

1. 정수 x 의 값이 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $2x + 1$ 의 최댓값은?

- ① -3 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2x + 1$ 은 x 에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x 가 커지면 $2x + 1$ 값도 커진다.
따라서 $x = 2$ 일 때 $2x + 1$ 값은 최대이고 그 값은 5이다.

해설

$-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow -4 \leq 2x \leq 4$
 $\Rightarrow -3 \leq 2x + 1 \leq 5$
 $\therefore$ 최댓값은 5

2. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1 > -3 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $1 < x \leq 2$

② $1 \leq x < 2$

③ $x > 2$

④ $-1 \leq x < 2$

⑤ $-1 < x \leq 2$

해설

$$\begin{cases} 2x-1 > -3 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > -1 \\ x \leq 2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -1 < x \leq 2$$

3. 연립부등식 $-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$ 을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

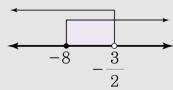
▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$$

$$\rightarrow \begin{cases} -4 + 5x < 3x - 7 \\ 3x - 7 \leq 4x + 1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x \geq -8 \end{cases}$$



가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$$\therefore (-2) + (-8) = -10$$

4. 어떤 정수에 4를 곱하고 6을 더하면 19보다 크고, 6배하고 3을 빼면 22보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 정수는 무엇인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

어떤 정수를 x 라고 하고, 문제의 조건에 따라 두 개의 식을 만든다. “어떤 정수에 4를 곱하고 6을 더하면 19보다 크고”을 식으로 표현하면, $4x + 6 > 19$ 이다. “어떤 정수에 6배하고 3을 빼면 22보다 작다”를 식으로 표현하면, $6x - 3 < 22$

이다. 두 개의 식을 연립방정식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 4x + 6 > 19 \\ 6x - 3 < 22 \end{cases}$$

이고, 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x > \frac{13}{4} \\ x < \frac{25}{6} \end{cases}$$
 이다. 따라서 어떤 정수는

$\frac{13}{4} < x < \frac{25}{6}$ 이므로 4이다.

5. 부등식 $\left|\frac{1}{2} - \frac{1}{3}x\right| \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

- ① 13개 ② 9개 ③ 6개 ④ 4개 ⑤ 2개

해설

$$-1 \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \leq 1$$

$$-6 \leq 3 - 2x \leq 6$$

$$-9 \leq -2x \leq 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

그런데 x 는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

6. 연립부등식 $3(2x-1) \leq 2(x+6)$, $2(x+6) \leq 5(x+1)$ 에 대하여 해를 구하면?

- ① $\frac{7}{3} < x < \frac{15}{4}$ ② $\frac{7}{3} \leq x < \frac{15}{4}$ ③ $2 \leq x < 5$
④ $\frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{7}{3} < x < 5$

해설

$$3(2x-1) \leq 2(x+6) \Rightarrow 6x-3 \leq 2x+12$$

$$\Rightarrow 4x \leq 15 \Rightarrow x \leq \frac{15}{4}$$

$$2(x+6) \leq 5(x+1) \Rightarrow 2x+12 \leq 5x+5$$

$$\Rightarrow x \geq \frac{7}{3}$$

$$\therefore \frac{7}{3} \leq x \leq \frac{15}{4}$$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 0.2x + 1.6 \leq x \\ \frac{5}{2}x - 10 \leq 5 \end{cases}$ 의 해가 $a \leq x \leq b$ 일 때, $b - a$ 의 값을 구하면?

① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} 2x + 16 \leq 10x \rightarrow 2 \leq x \\ 5x - 20 \leq 10 \rightarrow x \leq 6 \end{cases}$$

$$\therefore 2 \leq x \leq 6$$

$$a = 2, b = 6$$

$$\therefore b - a = 6 - 2 = 4$$

8. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{5}{2}x - 3 < 2 \\ 7x + k < 8x + 1 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수가 3 개일 때, 정수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

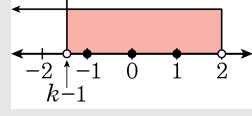
▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{cases} \frac{5}{2}x - 3 < 2 \\ 7x + k < 8x + 1 \end{cases} \quad \text{에서}$$

$$\begin{cases} x < 2 \\ x > k - 1 \end{cases}$$

두 식을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수가 3 개이려면 다음 그림과 같이 $-2 \leq k - 1 < -1$ 이어야 한다.



