

1. $a(x^2 - 2x + 2) > 2x$ 을 만족하는 x 가 존재하지 않도록 하는 실수 a 의 값의 범위는?

① $a \leq 1 - \sqrt{2}$

② $a \leq 1$

③ $a \leq 1 + \sqrt{2}$

④ $0 < a \leq 1$

⑤ $0 < a \leq \sqrt{2}$

해설

모든 실수 x 에서 $ax^2 - 2(a+1)x + 2a \leq 0$

i) $a \leq 0$

ii) $D/4 = (a+1)^2 - 2a^2 = -a^2 + 2a + 1 \leq 0$

$$a^2 - 2a - 1 \geq 0$$

$$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2} \quad \text{또는} \quad a \geq 1 + \sqrt{2}$$

$$\therefore a \leq 1 - \sqrt{2}$$

2. 모든 실수 x 에 대하여 $a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 가 성립할 때 a 의 최솟값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

$a(x^2 + 2x + 2) \geq 2x^2 + 4x + 5$ 에서

$$(a-2)x^2 + 2(a-2)x + (2a-5) \geq 0$$

이 모든 실수 x 에 대하여 성립해야 하므로

$$a-2 > 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\text{판별식 } \frac{D}{4} = (a-2)^2 - (a-2)(2a-5) \leq 0 \text{이므로}$$

$$a^2 - 4a + 4 - (2a^2 - 9a + 10)$$

$$= a^2 - 4a + 4 - 2a^2 + 9a - 10$$

$$= -a^2 + 5a - 6$$

$$= -(a^2 - 5a + 6)$$

$$= -(a-2)(a-3) \leq 0$$

따라서 $(a-2)(a-3) \geq 0$ 이므로

$$a \leq 2 \text{ 또는 } a \geq 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $a \geq 3$

따라서 a 의 최솟값은 3

3. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 일 때, 이차부등식 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 의 해는?

- ① $x < -7$ 또는 $x > -5$ ② $-7 < x < -5$
 ③ $-7 < x < 5$ ④ $5 < x < 7$
 ⑤ $x < 5$ 또는 $x > 7$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\frac{1}{14} < x < \frac{1}{10}$ 이므로

$$(14x - 1)(10x - 1) < 0, \quad 140x^2 - 24x + 1 < 0$$

$$-140x^2 + 24x - 1 > 0 \Leftrightarrow ax^2 + bx + c > 0$$

$$\therefore a = -140, b = 24, c = -1 \cdots (가)$$

(가)를 $4cx^2 - 2bx + a < 0$ 에 대입하면

$$-4x^2 - 48x - 140 < 0$$

$$x^2 + 12x + 35 > 0, \quad (x + 7)(x + 5) > 0$$

$$\therefore x < -7 \text{ 또는 } x > -5$$

4. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx + a > 0$ 의 해는?

① $x < -\frac{1}{\alpha}$ 또는 $x > -\frac{1}{\beta}$

② $x < -\frac{1}{\beta}$ 또는 $x > \frac{1}{\alpha}$

③ $-\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta}$

④ $\frac{1}{\alpha} < x < \frac{1}{\beta}$

⑤ $\frac{1}{\beta} < x < \frac{1}{\alpha}$

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 이므로

$a < 0$ 이다. 해가 $0 < \alpha < x < \beta$ 이고

이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x - \alpha)(x - \beta) < 0$

양변에 a 를 곱하면

$$a(x - \alpha)(x - \beta) > 0$$

$$ax^2 - a(\alpha + \beta)x + a\alpha\beta > 0$$

$$\therefore b = -a(\alpha + \beta), c = a\alpha\beta$$

따라서 $cx^2 - bx + a > 0$ 에 대입하면

$$a\alpha\beta x^2 + a(\alpha + \beta)x + a > 0$$

$$\alpha\beta x^2 + (\alpha + \beta)x + 1 < 0$$

$$(\alpha x + 1)(\beta x + 1) < 0$$

$$\therefore -\frac{1}{\alpha} < x < -\frac{1}{\beta} \quad (\because 0 < \alpha < \beta)$$

5. 양의 실수 a 에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$ 의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$ 을 만족할 때, a 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$

② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$

③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$

⑤ $2 \leq a \leq 5$

해설

$$-x^2 + 7x - 10 \geq 0$$

$$x^2 - 7x + 10 \leq 0$$

$$(x-2)(x-5) \leq 0$$

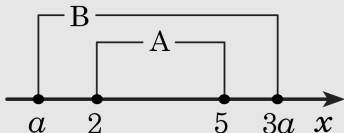
$$2 \leq x \leq 5$$

$$x^2 - 4ax + 3a^2 \leq 0$$

$$(x-a)(x-3a) \leq 0$$

$$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$$

㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$ 이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 \\ 2x^2 + x - 3 < 0 \end{cases}$ 을 풀면?

