, D 는 y 의 값이 -9 이므로 대입하면 x 의 값이 각각 -3, 3 이다. 따라서 점 C, D 사이의 거리는 6 이다.

22. 이차함수 $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 이차함수의 그래프가 점 $(2a, -a-5)$ 를 지날 때, 모든 a 의 값의 합은?

① -1

② $\frac{5}{2}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{2}{3}$

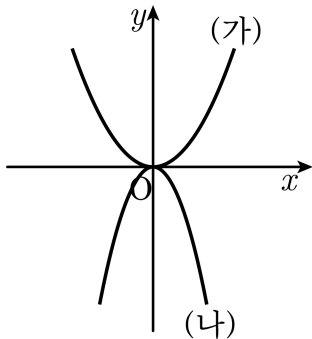
해설

$$-a - 5 = -\frac{3}{2}(2a)^2$$

$$6a^2 - a - 5 = 0$$

근과 계수의 관계에 의해 모든 a 의 값의 합은 $\frac{1}{6}$ 이다.

23. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나) 의 식으로 적당한 것은?



① $y = -2ax^2$

② $y = -ax^2$

③ $y = 2ax^2$

④ $y = -\frac{1}{2}ax^2$

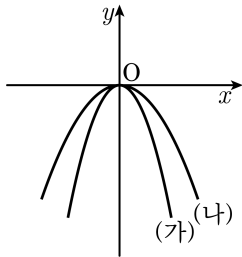
⑤ $y = \frac{1}{2}ax^2$

해설

$$y = bx^2, \quad b < 0$$

$$|b| > |a|$$

24. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나) 의 식으로 맞지 않는 것은?



① $y = \frac{1}{2}ax^2$

② $y = \frac{3}{8}ax^2$

③ $y = \frac{1}{3}ax^2$

④ $y = \frac{3}{2}ax^2$

⑤ $y = \frac{3}{4}ax^2$

해설

$a < 0$ 이므로 $y = mx^2$ 이라고 하면 $a < m < 0$ 이어야 한다.

따라서 $y = \frac{3}{2}ax^2$ 은 (나) 의 식으로 맞지 않는다.

25. 다음 중 평행이동에 의하여 포물선 $y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = -2x^2 + 3$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - \frac{3}{2}$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 + \frac{3}{2}$

⑤ $y = -x^2 - 7$

해설

$y = -x^2 - 2$ 의 그래프와 포갤 수 있는 것은 이차항의 계수가 -1 인 포물선이다.

26. 다음 중 그래프가 아래로 볼록인 것을 모두 찾으려면?

① $y = 2x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -4x^2$

④ $y = \frac{2}{3}x^2$

⑤ $y = -\frac{3}{4}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 $a > 0$ 이면 아래로 볼록이다.

① $y = 2x^2$ 에서 $2 > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.

② $y = \frac{1}{3}x^2$ 에서 $\frac{1}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.

④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 에서 $\frac{2}{3} > 0$ 이므로 아래로 볼록이다.

27. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.

② 대칭축은 x 축이다.

③ 이차함수 $y = -x^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다.

④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

⑤ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$ 이다.

해설

② 대칭축은 y 축($x = 0$)이다. ④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.

28. $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼 평행이동 시켰더니 점 $(4, -1)$ 을 지났다. p 의 값이 될 수 있는 것을 모두 합하면?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$y = -(x - p)^2$ 의 그래프가 점 $(4, -1)$ 을 지나므로

$$-1 = -(4 - p)^2$$

$p = 3$ 또는 $p = 5$, $3 + 5 = 8$ 이다.

29. 이차함수 $y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시켰더니 점 $(a, 10)$ 을 지났다. a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = \frac{4}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨

함수의 식은 $y = \frac{4}{3}x^2 - 2$ 이고, 점 $(a, 10)$ 을 지나므로

$$10 = \frac{4}{3}a^2 - 2, \quad a = \pm 3$$

$a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

30. $y = -x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하면 점 $(2, m)$ 을 지난다. 이 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -7$

해설

$y = -x^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(2, m)$ 을 지나므로

$$m = -2^2 - 3 \quad \therefore m = -7$$

31. 이차함수 $y = -3(x+1)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -1)$ 이다.
- ③ 점 $(2, 27)$ 을 지난다.
- ④ $x > -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

해설

- ① $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 포물선이다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 0)$ 이다.
- ③ 점 $(2, -27)$ 을 지난다.
- ⑤ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

32. 이차함수 $y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동면 점 $(1, k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은?

① 1

② 3

③ 5

④ 12

⑤ 27

해설

$y = 3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 한 함수의 식은

$y = 3(x + 2)^2$ 이고, 점 $(1, k)$ 를 지나므로

$$k = 3(1 + 2)^2$$

$$\therefore k = 27$$

33. 다음은 이차함수 $y = -(x+1)^2 - 4$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

① 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -4)$ 이다.

② 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

③ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -4)$ 이다.

④ $x < -1$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 것이다.

