1. 정수 x의 값이 $-2 \le x \le 2$일 때, $2x+1$의 최댓값은?

① -3 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

$2x+1$은 x에 2를 곱하고 1을 더하여 얻은 값이다. 그러므로 x가 커지면 $2x+1$값도 커진다.
따라서 $x=2$일 때 $2x+1$값은 최대이고 그 값은 5 이다.

해설

$-2 \le x \le 2 \Rightarrow -4 \le 2x \le 4$
$\Rightarrow -3 \le 2x+1 \le 5$
$\therefore$ 최댓값은 5

2. 연립부등식 $\begin{cases} 2x-1>-3 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases}$ 의 해를 구하면?

① $1<x \leq 2$ ② $1 \leq x<2$ ③ $x>2$

④ $-1 \leq x<2$ ⑤ $-1<x \leq 2$

해설

$\begin{cases} 2x-1>-3 \\ x+3 \geq 3x-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x \leq 2 \end{cases}$

$\Rightarrow -1<x \leq 2$

3. 연립부등식 $-4+5x<3x-7\le 4x+1$을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

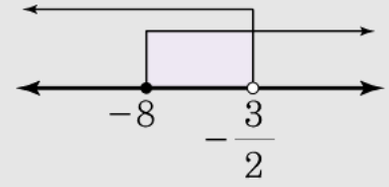
▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$-4+5x<3x-7\le 4x+1$

$\rightarrow \begin{cases} -4+5x<3x-7 \\ 3x-7\le 4x+1 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x<-\dfrac{3}{2} \\ x\ge -8 \end{cases}$



가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$\therefore\ (-2)+(-8)=-10$

4. 어떤 정수에 4 를 곱하고 6 을 더하면 19 보다 크고, 6 배하고 3 을 빼면 22 보다 작다고 한다. 이 때, 어떤 정수는 무엇인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

어떤 정수를 x 라고 하고, 문제의 조건에 따라 두 개의 식을 만든다. "어떤 정수에 4 를 곱하고 6 을 더하면 19 보다 크고" 을 식으로 표현하면, $4x + 6 > 19$ 이다. "어떤 정수에 6 배하고 3 을 빼면 22 보다 작다" 를 식으로 표현하면, $6x - 3 < 22$ 이다. 두 개의 식을 연립방정식으로 표현하면, $\begin{cases} 4x + 6 > 19 \\ 6x - 3 < 22 \end{cases}$

이고, 이를 간단히 하면, $\begin{cases} x > \frac{13}{4} \\ x < \frac{25}{6} \end{cases}$ 이다. 따라서 어떤 정수는 $\frac{13}{4} < x < \frac{25}{6}$ 이므로 4 이다.

5. 부등식 $\left|\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x\right| \le 1$을 만족하는 자연수 x의 개수를 구하면?

① 13개 ② 9개 ③ 6개 ④ 4개 ⑤ 2개

해설

$-1 \le \frac{1}{2}-\frac{1}{3}x \le 1$

$-6 \le 3-2x \le 6$

$-9 \le -2x \le 3$

$\therefore -\frac{3}{2} \le x \le \frac{9}{2}$

그런데 x는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

6. 연립부등식 $3(2x-1) \le 2(x+6),\ 2(x+6) \le 5(x+1)$ 에 대하여 해를 구하면?

① $\frac{7}{3} < x < \frac{15}{4}$ ② $\frac{7}{3} \le x < \frac{15}{4}$ ③ $2 \le x < 5$

④ $\frac{7}{3} \le x \le \frac{15}{4}$ ⑤ $\frac{7}{3} < x < 5$

해설

$3(2x-1) \le 2(x+6) \Rightarrow\ 6x-3 \le 2x+12$

$\Rightarrow\ 4x \le 15 \Rightarrow\ x \le \frac{15}{4}$

$2(x+6) \le 5(x+1) \Rightarrow\ 2x+12 \le 5x+5$

$\Rightarrow\ x \ge \frac{7}{3}$

$\therefore \frac{7}{3} \le x \le \frac{15}{4}$

7. 연립부등식 $\begin{cases} 0.2x + 1.6 \le x \\ \frac{5}{2}x - 10 \le 5 \end{cases}$ 의 해가 $a \le x \le b$ 일 때, $b - a$의 값을 구하면?

① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

$\begin{cases} 2x + 16 \le 10x \rightarrow 2 \le x \\ 5x - 20 \le 10 \rightarrow x \le 6 \end{cases}$

$\therefore \ 2 \le x \le 6$

$a = 2, \ b = 6$

$\therefore \ b - a = 6 - 2 = 4$

8. 연립부등식 $\begin{cases} \frac{5}{2}x-3<2 \\ 7x+k<8x+1 \end{cases}$ 을 만족하는 정수 x 의 개수가 3 개일 때, 정수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

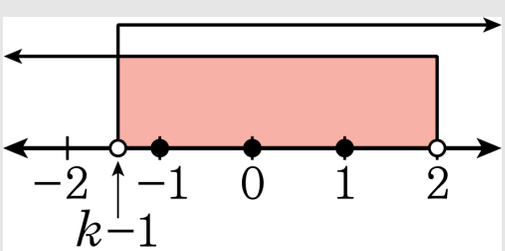
▷ 정답 : -1

해설

$\begin{cases} \frac{5}{2}x-3<2 \\ 7x+k<8x+1 \end{cases}$ 에서

$\begin{cases} x<2 \\ x>k-1 \end{cases}$

두 식을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수가 3 개이려면 다음 그림과 같이 $-2 \le k-1 < -1$ 이어야 한다.



즉, $-1 \le k < 0$ 이므로 정수 k 의 값은 -1 이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 4x + a \le 3x \\ 7 > -4x - 5 \end{cases}$ 의 해가 없을 때, a의 값의 범위는?

① $a \le -3$ ② $a \le -1$ ③ $a \le 0$

④ $a \ge 1$ ⑤ $a \ge 3$

해설

$\begin{cases} 4x + a \le 3x \\ 7 > -4x - 5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \le -a \\ x > -3 \end{cases}$

해가 없으므로 $-a \le -3$

$\therefore\ a \ge 3$

10. 어느 인터넷 유료 정보사이트는 한 달 기본 가입비가 19,000 원이고 정보 건당 이용료가 50 원이다. 한 달 사용 요금이 25,000 원 이상 30,000 원 이하가 되게 하려고 할 때, 옳지 <u>않은</u> 정보 이용 건수는?

① 120 건 ② 160 건 ③ 200 건

④ 220 건 ⑤ 240 건

해설

한 달 동안 x 건의 정보를 이용할 때, 사용하는 요금을 식으로 나타내면 $19000+50x$ 이다. 한 달 요금이 25,000 원 이상 30,000 원 이하가 되기 위해서는 $25000 \le 19000 + 50x \le 30000$ 이다.

이를 연립방정식으로 나타내면 $\begin{cases} 19000 + 50x \ge 25000 \\ 19000 + 50x \le 30000 \end{cases}$ 이고,

정리하면 $\begin{cases} x \ge 120 \\ x \le 220 \end{cases}$ 이다.

따라서 $120 \le x \le 220$ 이다.

그러므로, 120 건 이상 220 건 이하로 사용하여야 한다.

11. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$이 성립하도록 하는 실수 k의 값의 범위는?

① $k \leq -2$ ② $-1 \leq k \leq 2$ ③ $1 \leq k \leq 8$

④ $2 \leq k \leq 8$ ⑤ $k \leq 8$

해설

x^2의 계수가 미지수 k이므로

i) $k = 0$일 때 $8x + 2 \geq 0$에서 $x \geq -\frac{1}{4}$이므로

모든 실수 x에 대하여 성립하는 것은 아니다.

ii) $k \neq 0$일 때 $kx^2 - 2(k-4)x + 2 \geq 0$의 해가 모든 실수이려면

$k > 0 \cdots$ ㉠

$\frac{D}{4} = (k-4)^2 - 2k \leq 0,\ k^2 - 10k + 16 \leq 0,$

$(k-2)(k-8) \leq 0 \quad \therefore 2 \leq x \leq 8 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $2 \leq k \leq 8$

i), ii)에서 $2 \leq k \leq 8$이다.

12. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$의 해가 $2 < x < 3$일 때, $a + b$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2 < x < 3$ 가 해이므로

$(x-2)(x-3) < 0$

$x^2 - 5x + 6 < 0,\ a = -5, b = 6$

$\therefore\ a + b = 1$

13. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$의 두 실근을 α, β $(\alpha < \beta)$라 하고, 부등식 $ax^2 + bx + c \geq 0$의 모든 해가 $\sqrt{2} \leq x < 3$의 범위 안에 있을 때, <보기> 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

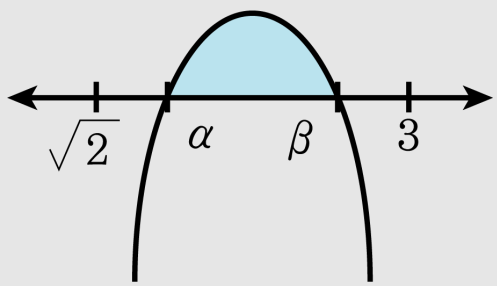
ㄱ $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$ ㄴ $ac > 0$

ㄷ $4a + c < 2b$

① ㄱ ② ㄴ ③ ㄱ, ㄴ ④ ㄱ, ㄷ ⑤ ㄴ, ㄷ

해설

주어진 조건이 성립하려면 다음 그림과 같이
$a < 0$, $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta < 3$을 만족하여야 한다.



ㄱ $\sqrt{2} \leq \alpha < \beta$에서 $\alpha + \beta > 2\sqrt{2}$

ㄴ $\alpha\beta = \dfrac{c}{a} > 0$이므로 $ac > 0$이다.

ㄷ $f(-2) = 4a - 2b + c < 0$에서 $4a + c < 2b$

14. 연립부등식 $\begin{cases} x^2-1 < x+1 < x^2-3x+1 \\ x+3 > -x+2 \end{cases}$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $2a+b$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{cases} \underbrace{x^2-1 < x+1}_{(가)} < \underbrace{x^2-3x+1}_{(나)} \\ x+3 > -x+2 \cdots (다) \end{cases}$$

(가)에서 $x^2-x-2<0, (x-2)(x+1)<0$

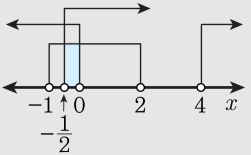
$\therefore -1 < x < 2$

(나)에서 $x^2-4x>0, x(x-4)>0$

$\therefore x<0$ 또는 $x>4$

(다)에서 $2x > -1$

$\therefore x > -\frac{1}{2}$



$-\frac{1}{2} < x < 0$

따라서 $a=-\frac{1}{2}, b=0$ 이므로 $2a+b=-1+0=-1$

15. 부등식 $[x-1]^2+3[x]-3<0$의 해는? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① $-2 \le x < 1$ ② $-2 \le x < 0$ ③ $-1 \le x < 1$

④ $-1 \le x < 0$ ⑤ $0 \le x < 2$

해설

$x-1=A$라 하면 $x=A+1$

$\therefore [A]^2+3[A+1]-3=[A]^2+3[A]+3-3<0$

$[A]([A]+3)<0 \quad \therefore -3<[A]<0$

$-2 \le A < 0 \quad \therefore -2 \leqq x-1<0$이므로

$-1 \le x < 1$

16. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x+1)=0$의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{1}{4}$