① $-2 < x \leq \frac{1}{2}$

② $-2 < x \leq 1$

③ $-\frac{3}{2} < x \leq 1$

④ $-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$

⑤ $1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x^2 + 3x - 2 \leq 0 & \cdots (가) \\ 2x^2 + x - 3 < 0 & \cdots (나) \end{cases}$$

(가)에서 $(2x - 1)(x + 2) \leq 0$

$$\therefore -2 \leq x \leq \frac{1}{2}$$

(나)에서 $(2x + 3)(x - 1) < 0$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$$

따라서 공통 범위를 구하면

$$-\frac{3}{2} < x \leq \frac{1}{2}$$

7. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} x^2 - 4 < 0 \\ x^2 - 4x < 5 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-1 < x < 2$

해설

부등식 $x^2 - 4 < 0$ 에서 $(x+2)(x-2) < 0$

$\therefore -2 < x < 2 \dots\dots \textcircled{㉠}$

$x^2 - 4x < 5$ 에서 $x^2 - 4x - 5 < 0$

$(x+1)(x-5) < 0$

$\therefore -1 < x < 5 \dots\dots \textcircled{㉡}$

따라서 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x 의 값이므로

$\therefore -1 < x < 2$

8. 이차부등식 $[x]^2 + [x] - 12 \leq 0$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$[x]^2 + [x] - 12 \leq 0 \text{에서}$$

$$([x] + 4)([x] - 3) \leq 0$$

$$\therefore -4 \leq [x] \leq 3$$

$$x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$\therefore -4 \leq x < 4$$

따라서 $a = -4$, $b = 4$ 이므로 $a + b = 0$ 이다

9. 부등식 $3[x]^2 + [x] - 10 \leq 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 1$

② $-3 \leq x < 2$

③ $-2 \leq x < 1$

④ $-2 \leq x < 2$

⑤ $-2 \leq x < 3$

해설

$$3[x]^2 + [x] - 10 \leq 0 \text{ 이므로}$$

$$([x] + 2)(3[x] - 5) \leq 0$$

$$-2 \leq [x] \leq \frac{5}{3}$$

$[x]$ 는 정수이므로

$$-2 \leq [x] \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 2$$

10. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$

② 2

③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을

α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 에서

$2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$ 이므로

$$x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$$

따라서, $\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2}$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$

$\therefore f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

11. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 10일 때, 방정식 $f(4x - 3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 10$

$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ 로 놓으면

$f(4x - 3) = a(4x - 3 - \alpha)(4x - 3 - \beta) = 0$

$$x = \frac{3 + \alpha}{4}, \quad \frac{3 + \beta}{4}$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } \frac{6 + \alpha + \beta}{4} = 4$$

12. 다음과 같은 포물선과 직선이 있다.

$$y = x^2 + (m-1)x + m^2 + 1$$
$$y = x + 1$$

포

물선이 직선보다 항상 위쪽에 존재하도록 m 의 범위를 정하면?

① $m < -2, m > \frac{2}{3}$

② $m < -1, m > \frac{2}{3}$

③ $m < -2, m > 2$

④ $m < 2, m > \frac{2}{3}$

⑤ $m < -5, m > \frac{2}{3}$

해설

$x^2 + (m-1)x + m^2 + 1 > x + 1$ 을
항상 만족시키도록 m 을 정하면 된다.

$x^2 + (m-2)x + m^2 > 0$ 에서 판별식

$$D = (m-2)^2 - 4m^2 < 0,$$

$$(m-2+2m)(m-2-2m) < 0$$

$$(3m-2)(m+2) > 0$$

$$\therefore m < -2, m > \frac{2}{3}$$

13. 이차함수 $y = -2x^2 - 2x + 1$ 의 그래프가 직선 $y = mx + n$ 보다 위쪽에 있는 x 의 값의 범위가 $-1 < x < \frac{3}{2}$ 일 때, 상수 m, n 의 곱 mn 의 값은?