해설

③ y 축과의 교점은 $x = 0$ 일 때, y 의 좌표이다.

$x = 0$ 을 대입하면

$$y = -(0+1)^2 - 4 = -5$$

따라서 y 축과의 교점의 좌표는 $(0, -5)$

34. $y = 5x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼, 평행이동한 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, $a - b + c$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$$\begin{aligned}y &= 5(x - 2)^2 + 3 \\&= 5(x^2 - 4x + 4) + 3 \\&= 5x^2 - 20x + 23\end{aligned}$$

$$\therefore a = 5, b = -20, c = 23$$

$$\therefore a - b + c = 5 - (-20) + 23 = 48$$

35. 그래프의 모양이 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 인 이차함수의 식을 $y = \frac{1}{2}(x - p)^2 + q$ 라고 할 때, 상수 p, q 의 합 $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

그래프의 모양이 $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 같고, 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 인 이차함수의 식은 $y = \frac{1}{2}(x + 3)^2 + 1$ 이다.

따라서 $p = -3, q = 1$ 이다.

$\therefore p + q = -2$

36. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프의 꼭짓점의 좌표를 구하면?

① $(-7, -1)$

② $(-7, 0)$

③ $(-6, -1)$

④ $(-6, 0)$

⑤ $(-5, -1)$

해설

$y = -\frac{1}{3}(x+2)^2 - 3$ 을 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면

$$y = -\frac{1}{3}(x+2+4)^2 - 3 + 3 = -\frac{1}{3}(x+6)^2$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.

37. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+2)^2$ 의 그래프에서 x 값이 증가함에 따라 y 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x < 2$

③ $x > 2$

④ $x > -2$

⑤ $x < -2$

해설

꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프이다. $x < -2$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

38. 이차함수 $y = -2(x+3)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값이 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 0$

② $x > 3$

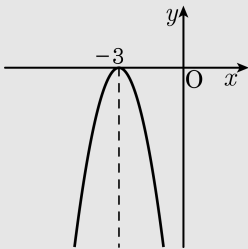
③ $x < -3$

④ $x < 3$

⑤ $x > -3$

해설

$y = -2(x+3)^2$ 의 그래프는 다음과 같다.



즉, 위로 볼록이고, 대칭축은 $x = -3$ 이다. $x > -3$ 에서 x 가 증가하면 y 는 감소한다.

39. 이차함수 $y = \frac{1}{2}(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > -1$

② $x < -2$

③ $x > 2$

④ $x < 1$

⑤ $x < \frac{1}{2}$

해설

주어진 이차함수는 아래로 볼록이고, 축의 방정식이 $x = -2$ 이므로 조건을 만족하는 부분은 $x < -2$

40. 이차함수 $y = -3(x-1)^2 + 2$ 의 그래프를 y 축에 대하여 대칭이동하면 점 $(-1, k)$ 를 지난다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -3

② -2

③ -1

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = -3(-x-1)^2 + 2$$

$$y = -3(x+1)^2 + 2$$

점 $(-1, k)$ 를 대입하면

$$-3(-1+1)^2 + 2 = k$$

$$\therefore k = 2$$

41. $y = -x^2$ 을 x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동한 다음 y 축에 대하여 대칭이동한 그래프의 방정식은?

① $y = -x^2 + 4x - 4$

② $y = x^2 - 4x + 4$

③ $y = -x^2 - 4x - 4$

④ $y = -x^2 - 4x + 4$

⑤ $y = x^2 + 4x - 4$

해설

x 축의 방향으로 2만큼 평행이동시키면 $y = -(x - 2)^2$

y 축에 대하여 대칭이동시키면 $y = -(-x - 2)^2$

$$= -(x^2 + 4x + 4)$$

$$= -x^2 - 4x - 4$$

42. 다음 이차함수 $y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프가 제 1, 2, 4 사분면을 지날 때, a, p, q 의 부호는?

① $a < 0, p < 0, q < 0$

② $a < 0, p > 0, q < 0$

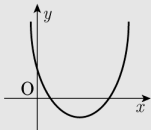
③ $a > 0, p < 0, q > 0$

④ $a > 0, p > 0, q > 0$

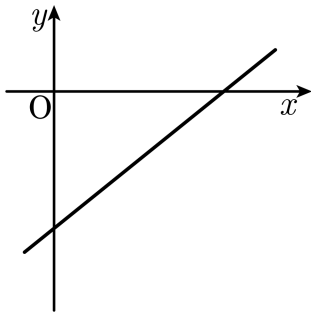
⑤ $a > 0, p < 0, q < 0$

해설

$y = a(x + p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같아야 하므로 $a > 0, p < 0, q < 0$



43. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이 때, 이차함수 $y = -(x + a)^2 + b$ 의 꼭짓점이 위치하는 사분면을 구하여라.



▶ 답 :

사분면

▷ 정답 : 제 3사분면

해설

일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프는 기울기는 양수이고 y 절편은 음수이다.