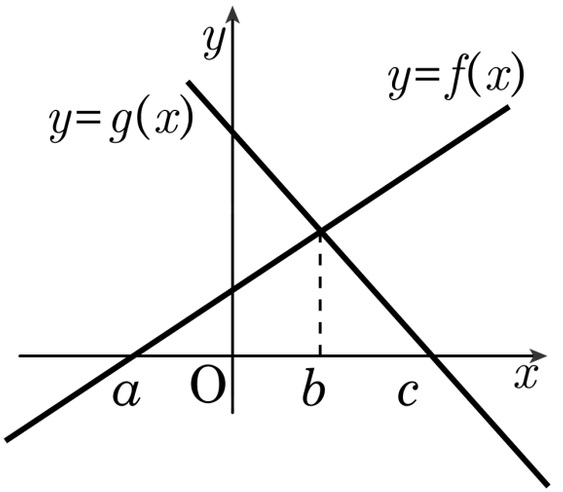
해설

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을
α, β라 하면, $\alpha+\beta=3$
한편, $f(2x+1)=0$에서
$2x+1=\alpha$, $2x+1=\beta$이므로
$x=\frac{\alpha-1}{2}$, $\frac{\beta-1}{2}$
따라서, $\frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}$
$=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β라 하면, $\alpha+\beta=3$
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$라 하면
$f(2x+1)=k(2x+1-\alpha)(2x+1-\beta)$
$\therefore$ $f(2x+1)=0$의 두 근은 $x=\frac{\alpha-1}{2}$, $\frac{\beta-1}{2}$
$\therefore \frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$

17. 두 개의 일차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차부등식 $f(x)g(x) \geq 0$ 의 해는?



① $a \leq x \leq b$ ② $a \leq x \leq c$

③ $b \leq x \leq c$ ④ $x \leq b,\ x \geq c$

⑤ $x \leq a,\ x \geq c$

해설

$f(x)g(x) \geq 0$ 을 만족하는 경우는 다음과 같이 두 가지의 경우가 있다.

$f(x) \geq 0,\ g(x) \geq 0$ 또는 $f(x) \leq 0$, $g(x) \leq 0$

그런데 그래프에서 $f(x) \leq 0,\ g(x) \leq 0$ 의 경우는 없으므로 $f(x) \geq 0,\ g(x) \geq 0$ 을 만족하는 x 의 범위를 구하면 된다.

주어진 함수의 그래프를 살펴 보면

$x \leq a$ 일 때, $f(x) \leq 0$, $g(x) \geq 0$

$a \leq x \leq c$ 일 때, $f(x) \geq 0,\ g(x) \geq 0$

$x \geq c$ 일 때, $f(x) \geq 0,\ g(x) \leq 0$

따라서 구하는 해는 $a \leq x \leq c$

18. 포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있도록 실수 k 의 범위를 구하면?

① $k < -1$ ② $-1 < k < 0$ ③ $k > 0$

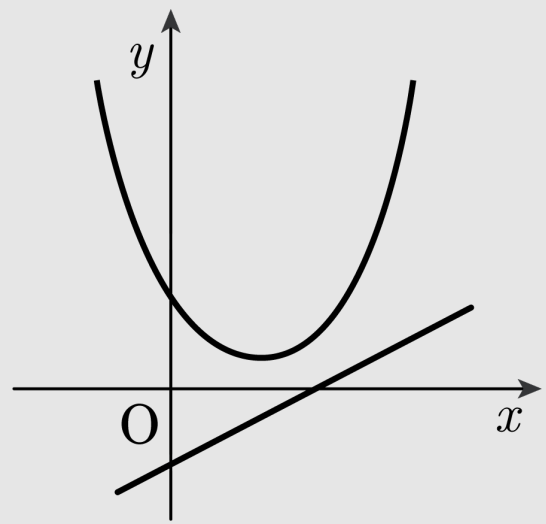
④ $0 < k < 1$ ⑤ $k > 1$

해설

포물선 $y = x^2 - 2x + 3$ 이 직선 $y = 2x + k$ 보다 위쪽에 있으려면

위 그림에서 모든 실수 x 에 대하여

부등식 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 가 항상 성립해야 한다.



즉 $x^2 - 4x + 3 - k > 0$ 에서

판별식이 0 보다 작아야 하므로

$$\frac{D}{4} = 4 - (3 - k) < 0$$

$\therefore\ k < -1$

19. x에 관한 이차방정식 $x^2 - ax + 9 = 0$이 $x < 1$에서 두 개의 실근을 갖도록 하는 실수 a의 범위를 구하면 $a \le k$이다. 이 때, k의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $k = -6$

해설

$f(x) = x^2 - ax + 9$라 놓으면

i) 축이 $x < 1$에 있어야 하므로 $\frac{1}{2}a < 1,\ a < 2$

ii) $f(1) > 0,\quad 1 - a + 9 > 0,\quad a < 10$

iii) 두 개의 실근을 가져야 하므로

$\mathrm{D} = a^2 - 4 \cdot 9 \ge 0,\ a \ge 6,\ a \le -6$

따라서 i), ii), iii) 에 의해 $a \le -6$

$\therefore k = -6$

20. 다음의 연립부등식 $\begin{cases} 3x+5 \le x-7 \\ 3\left(\frac{x}{2}+a\right) \ge 3 \end{cases}$ 의 해는 1 개라고 한다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$\begin{cases} 3x+5 \le x-7 \\ 3\left(\frac{x}{2}+a\right) \ge 3 \end{cases}$ 의 해가 1 개이려면 교점을 한 개 만 가져야 한다.

