

1. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. 연결이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned}x^2 + 6x &= \textcircled{㉠} \\x^2 + 6x + \textcircled{㉡} &= \textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \\(x + \textcircled{㉢}) &= \textcircled{㉣} \\x + \textcircled{㉤} &= \pm \sqrt{\textcircled{㉥}} \\\therefore x &= \textcircled{㉦}\end{aligned}$$

- ① ㉠ : -3

② ㉡ : 9

③ ㉣ : 3
- ④ ㉤ : 6

⑤ ㉥ : $\pm \sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 6x &= -3 \\ \text{좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면} \\ x^2 + 6x + 9 &= -3 + 9 \\ (x + 3)^2 &= 6 \\ x + 3 &= \pm \sqrt{6} \\ \therefore x &= -3 \pm \sqrt{6} \\ \text{따라서 ㉥의 연결이 옳지 않다.}\end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 a, b 라 하고 $3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 c, d 라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

- ① 1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ 3 ④ $-\frac{1}{3}$ ⑤ 0

해설

$x^2 - x - 3 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \text{ 이고,}$$

$3x^2 + 4x + 1 = 0$ 의 두 근을 구하면

$$x = \frac{-4 \pm 2}{6} \text{ 이므로}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{13}}{2} + \frac{1 - \sqrt{13}}{2} - \frac{1}{3} - 1 = -\frac{1}{3}$$

3. $0 < a < b$ 이고, $(a - b + 3)(a - b - 2) = 6$ 일 때, $a - b$ 의 값은?

① 3

② -4

③ -3

④ 7

⑤ 1

해설

$$a - b = t \text{로 치환하면 } t^2 + t - 12 = 0$$

$$(t + 4)(t - 3) = 0$$

$$\therefore t = -4 \text{ 또는 } t = 3$$

$$0 < a < b \text{이므로 } t = a - b < 0$$

$$\therefore a - b = -4$$

4. 한 근이 다른 근의 $\frac{1}{4}$ 배인 두 근을 갖는 이차방정식 $x^2+5x+k^2-5=0$ 이 있을 때, 음의 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

이차방정식의 근을 $\alpha, \frac{1}{4}\alpha$ 라 하면,

$$\alpha + \frac{1}{4}\alpha = -5 \text{ 이므로 } \alpha = -4$$

$$\alpha \times \frac{1}{4}\alpha = \frac{1}{4}\alpha^2 = k^2 - 5, 4 = k^2 - 5, k^2 = 9$$

$$\therefore k = \pm 3$$

$$k < 0 \text{ 이므로}$$

$$\therefore k = -3$$

5. 길이가 8cm 인 선분을 두 부분으로 나누어 그 각각의 선분을 한 변으로 하는 정사각형을 그렸더니 두 정사각형의 넓이의 비가 1 : 9가 되었다. 큰 정사각형의 한 변의 길이는?

① 2 cm ② 4 cm ③ 6 cm ④ 8 cm ⑤ 10 cm

해설

두 변의 길이를 x cm, $(8 - x)$ cm라 하면

$$x^2 : (8 - x)^2 = 1 : 9$$

$$9x^2 = (8 - x)^2$$

$$8x^2 + 16x - 64 = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0$$

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$\therefore x = 2 (\because x > 0)$$

따라서 작은 변의 길이가 2 cm 이므로 큰 변의 길이는 6 cm 이다.

6. 이차함수 $f(x) = x^2 - 6x - 4$ 에서 $f(a) = -4$ 일 때, a 의 값을 모두 고르면?

① -3

② 0

③ 3

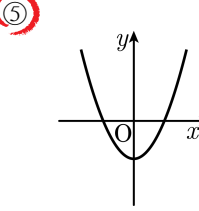
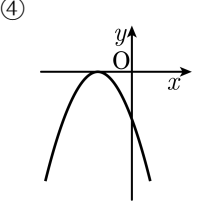
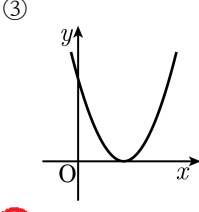
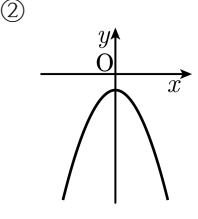
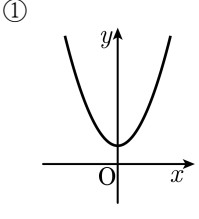
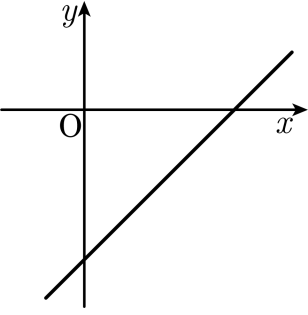
④ 6

⑤ 9

해설

$f(a) = a^2 - 6a - 4 = -4$, $a(a - 6) = 0$ 이므로 $a = 0$, $a = 6$ 이다.

7. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
 $a > 0, b < 0$ 이다.

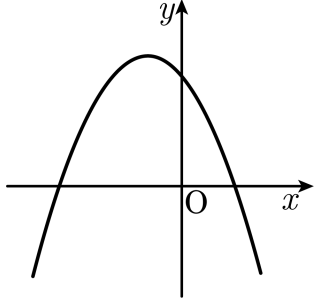
8. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 1$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동하면 $y = 2x^2 + mx + n$ 의 그래프가 된다. 이 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

① 36 ② 25 ③ 16 ④ 9 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 4x + 1 = 2(x-1)^2 - 1 \\ y &= 2(x-1+1)^2 - 1 + 3 = 2x^2 + 2 \\ \therefore m &= 0, n = 2 \\ \therefore m^2 + n^2 &= 0^2 + 2^2 = 4 \end{aligned}$$

9. 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프가 다음과 같을 때, a , p , q 의 부호는?



- ① $a > 0$, $p > 0$, $q > 0$
- ② $a < 0$, $p < 0$, $q < 0$
- ③ $a > 0$, $p < 0$, $q < 0$
- ④ $a < 0$, $p < 0$, $q > 0$
- ⑤ $a < 0$, $p > 0$, $q > 0$

해설

위로 볼록한 모양의 포물선이고, 꼭짓점의 좌표는 제 2 사분면 위에 있으므로 $a < 0$, $p < 0$, $q > 0$ 이다.

10. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 1)$ 이고, 한 점 $(0, -2)$ 를 지나는 포물선을 그래프로 하는 이차함수식이 $y = a(x-p)^2 + q$ 일 때, apq 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(-3, 1)$ 이므로

$$y = a(x+3)^2 + 1$$

점 $(0, -2)$ 를 지나므로

$$-2 = a(0+3)^2 + 1, a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 + 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, p = -3, q = 1 \text{ 이므로}$$

$$apq = -\frac{1}{3} \times (-3) \times 1 = 1 \text{ 이다.}$$

11. 이차함수 $y = -2x^2 + 4ax - a^2 - 6a + 6$ 의 최댓값을 m 이라고 할 때, m 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 + 4ax - a^2 - 6a + 6 \\ &= -2(x - a)^2 + a^2 - 6a + 6 \end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } m = a^2 - 6a + 6 = (a - 3)^2 - 3$$

$$\therefore m \text{ 의 최솟값 : } -3$$

12. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = 1$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$, x^2 의 계수가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 이다.

$y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 을 전개하면 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ 이므로

$a = -\frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = -\frac{3}{2}$ 이다.

$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2} = -1$

13. 둘레의 길이가 48m 인 직사각형 중 그 넓이가 가장 넓을 때의 넓이를 구하면?

① 81m^2

② 100m^2

③ 121m^2

④ 144m^2

⑤ 169m^2

해설

가로의 길이를 $x\text{m}$, 세로의 길이를 $(24 - x)\text{m}$, 넓이를 $y\text{m}^2$ 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x(24 - x) \\ &= -x^2 + 24x \\ &= -(x^2 - 24x + 144 - 144) \\ &= -(x - 12)^2 + 144 \end{aligned}$$

따라서 $x = 12$ 일 때 넓이의 최댓값은 144m^2 이다.

14. 지면으로부터 15m 높이에서 초속 40m 로 쏘아 올린 모형 로켓의 x 초 후의 지면으로 부터의 높이를 y m 라고 하면 $y = -5x^2 + 40x + 15$ 인 관계가 성립한다. 이 로켓이 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답 : 초

▶ 답 : m

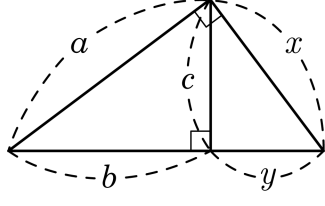
▷ 정답 : 4초

▷ 정답 : 95m

해설

$y = -5x^2 + 40x + 15$ 에서 $y = -5(x - 4)^2 + 95$ 이다.
따라서 $x = 4$ 일 때, y 는 최댓값 95 를 갖는다.