즉, $-1 \leq k < 0$ 이므로 정수 k 의 값은 -1 이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 4x + a \leq 3x \\ 7 > -4x - 5 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a 의 값의 범위는?

① $a \leq -3$

② $a \leq -1$

③ $a \leq 0$

④ $a \geq 1$

⑤ $a \geq 3$

해설

$$\begin{cases} 4x + a \leq 3x \\ 7 > -4x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \leq -a \\ x > -3 \end{cases}$$

해가 없으므로 $-a \leq -3$

$$\therefore a \geq 3$$

10. 어느 인터넷 유료 정보사이트는 한 달 기본 가입비가 19,000 원이고 정보 건당 이용료가 50 원이다. 한 달 사용 요금이 25,000 원 이상 30,000 원 이하가 되게 하려고 할 때, 옳지 않은 정보 이용 건수는?
- ① 120 건 ② 160 건 ③ 200 건
④ 220 건 ⑤ 240 건

해설

한 달 동안 x 건의 정보를 이용할 때, 사용하는 요금을 식으로 나타내면 $19000+50x$ 이다. 한 달 요금이 25,000 원 이상 30,000 원 이하가 되기 위해서는 $25000 \leq 19000 + 50x \leq 30000$ 이다.

이를 연립방정식으로 나타내면
$$\begin{cases} 19000 + 50x \geq 25000 \\ 19000 + 50x \leq 30000 \end{cases}$$
 이고,

정리하면
$$\begin{cases} x \geq 120 \\ x \leq 220 \end{cases}$$
 이다.

따라서 $120 \leq x \leq 220$ 이다.
그러므로, 120 건 이상 220 건 이하로 사용하여야 한다.

11. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 이 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위는?
- ① $k \leq -2$ ② $-1 \leq k \leq 2$ ③ $1 \leq k \leq 8$
④ $2 \leq k \leq 8$ ⑤ $k \leq 8$

해설

x^2 의 계수가 미지수 k 이므로

i) $k = 0$ 일 때 $8x + 2 \geq 0$ 에서 $x \geq -\frac{1}{4}$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 성립하는 것은 아니다.

ii) $k \neq 0$ 일 때 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$ 의 해가 모든 실수이려면 $k > 0 \cdots \textcircled{1}$

$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 2k \leq 0, k^2 - 10k + 16 \leq 0,$
 $(k-2)(k-8) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq k \leq 8 \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 의 공통 범위를 구하면 $2 \leq k \leq 8$
i), ii)에서 $2 \leq k \leq 8$ 이다.

12. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $2 < x < 3$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$2 < x < 3$ 가 해이므로

$$(x - 2)(x - 3) < 0$$

$$x^2 - 5x + 6 < 0, a = -5, b = 6$$

$$\therefore a + b = 1$$

13. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 의 두 실근을 α, β ($\alpha < \beta$)라 하고, 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$ 의 모든 해가 $\sqrt{2} \leq x < 3$ 의 범위 안에 있을 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

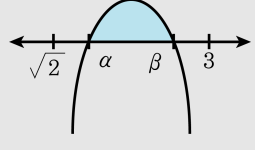
보기

- ㉠ $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$ ㉡ $ac > 0$
 ㉢ $4a + c < 2b$

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉠, ㉡ ④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢

해설

주어진 조건이 성립하려면 다음 그림과 같이 $a < 0$, $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta < 3$ 을 만족하여야 한다.



- ㉠ $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta$ 에서 $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$
 ㉡ $\alpha\beta = \frac{c}{a} > 0$ 이므로 $ac > 0$ 이다.
 ㉢ $f(-2) = 4a - 2b + c < 0$ 에서 $4a + c < 2b$

14. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 1 < x + 1 < x^2 - 3x + 1 \\ x + 3 > -x + 2 \end{cases}$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때,

$2a + b$ 의 값은?

