

1. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -(x - 1)^2 + 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

위로 볼록하기 위해서는 이차항의 계수가 음수여야 하고, 이차항의 계수의 절댓값이 높을수록 폭이 좁다.

2. $y = ax^2 + bx + 8$ 의 그래프가 두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나며, 최댓값 또는 최솟값이 c 일 때, $a - b + c$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

두 점 $(-2, 0)$, $(4, 0)$ 을 지나므로

$$0 = 4a - 2b + 8, 2a - b = -4$$

$$0 = 16a + 4b + 8, 4a + b = -2$$

$$a = -1, b = 2$$

$$\therefore y = -x^2 + 2x + 8 = -(x - 1)^2 + 9$$

$x = 1$ 일 때, 최댓값 9, 즉 $c = 9$ 이다.

$$\therefore a - b + c = 6$$

3. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$

② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$

④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 -1 이므로 구하는 이차방정식의
두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 -2
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$
양변에 2를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

4. 실수 a, b 에 대하여 $a \circ b = ab - a - b$ 라고 할 때, $(x-1) \circ (x+2) = x+2$ 의 두 근을 α, β 라 한다. 이때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 14

② 16

③ 18

④ 20

⑤ 22

해설

$$\begin{aligned} & (x-1) \circ (x+2) \\ &= (x-1)(x+2) - (x-1) - (x+2) \\ &= x+2 \end{aligned}$$

$$x^2 - 2x - 5 = 0$$

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = -5$$

$$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 14$$

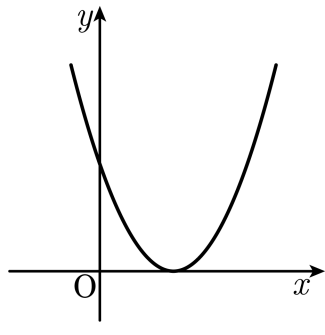
5. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표와 축의 방정식을 짝지은 것이 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표 : (1, 4) , 축의 방정식 : $x = 1$
 - ② 꼭짓점의 좌표 : (2, -1) , 축의 방정식 : $x = 2$
 - ③ 꼭짓점의 좌표 : (-1, -3) , 축의 방정식 : $x = -1$
 - ④ 꼭짓점의 좌표 : (-1, 4) , 축의 방정식 : $x = -1$
 - ⑤ 꼭짓점의 좌표 : (-2, -3) , 축의 방정식 : $x = -2$

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼭짓점의 좌표는 (p, q) , 축의 방정식은 $x = p$ 이다.

$y = -\frac{2}{3}(x+2)^2 - 3$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(-2, -3)$, 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.

6. 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p 의 부호는?



- ① $a > 0, p > 0$ ② $a > 0, p < 0$ ③ $a < 0, p = 0$
④ $a < 0, p < 0$ ⑤ $a < 0, p > 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$ 이고 x 축의 오른쪽에 있으므로 $p > 0$ 이다.
따라서 $a > 0, p > 0$ 이다.

7. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \frac{4}{a^2}$ 의 값은?

- ① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \frac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \frac{2}{a} = 4$

$$\therefore a^2 + \frac{4}{a^2} = \left(a + \frac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$$

8. 다음 방정식 중에서 중근을 갖지 않는 것은?

① $x^2 - 4x + 4 = 0$

② $x^2 + 3x + \frac{9}{4} = 0$

③ $x^2 = x - 1$

④ $x^2 = x - \frac{1}{4}$

⑤ $x^2 - 6x = -9$

해설

③ $D = 1 - 4 < 0$ $\therefore$ 근이 없다.

9. 한 근이 $3 + \sqrt{6}$ 인 이차방정식 $ax^2 - 2x + b = 0$ 이 있을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

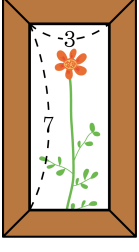
$ax^2 - 2x + b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로 $3 + \sqrt{6}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{6}$ 도 근이다.

$$\frac{b}{a} = (3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6}) = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 3$$

10. 다음 그림과 같이 가로가 3, 세로가 7 인 직사각형 모양의 사진이 있다. 이 사진의 둘레에 폭이 일정하게 종이를 붙일 때, 종이의 넓이가 24 라고 하면, 종이의 폭은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

종이의 폭을 x 라 하면, 종이와 액자의 넓이의 합은
 $(3 + 2x)(7 + 2x) = 21 + 24$
 $4(x^2 + 5x - 6) = 0$
 $(x + 6)(x - 1) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 1$

11. 이차함수 $y = x^2 - 5x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 각각 P, Q 라 할 때, 점 P 에서 점 Q 사이의 거리가 9 일 때, 이 포물선의 y 절편을 구하여라.