① -6

② -2

③ 2

④ 4

⑤ 6

해설

부등식 $-2x^2 - 2x + 1 > mx + n$,

즉 $2x^2 + (m+2)x + n - 1 < 0$ 의 해가

$-1 < x < \frac{3}{2}$ 이므로

방정식 $2x^2 + (m+2)x + n - 1 = 0$ 의 해가

$x = -1$ 또는 $x = \frac{3}{2}$ 이다.

따라서 근과 계수의 관계에 의하여

$$-\frac{m+2}{2} = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}, \quad \frac{n-1}{2} = (-1) \cdot \frac{3}{2} = -\frac{3}{2} \text{ 이므로}$$

$$m = -3, \quad n = -2$$

$$\therefore mn = 6$$

14. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p 의 값의 범위는?

① $0 < p < 1$

② $\frac{1}{2} < p < 1$

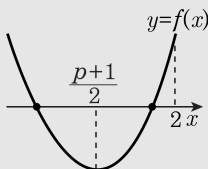
③ $1 \leq p < 2$

④ $1 < p < \frac{4}{3}$

⑤ $p > 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2 - p$ 라 하면 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (p+1)^2 - 4(2-p) > 0$$

$$p^2 + 6p - 7 > 0, (p+7)(p-1) > 0$$

$$\therefore p < -7 \text{ 또는 } p > 1$$

(ii) $f(2) > 0$ 에서 $2^2 - (p+1) \cdot 2 + 2 - p > 0$

$$3p < 4$$

$$\therefore p < \frac{4}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = \frac{p+1}{2}$ 이므로

$$\frac{p+1}{2} < 2$$

$$\therefore p < 3$$

(i), (ii), (iii)에서 $p < -7$ 또는 $1 < p < \frac{4}{3}$

그런데 $p > 0$ 이므로 $1 < p < \frac{4}{3}$

15. 이차방정식 $x^2 - 2mx + m + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m \leq -6$

② $m \leq -4$

③ $m \leq -2$

④ $m \leq 0$

⑤ $m \leq 2$

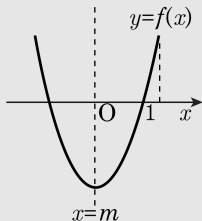
해설

$f(x) = x^2 - 2mx + m + 6 = (x - m)^2 - m^2 + m + 6$ 으로 놓으면

$$\frac{D}{4} = m^2 - 1 \cdot (m + 6) = m^2 - m - 6$$

$$f(1) = 1 - 2m + m + 6 = -m + 7$$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4} = m^2 - m - 6 \geq 0$

$$(m + 2)(m - 3) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -2 \text{ 또는 } m \geq 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

(ii) 경계값의 부호 : $f(1) = -m + 7 > 0$

$$\therefore m < 7 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

(iii) 축 : $m < 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m 의 값의 범위는 $m \leq -2$

16. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

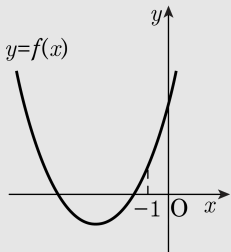
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

$$\text{이상에서 } -7 < k < -1$$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3개다.

17. 이차방정식 $x^2 - 2(m-4)x + 2m = 0$ 의 근에 대하여 다음 조건을 만족하도록 실수 m 의 값의 범위를 차례로 정한 것은 보기 중 어느 것인가?

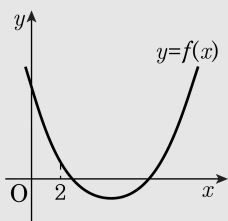
보기

- (i) 두 근이 모두 2보다 크다.
(ii) 2가 두 근 사이에 있다.