15. 다음 그림에 대해 옳은 것의 개수는?



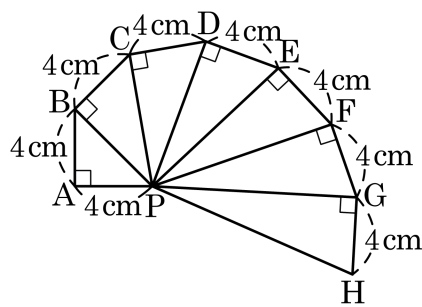
- ☐ ㉠ $a + y = b + x$
- ☐ ㉡ $b^2 + c^2 = a^2$
- ☐ ㉢ $a^2 + b^2 = x^2 + y^2$
- ☐ ㉣ $x^2 - c^2 = y^2$
- ☐ ㉤ $c = \sqrt{b^2 + a^2}$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 피타고라스 정리에 따라 옳다.
㉡ 피타고라스 정리에 따라 $c^2 + y^2 = x^2$ 이므로 $x^2 - c^2 = y^2$ 이다.
따라서 옳은 것은 2 개이다.

16. 다음 그림에서 $\overline{PH}$ 의 길이를 구하여라.



- ① $5\sqrt{2}$ ② $6\sqrt{2}$ ③ $7\sqrt{2}$ ④ $8\sqrt{2}$ ⑤ $9\sqrt{2}$

해설

$\overline{PB} = 4\sqrt{2}$, $\overline{PC} = 4\sqrt{3}$, $\overline{PD} = 4\sqrt{4}, \dots$
 $\therefore \overline{PH} = 4\sqrt{8} = 8\sqrt{2}$

17. $x^2 - 3x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 양변을 x 로 나누면

$$x - 3 + \frac{1}{x} = 0 \quad \therefore x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\begin{aligned} x^2 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 9 - 2 + 3 = 10 \end{aligned}$$

18. 이차함수 $y = ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 축과 직선 $x = -2$ 는 y 축에 대해 서로 대칭일 때, $\frac{a^2}{b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{16}$

해설

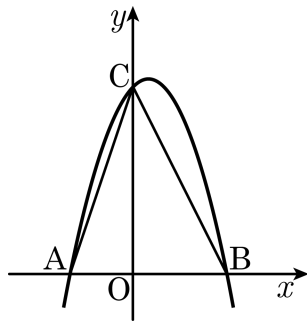
$y = a \left(x^2 + \frac{b}{a}x \right) + 3 = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2}{4a} + 3$ 이므로 대칭축은 $x = -\frac{b}{2a}$ 이다.

이 축이 $x = -2$ 와 y 축에 대해 대칭이므로 대칭축은 $x = 2$ 이다.

$$-\frac{b}{2a} = 2, \frac{b}{a} = -4, \frac{a}{b} = -\frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{a^2}{b^2} = \left(\frac{a}{b} \right)^2 = \frac{1}{16}$$

19. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

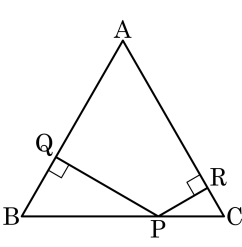
$-x^2 + x + 6 = 0$, $(x - 3)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

20. 다음 그림의 정삼각형 ABC 는 한 변의 길이가 2cm 이고 점 P 는 변 BC 위의 임의의 점이다. 점 P 에서 $\overline{AB}$, $\overline{CA}$ 에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, $(\overline{PQ} + \overline{PR})^2$ 의 값을 구하여라.