① -14 ② -7 ③ -1 ④ 4 ⑤ 45

해설

점 P 의 좌표 a 라 하면 Q 좌표는 $a + 9$

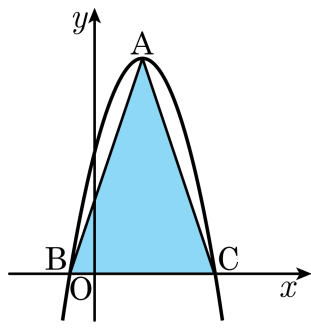
두 근의 합은 5

$$\therefore a + (a + 9) = 5, a = -2$$

$\therefore$ 두 점은 $(-2, 0), (7, 0)$

$$\text{두 근의 곱은 } k = (-2) \times 7 = -14$$

12. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 두 점 B 와 C 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 15 ② 21 ③ 27 ④ 33 ⑤ 39

해설

$y = -x^2 + 4x + 5 = -(x - 2)^2 + 9$ 에서 꼭짓점의 좌표는 A (2, 9)
 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x + 5$, $x^2 - 4x - 5 = 0 (x - 5)(x + 1) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = -1$
 따라서 두 점 B, C 의 좌표는 B (-1, 0), C (5, 0) 이므로 $\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

13. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

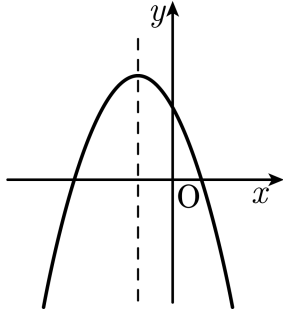
- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1) 이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1) , y 절편이 3 인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

14. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = cx^2 + ax + b$ 의 그래프의 꼭짓점은 제 몇 사분면에 있는가?



- ① 제1 사분면 ② 제2 사분면 ③ 제3 사분면
 ④ 제4 사분면 ⑤ 답이 없다.

해설

$$a < 0, c > 0, -\frac{b}{2a} < 0 \text{ 에서 } b < 0 \therefore a < 0, b < 0, c > 0$$

$y = cx^2 + ax + b$ 에서

(1) $c > 0$ 이므로 아래로 볼록

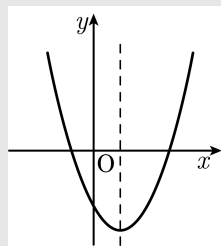
(2) 꼭짓점의 x 좌표를 구하면

$$\begin{aligned} y &= c \left(x^2 + \frac{a}{c}x + \frac{a^2}{4c^2} - \frac{a^2}{4c^2} \right) + b \\ &= c \left(x + \frac{a}{2c} \right)^2 - \frac{a^2}{4c} + b \end{aligned}$$

$$\text{즉 : } -\frac{a}{2c} > 0$$

(3) y 절편 : $b < 0$

따라서, 그래프는 다음 그림과 같으므로 꼭짓점은 제4사분면에 있다.



15. 세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나는 이차함수의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, 이차함수 $y = bx^2 + cx + a$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?

- ☐㉠

아래로 볼록한 형태의 그래프이다.
- ☐㉡

y 절편은 3 이다.
- ☐㉢

x 절편은 두 개이다.
- ☐㉣

왼쪽 위를 향하는 포물선 그래프이다.
- ☐㉤

왼쪽 위를 향한다.

- ① ㉠,㉡
- ② ㉡,㉢
- ③ ㉡,㉤
- ④ ㉢,㉣
- ⑤ ㉣,㉤

해설

세 점 $(0, -4)$, $(1, -1)$, $(2, 8)$ 을 지나므로
 $-4 = c$
 $-1 = a + b + c$
 $8 = 4a + 2b + c$
세 식을 연립하면, $a = 3$, $b = 0$, $c = -4$ 이다.
따라서 $y = bx^2 + cx + a$ 는
 $y = -4x + 3$ 이고, 이 함수의 그래프는 y 절편이 3 이고 왼쪽
위를 향하는 직선이다.

16. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+2)(x-6)$ 의 그래프에서 최댓값을 구하면?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{2}(x+2)(x-6) \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 4x - 12) \\&= -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 8\end{aligned}$$

$x = 2$ 일 때 최댓값은 8 이다.

17. 이차함수 $y = -2x^2 + 4mx + m - 1$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

- ① $-\frac{7}{2}$ ② -2 ③ $-\frac{9}{8}$ ④ 3 ⑤ $\frac{10}{3}$

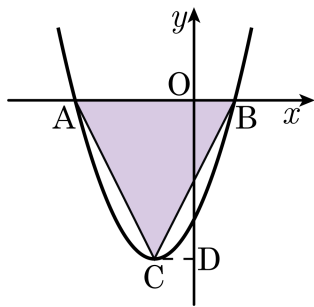
해설

$$y = -2x^2 + 4mx + m - 1 = -2(x - m)^2 + m - 1 + 2m^2$$

$$M = 2m^2 + m - 1 = 2\left(m + \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{9}{8}$$

M 은 $m = -\frac{1}{4}$ 일 때 최솟값 $-\frac{9}{8}$ 를 갖는다.

18. 다음 그림과 같이 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 꼭짓점을 C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 1)^2 - 4$$

$$C(-1, -4)$$

$$y = 0 \text{ 일 때 } x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0 \text{ 이므로}$$

$$A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

19. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다

해설

$$\begin{aligned}y &= 50t - 5t^2 \\y &= -5(t^2 - 10t + 25 - 25) \\&= -5(t - 5)^2 + 125\end{aligned}$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.