- ① $8 \leq m < 10, m > 10$ ② $8 \leq m < 10, m > 8$
③ $-10 \leq m < 10, m > 10$ ④ $-10 \leq m < 10, m > 8$
⑤ $8 \leq m < 10, m > 12$

해설

- (i) 경계값 $x = 2$ 에서



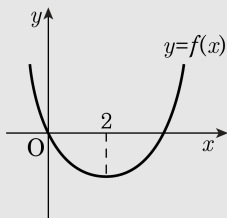
$$f(2) > 0$$

$$\text{축의 위치 } m - 4 > 2$$

$$\text{판별식 } D \geq 0$$

$$\therefore 8 \leq m < 10$$

- (ii)



$$f(2) < 0 \text{ 이기만 하면 된다.}$$

$$\therefore m > 10$$

18. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i) 축이 $x < 1$ 에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii) $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$$\therefore k = -6$$

19. 부등식 $|x - 1| \leq 3x - 1$ 의 해를 바르게 구한 것은?

① $x > 0$

② $x \geq 0$

③ $x \geq \frac{1}{2}$

④ $x \geq 1$

⑤ $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$x - 1 \leq 3x - 1$, $2x \geq 0$ 이므로 $x \geq 0 \therefore$ 조건과의 공통범위는
 $x \geq 1$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$-(x - 1) \leq 3x - 1, 4x \geq 2, x \geq \frac{1}{2}$$

$\therefore$ 조건과의 공통범위는 $\frac{1}{2} \leq x < 1$

(i), (ii)에서 $x \geq \frac{1}{2}$

20. $|x - 2| \leq 2x - 1$ 을 만족하는 x 의 최솟값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

(i) $x \geq 2$ 일 때

$$x - 2 \leq 2x - 1 \text{ 에서 } -1 \leq x$$

따라서 이 범위에서의 해는 $x \geq 2$

(ii) $x < 2$ 일 때

$$-x + 2 \leq 2x - 1 \text{ 에서 } 1 \leq x$$

따라서 이 범위에서의 해는 $1 \leq x < 2$

두 범위에서 구해진 해에 의해 나올 수 있는 x 의 최솟값은 1이다.

21. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $2 < x < 3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$2 < x < 3$ 가 해이므로

$$(x-2)(x-3) < 0$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0, a = -5, b = 6$$

$$\therefore a + b = 1$$

22. 부등식 $|4x - 2| < 6$ 의 해와 부등식 $ax^2 + 2x + b > 0$ 의 해가 서로 같을 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① -2

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 4

해설

$$|4x - 2| < 6, -6 < 4x - 2 < 6$$

$$\therefore -1 < x < 2$$

$$(x + 1)(x - 2) < 0 \Leftrightarrow ax^2 + 2x + b > 0$$

$$x^2 - x - 2 < 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{2}{a}x + \frac{b}{a} < 0$$

$$\frac{2}{a} = -1, \frac{b}{a} = -2$$

$$a = -2, b = 4$$

$$\therefore a + b = -2 + 4 = 2$$

23. 두 부등식 $-x^2 - 3x + 4 \leq 0$,

$x^2 + ax + b < 0$ 에 대하여

두 부등식 중 적어도 하나를 만족하는 x 의 값은 실수 전체이고, 두 부등식을 동시에 만족하는 x 의 값은 $1 \leq x < 3$ 일 때, 실수 a, b 의 합 $a + b$ 를 구하면?

① -12

② -11

③ -10

④ 11

⑤ 12

해설

$$-x^2 - 3x + 4 \leq 0, \quad x^2 + 3x - 4 \geq 0$$

$$\Rightarrow x \leq -4 \text{ 또는 } x \geq 1$$

$$\therefore a = 1, b = -12 \Rightarrow a + b = -11$$

24. 두 부등식 $|x - 1| < 2$, $x^2 - 2ax + a^2 - 4 \geq 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값의 범위가 $-1 < x \leq 2$ 가 되도록 상수 a 의 값을 정하면?

① 0

② -2

③ 4

④ -6

⑤ 8

해설

$|x - 1| < 2$ 의 해는 $-1 < x < 3$ 이므로
공통범위가 $-1 < x \leq 2$ 가 되려면 $x = 2$ 가
 $x^2 - 2ax + a^2 - 4 = 0$ 의 근이어야 한다.

$$\therefore 4 - 4a + a^2 - 4 = 0$$

$$\therefore a = 0, 4$$

그런데 $a = 0$ 이면,

공통범위는 $2 \leq x < 3$ 이 되어 모순이다.

$$\therefore a = 4$$