$\begin{cases} x \le -6 \\ x \ge 2-2a \end{cases}$ 교점을 한 개 가지려면 $-6 = 2-2a$ 이어야 한다.

그러므로 $a = 4$ 이다.

21. 부등식 $3 - |2 - x| \leq -1$ 의 해를 구하면?

① $x \geq 4$ 또는 $x \leq -1$

② $x \geq 6$ 또는 $x \leq -2$

③ $-2 \leq x \leq 4$

④ $-1 \leq x \leq 4$

⑤ $0 \leq x \leq 4$

해설

i) $x < 2$ 일때, $3 - (2 - x) \leq -1$, $x \leq -2$

$\therefore x \leq -2$

ii) $x \geq 2$ 일때, $3 - (x - 2) \leq -1$, $x \geq 6$

$\therefore x \geq 6$

22. 부등식 $3x^2 \geq 2|x-1|+3$의 해가 $x \leq \alpha$ 또는 $x \geq \beta$일 때, $3\alpha+\beta$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

(i) $x<1$일 때,

$3x^2 \geq -2(x-1)+3,\ 3x^2+2x-5 \geq 0$

$(x-1)(3x+5) \geq 0 \ \therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$

그런데 $x<1$이므로 $x \leq -\frac{5}{3}$

(ii) $x \geq 1$일 때,

$3x^2 \geq 2(x-1)+3,\ 3x^2-2x-1 \geq 0$

$(x-1)(3x+1) \geq 0 \therefore x \leq -\frac{1}{3}$ 또는 $x \geq 1$

그런데 $x \geq 1$이므로 $x \geq 1$

(i), (ii)에 의해 $\therefore x \leq -\frac{5}{3}$ 또는 $x \geq 1$

따라서 $\alpha = -\frac{5}{3},\ \beta = 1$이므로 $3\alpha+\beta = -4$

23. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$을 만족하는 x의 범위가 $-1 < x < 3$일 때, 부등식 $bx^2 - ax - c < 0$을 풀어라.

① $-\frac{3}{2} < x < 1$ ② $-\frac{1}{2} < x < 0$

③ $x < 2$ ④ $0 < x < 3$

⑤ $x < -1$ 또는 $2 < x$

해설

$ax^2 + bx + c > 0 \Leftrightarrow -1 < x < 3$

$ax^2 + bx + c > 0$의 양변을 $a(a < 0)$로 나누면

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-3) = x^2 - 2x - 3 < 0$

$\therefore \frac{b}{a} = -2, \frac{c}{a} = -3$

$bx^2 - ax - c < 0$의 양변을 a로 나누면

$\frac{b}{a}x^2 - x - \frac{c}{a} > 0, -2x^2 - x + 3 > 0$

$2x^2 + x - 3 < 0, (2x+3)(x-1) < 0$

$\therefore -\frac{3}{2} < x < 1$

24. 두 부등식 $|x-a|<2$, $x^2-2x+1-b^2 \le 0$을 동시에 만족하는 x의 값이 없도록 하는 양수 a, b의 관계식은?

① $a-b \ge 3$ ② $a-b \le 3$ ③ $a-b > 3$

④ $a-b < 3$ ⑤ $a-b > -3$

해설

$-2 < x-a < 2$

$\Rightarrow \quad -2+a < x < 2+a$

$x^2-2x+1-b^2 \ge 0$

$\Rightarrow \{x-(1+b)\}\{x-(1-b)\} \le 0$

$\Rightarrow \quad 1-b \le x \le 1+b$

두 부등식의 공통범위가 없으려면

$2+a \le 1-b$이거나

$1+b \le -2+a$이어야 한다

$\Rightarrow a+b \le -1$ 또는 $a-b \ge 3$