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} \frac{x^2-1}{x+3} < \frac{x+1}{-x+2} < \frac{x^2-3x+1}{\cdots} \\ \text{(가)} & \text{(나)} & \text{(다)} \end{cases}$$

(가)에서 $x^2 - x - 2 < 0, (x - 2)(x + 1) < 0$

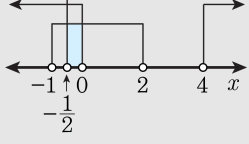
$\therefore -1 < x < 2$

(나)에서 $x^2 - 4x > 0, x(x - 4) > 0$

$\therefore x < 0$ 또는 $x > 4$

(다)에서 $2x > -1$

$\therefore x > -\frac{1}{2}$



$-\frac{1}{2} < x < 0$

따라서 $a = -\frac{1}{2}, b = 0$ 이므로 $2a + b = -1 + 0 = -1$

15. 부등식 $[x-1]^2 + 3[x] - 3 < 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

- ① $-2 \leq x < 1$ ② $-2 \leq x < 0$ ③ $-1 \leq x < 1$
④ $-1 \leq x < 0$ ⑤ $0 \leq x < 2$

해설

$x-1=A$ 라 하면 $x=A+1$
 $\therefore [A]^2 + 3[A+1] - 3 = [A]^2 + 3[A] + 3 - 3 < 0$
 $[A]([A]+3) < 0 \quad \therefore -3 < [A] < 0$
 $-2 \leq A < 0 \quad \therefore -2 \leq x-1 < 0$ 이므로
 $-1 \leq x < 1$

16. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ㉠ $\frac{1}{2}$ ㉡ 2 ㉢ $\frac{1}{3}$ ㉣ 3 ㉤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을

α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

한편, $f(2x + 1) = 0$ 에서

$2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$ 이므로

$$x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$$

따라서, $\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2}$

$$= \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면, $\alpha + \beta = 3$

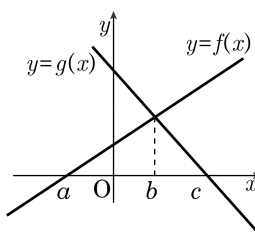
$f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면

$f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$

$\therefore f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

17. 두 개의 일차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차부등식 $f(x)g(x) \geq 0$ 의 해는?



- ① $a \leq x \leq b$ ② $a \leq x \leq c$
 ③ $b \leq x \leq c$ ④ $x \leq b, x \geq c$
 ⑤ $x \leq a, x \geq c$

해설

$f(x)g(x) \geq 0$ 을 만족하는 경우는 다음과 같이 두 가지의 경우가 있다.
 $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$ 또는 $f(x) \leq 0, g(x) \leq 0$
 그런데 그래프에서 $f(x) \leq 0, g(x) \leq 0$ 의 경우는 없으므로 $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$ 을 만족하는 x 의 범위를 구하면 된다.
 주어진 함수의 그래프를 살펴 보면
 $x \leq a$ 일 때, $f(x) \leq 0, g(x) \geq 0$
 $a \leq x \leq c$ 일 때, $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$
 $x \geq c$ 일 때, $f(x) \geq 0, g(x) \leq 0$
 따라서 구하는 해는 $a \leq x \leq c$

18. 포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있도록 실수 k 의 범위를 구하면?

- ① $k < -1$ ② $-1 < k < 0$ ③ $k > 0$
④ $0 < k < 1$ ⑤ $k > 1$

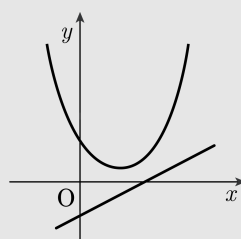
해설

포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있으려면
위 그림에서 모든 실수 x 에 대하여
부등식 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 가 항상 성립
해야 한다.

