

1. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3 \quad \left(m = \frac{5}{2}\right)$

② $y = -x^2 - 2x \quad (M = 1)$

③ $y = 2(x + 1)^2 - 5 \quad (m = -5)$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad (m = -3)$

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 2)$

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 0)$

2. 그래프의 모양이 $y = -2x^2$ 과 같고 $x = 1$ 일 때 최댓값 5 를 갖는다.
이때, 이 함수의 식은?

① $y = -2x^2 - 4x + 4$

② $y = -2x^2 - 4x + 5$

③ $y = -2x^2 + 4x - 3$

④ $y = -2x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -2x^2 - x + 5$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 5)$, x^2 의 계수가 -2 이므로

$$y = -2(x - 1)^2 + 5$$

$$= -2(x^2 - 2x + 1) + 5$$

$$= -2x^2 + 4x + 3$$

$$\therefore y = -2x^2 + 4x + 3$$

3. 이차함수 $y = ax^2 - 2ax - 3$ 의 최솟값이 -4 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$y = a(x^2 - 2x + 1) - a - 3 = a(x - 1)^2 - a - 3$$

$$-a - 3 = -4$$

$$\therefore a = 1$$

4. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점 $(2, 0)$, $(8, 0)$ 에서 만나고 최솟값이 -9 이다. 이 때, $a + b + c$ 의 값은?
- ① 4
- ② 5
- ③ 6
- ④ 7
- ⑤ x 축과 두 점 $(p, 0)$, $(q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)(x-8) \\&= a(x^2 - 10x + 16) \\&= a(x-5)^2 - 9a \\-9a &= -9 \\\therefore a &= 1 \\y &= x^2 - 10x + 16 \\b &= -10, c = 16 \\\therefore a + b + c &= 1 + (-10) + 16 = 7\end{aligned}$$

5. 이차함수 $y = -x^2 + 2kx + 2k$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2kx + 2k \\ &= -(x^2 - 2kx) + 2k \\ &= -(x - k)^2 + k^2 + 2k \end{aligned}$$

$$\text{최댓값 } M = k^2 + 2k = (k + 1)^2 - 1$$

따라서 M 의 최솟값 -1 이다.

6. $x + y = 3$ 일 때 $x - y^2$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{13}{4}$

해설

$$\begin{aligned}x + y &= 3 \rightarrow y = -x + 3 \\x - y^2 &= x - (-x + 3)^2 \\&= x - (x^2 - 6x + 9) \\&= -x^2 + 7x - 9 \\&= -\left(x - \frac{7}{2}\right)^2 + \frac{13}{4}\end{aligned}$$

7. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

- ① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8} \text{ 이다.}$$

8. 이차함수 $y = 2x^2 - ax - b$ 는 $x = -p$ 일 때, 최솟값 -2 를 갖고, 그 그래프는 점 $(1, p^2)$ 을 지난다. 이때, 상수 a, b, p 의 합 $a + b + p$ 의 값을 구하면? (단, $p < 0$)

① 12

② 0

③ -18

④ 42

⑤ -14

해설

$$y = 2(x + p)^2 - 2$$

$$\begin{aligned} p^2 &= 2(1 + p)^2 - 2 \\ &= 2(p^2 + 2p + 1) - 2 \\ &= 2p^2 + 4p \end{aligned}$$

$$p^2 + 4p = 0, p(p + 4) = 0, p = 0, -4$$

$$\therefore p = -4 (\because p < 0)$$

$$\begin{aligned} y &= 2(x - 4)^2 - 2 \\ &= 2(x^2 - 8x + 16) - 2 \\ &= 2x^2 - 16x + 30 \end{aligned}$$

$$a = 16, b = -30$$

$$\therefore a + b + p = 16 + (-30) + (-4) = -18$$