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

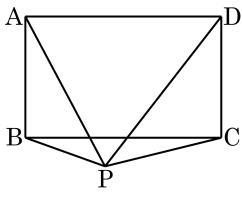
정삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4} \times 2^2 = \sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}$

$\triangle ABC = \triangle ABP + \triangle ACP$

$$\sqrt{3} = \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PQ} + \frac{1}{2} \times 2 \times \overline{PR}, \overline{PQ} + \overline{PR} = \sqrt{3}$$

$$\therefore (\overline{PQ} + \overline{PR})^2 = 3$$

21. 다음 그림과 같이 직사각형 ABCD 의 외부에 잡은 한 점 P 와 사각형의 각 꼭짓점을 연결하였다. $\overline{PA}^2 = 20$, $\overline{PB}^2 = 5$, $\overline{PD}^2 = 25$ 일 때, $\overline{PC}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{10}$

해설

다음 그림과 같이

$\triangle AQP$, $\triangle BQP$, $\triangle DRP$, $\triangle CRP$ 이 직각삼각형이 되도록 점 Q 와 점 R 을 잡고,
 $\overline{AB} = a$, $\overline{BQ} = b$, $\overline{PQ} = c$, $\overline{PR} = d$ 라 놓으면

$$\triangle AQP \text{ 에서 } \overline{AP}^2 = (a+b)^2 + c^2 \dots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$\triangle BQP \text{ 에서 } \overline{BP}^2 = b^2 + c^2 \dots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\triangle DRP \text{ 에서 } \overline{PD}^2 = (a+b)^2 + d^2 \dots \textcircled{\text{㉢}}$$

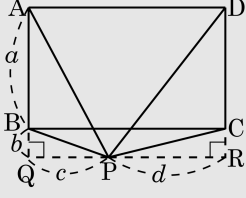
$$\triangle CRP \text{ 에서 } \overline{PC}^2 = b^2 + d^2 \dots \textcircled{\text{㉤}}$$

$\textcircled{\text{㉠}}$, $\textcircled{\text{㉡}}$, $\textcircled{\text{㉢}}$, $\textcircled{\text{㉤}}$ 에서

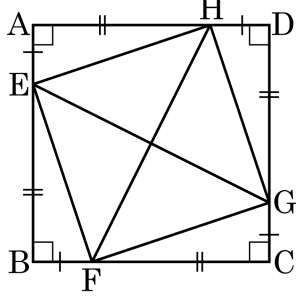
$\overline{PA}^2 + \overline{PC}^2 = \overline{PB}^2 + \overline{PD}^2$ 이 성립함을 알 수 있다.

따라서, $20 + \overline{PC}^2 = 5 + 25$, $\overline{PC}^2 = 10$

$\therefore PC = \sqrt{10}$ ($\because PC > 0$)



22. 정사각형 ABCD 에서 $\overline{AH} = \overline{DG} = \overline{CF} = \overline{BE} = 3$, $\overline{AE} = \overline{BF} = \overline{CG} = \overline{DH} = 1$ 일 때, $\overline{HF}$ 의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $2\sqrt{5}$

해설

$\triangle HAE$ 는 $\overline{AH} = 3$, $\overline{AE} = 1$ 인 직각삼각형이므로

$$\overline{HE} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}$$

$\overline{HF}$ 는 한 변의 길이가 $\sqrt{10}$ 인 정사각형 HEFG의 대각선의 길이와 같다.

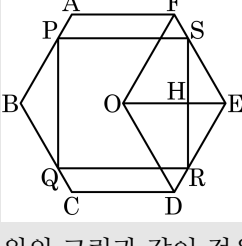
$$\therefore \overline{HF} = \sqrt{(\sqrt{10})^2 + (\sqrt{10})^2} = 2\sqrt{5}$$

23. 한 변의 길이가 $\sqrt{3} + 3$ 인 정육각형에 내접한 정사각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 36

해설



위의 그림과 같이 정육각형의 대각선의 교점 O 에서 정사각형의 변 RS 에 내린 수선의 발을 H 라 하고, 정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면,

$$\overline{OH} = \overline{HR} = \frac{x}{2}, \overline{HE} = \overline{OE} - \frac{x}{2}$$

또 정육각형의 한 내각의 크기는 120° 이므로 $\triangle HRE$ 의 세 내각의 크기는 $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 이다.

$$\overline{HR} : \overline{HE} = \sqrt{3} : 1 \text{ 에서}$$

$$\overline{HR} = \sqrt{3}\overline{HE} = \sqrt{3}\left(\overline{OE} - \frac{x}{2}\right)$$

$$\therefore x = (3 - \sqrt{3})\overline{OE} = (3 - \sqrt{3})(3 + \sqrt{3}) = 6$$

따라서 정사각형의 넓이는 36 이다.