즉 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 에서
판별식이 0 보다 작아야 하므로

$$\frac{D}{4} = 4 - (3 - k) < 0$$

$$\therefore k < -1$$



19. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$ 이 $x < 1$ 에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 범위를 구하면 $a \leq k$ 이다. 이 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$ 라 놓으면

i) 축이 $x < 1$ 에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1, a < 2$

ii) $f(1) > 0, 1 - a + 9 > 0, a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$D = a^2 - 4 \cdot 9 \geq 0, a \geq 6, a \leq -6$

따라서 i), ii), iii)에 의해 $a \leq -6$

$\therefore k = -6$

20. 다음의 연립부등식 $\begin{cases} 3x+5 \leq x-7 \\ 3\left(\frac{x}{2}+a\right) \geq 3 \end{cases}$ 의 해는 1 개라고 한다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\begin{cases} 3x+5 \leq x-7 \\ 3\left(\frac{x}{2}+a\right) \geq 3 \end{cases}$ 의 해가 1 개이려면 교점을 한 개 만 가져야 한다.

$\begin{cases} x \leq -6 \\ x \geq 2-2a \end{cases}$ 교점을 한 개 가지려면 $-6 = 2-2a$ 이어야 한다.

그러므로 $a = 4$ 이다.

21. 부등식 $3 - |2 - x| \leq -1$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 4$ 또는 $x \leq -1$

② $x \geq 6$ 또는 $x \leq -2$

③ $-2 \leq x \leq 4$

④ $-1 \leq x \leq 4$

⑤ $0 \leq x \leq 4$

해설

i) $x < 2$ 일때, $3 - (2 - x) \leq -1$, $x \leq -2$

$\therefore x \leq -2$

ii) $x \geq 2$ 일때, $3 - (x - 2) \leq -1$, $x \geq 6$

$\therefore x \geq 6$

22. 부등식 $3x^2 \geq 2|x-1| + 3$ 의 해가 $x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$ 일 때, $3\alpha + \beta$ 의 값은?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

(i) $x < 1$ 일 때,

$$3x^2 \geq -2(x-1) + 3, \quad 3x^2 + 2x - 5 \geq 0$$

$$(x-1)(3x+5) \geq 0 \quad \therefore x \leq -\frac{5}{3} \quad \text{또는} \quad x \geq 1$$

그런데 $x < 1$ 이므로 $x \leq -\frac{5}{3}$

(ii) $x \geq 1$ 일 때,

$$3x^2 \geq 2(x-1) + 3, \quad 3x^2 - 2x - 1 \geq 0$$

$$(x-1)(3x+1) \geq 0 \quad \therefore x \leq -\frac{1}{3} \quad \text{또는} \quad x \geq 1$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x \geq 1$

(i), (ii)에 의해 $\therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$

따라서 $\alpha = -\frac{5}{3}, \beta = 1$ 이므로 $3\alpha + \beta = -4$

23. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 을 만족하는 x 의 범위가 $-1 < x < 3$ 일 때, 부등식 $bx^2 - ax - c < 0$ 을 풀어라.

① $-\frac{3}{2} < x < 1$

② $-\frac{1}{2} < x < 0$

③ $x < 2$

④ $0 < x < 3$

⑤ $x < -1$ 또는 $2 < x$

해설

$$ax^2 + bx + c > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$$

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 양변을 $a(a < 0)$ 로 나누면

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3 < 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} = -2, \frac{c}{a} = -3$$

$bx^2 - ax - c < 0$ 의 양변을 a 로 나누면

$$\frac{b}{a}x^2 - x - \frac{c}{a} > 0, -2x^2 - x + 3 > 0$$

$$2x^2 + x - 3 < 0, (2x+3)(x-1) < 0$$

$$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$$

24. 두 부등식 $|x-a| < 2$, $x^2 - 2x + 1 - b^2 \leq 0$ 을 동시에 만족하는 x 의 값이 없도록 하는 양수 a, b 의 관계식은?

- ① $a - b \geq 3$ ② $a - b \leq 3$ ③ $a - b > 3$
④ $a - b < 3$ ⑤ $a - b > -3$

해설

$-2 < x - a < 2$
 $\Rightarrow -2 + a < x < 2 + a$
 $x^2 - 2x + 1 - b^2 \geq 0$
 $\Rightarrow \{x - (1 + b)\} \{x - (1 - b)\} \leq 0$
 $\Rightarrow 1 - b \leq x \leq 1 + b$
두 부등식의 공통범위가 없으려면
 $2 + a \leq 1 - b$ 이거나
 $1 + b \leq -2 + a$ 이어야 한다
 $\Rightarrow a + b \leq -1$ 또는 $a - b \geq 3$