따라서 $a > 0, b < 0$ 이다.

이차함수 $y = -(x + a)^2 + b$ 의 꼭짓점은 $(-a, b)$ 이다.

따라서 $-a < 0, b < 0$ 이므로 꼭짓점은 제3 사분면에 위치한다.

44. 다음 보기의 조건을 만족하는 이차함수식은 $y = \frac{1}{a}(x+b)^2 + c$ 의 꼴이다. 이 때, $a+b+c$ 를 구하여라.

보기

- ㉠ 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 폭이 같다.
- ㉡ 꼭짓점은 $(-1, 1)$ 이다.
- ㉢ 아래로 볼록하다.
- ㉣ y 절편이 양수이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프와 폭이 같은 것은 이차항의 계수가 $\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}$

이고 아래로 볼록하므로 $a = 4$ 이다.

꼭짓점이 $(-1, 1)$ 이므로 $b = 1, c = 1$ 이다.

따라서 $a+b+c = 6$ 이다.

45. 이차함수 $y = x^2 - 2$ 의 그래프와 직선 $y = ax + b$ 가 두 점 $(-2, m)$, $(3, n)$ 에서 만날 때, $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$y = x^2 - 2$ 의 그래프가 두 점 $(-2, m)$, $(3, n)$ 을 지나므로
 $m = 4 - 2 = 2$, $n = 9 - 2 = 7$

$y = ax + b$ 에 두 점 $(-2, 2)$, $(3, 7)$ 을 대입하면

$$\begin{array}{r} 2 = -2a + b \\ -) 7 = 3a + b \\ \hline -5 = -5a \end{array}$$

$$a = 1, b = 4$$

$$\therefore a - b = 1 - 4 = -3$$

46. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{2}x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁고,
 $y = 2x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다고 할 때, 음수 a 의 값의 범위는?

① $-\frac{3}{2} < a < 2$

② $-\frac{3}{2} < a < -2$

③ $\frac{3}{2} < a < 2$

④ $-2 < a < -\frac{3}{2}$

⑤ $-2 < a < \frac{3}{2}$

해설

$$\frac{3}{2} < |a| < 2$$

$\frac{3}{2} < a < 2$ 또는 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이고, a 가 음수이므로 $-2 < a < -\frac{3}{2}$ 이다.

47. 이차함수 $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 a 만큼 평행이동하면 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 지난다고 할 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$y = -\frac{1}{4}x^2 + a$ 에 점 $(-\sqrt{2}, \frac{1}{2})$ 을 대입하면

$$\frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(-\sqrt{2})^2 + a$$

$$\therefore a = 1$$

48. 이차함수 $y = x^2 + ax - b$ 의 꼭짓점이 x 축 위에 있을 때, $\frac{b}{a^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{4}$

해설

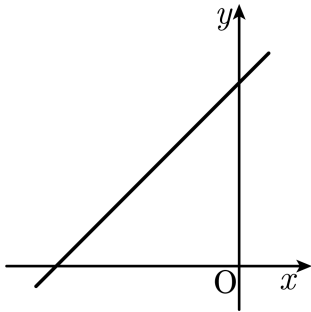
$$y = x^2 + ax - b = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} - b,$$

꼭짓점 $\left(-\frac{a}{2}, -\frac{a^2}{4} - b\right)$ 가 x 축 위에 있으므로 $-\frac{a^2}{4} - b = 0$,

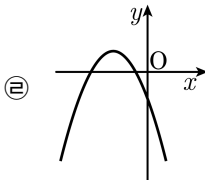
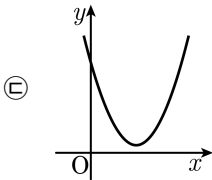
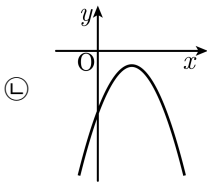
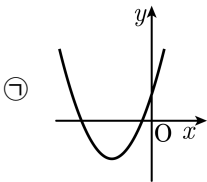
$$b = -\frac{a^2}{4},$$

$$\therefore \frac{b}{a^2} = b \times \frac{1}{a^2} = -\frac{a^2}{4} \times \frac{1}{a^2} = -\frac{1}{4}$$

49. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로

꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

50. 이차함수 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 그래프가 $y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점을 지나고 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 의 꼭짓점을 지날 때, ap 의 값을 구하여라. (단, $p < 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{3}{2}$

해설

$y = a(x+p)^2$ 의 꼭짓점 $(-p, 0)$

$y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ 에 $(-p, 0)$ 을 대입하면

$$-\frac{3}{4}p^2 + 3 = 0, \quad \frac{3}{4}p^2 = 3, \quad p^2 = 4$$

$p = -2$ ($p < 0$ 이므로)

$y = a(x+2)^2$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$$3 = 4a, \quad a = \frac{3}{4}$$

$$\therefore ap = \frac{3}{4} \times (-2) = -\frac{3}{2}$$