

1. 다음 중 $x = -3$ 이 해가 되는 이차방정식은? (정답 2 개)

① $x(x + 2) = 0$

② $x^2 + 2x - 3 = 0$

③ $x^2 + 5x + 6 = 0$

④ $2x^2 - x - 1 = 0$

⑤ $2x^2 + 4 = 0$

해설

② $(x - 1)(x + 3) = 0$

③ $(x + 2)(x + 3) = 0$

2. 이차방정식 $3x^2 - 4x - 2 = 0$ 의 해가 $x = \frac{2 \pm \sqrt{k}}{3}$ 일 때, k 의 값은?

① 50

② 40

③ 30

④ 20

⑤ 10

해설

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{3}$$

$$\therefore k = 10$$

3. 다음 이차함수의 그래프 중 아래로 볼록한 것은?

① $y = -4x^2$

② $y = \frac{1}{3}x^2$

③ $y = -3x^2$

④ $y = -\frac{1}{4}x^2$

⑤ $y = -2x^2$

해설

아래로 볼록하려면 (x^2 의 계수) > 0 이므로 $y = \frac{1}{3}x^2$

4. 다음 이차함수의 그래프 중에서 아래로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = \frac{1}{4}x^2$

② $y = -\frac{1}{4}x^2$

③ $y = 2x^2$

④ $y = -2x^2$

⑤ $y = -x^2$

해설

$y = kx^2$ ($k > 0$)의 꼴은 아래로 볼록하고, k 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

5. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼 y 축의 방향으로 c 만큼 평행이동하였더니 $y = 3x^2 + bx + 1$ 이 되었다. $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -16

② -17

③ -18

④ -19

⑤ -20

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x-2)^2 + c \\&= ax^2 - 4ax + 4a + c \\&= 3x^2 + bx + 1\end{aligned}$$

$$a = 3, b = -12, c = -11$$

$$\therefore a + b + c = -20$$

6. 이차방정식 $x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 3$

② $x = 2$ 또는 $x = 3$

③ $x = 1$ 또는 $x = -1$

④ $x = 5$ 또는 $x = 3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -6$

해설

$$x^2 = \frac{(x-2)(x-3)}{2}$$

양변에 2를 곱하여 전개하면

$$2x^2 = x^2 - 5x + 6$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x+6)(x-1) = 0$$

$$\therefore x = -6 \text{ 또는 } 1$$

7. 두 이차방정식 $x^2 - 5x + 6 = 0$, $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 해는?

① $x = -3$

② $x = 0$

③ $x = 2$

④ $x = 3$

⑤ $x = 9$

해설

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 3)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 2, 3$$

$$x^2 - 9 = (x - 3)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = \pm 3$$

따라서, 공통인 해는 $x = 3$ 이다.

8. 이차방정식 $(x-3)^2 = 4x$ 와 공통인 해를 갖는 방정식은?

① $x^2 - 4x + 3 = 0$

② $x^2 - 6x + 9 = 0$

③ $x^2 - 10x = 9$

④ $x^2 + 10x + 9 = 0$

⑤ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

해설

$$(x-3)^2 = 4x$$

$$x^2 - 6x + 9 - 4x = 0$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x-1)(x-9) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 9$$

① $x^2 - 4x + 3 = 0$

$$(x-3)(x-1) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 3$$

9. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A + B$ 의 값은?

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 1$

양변에 A 를 더하면 $x^2 - 2x + A = 1 + A$

좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 $(x - 1)^2 = B$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x = 1$$

양변에 $A = 1$ 을 더하면 $x^2 - 2x + 1 = 1 + 1$

$$(x - 1)^2 = 2, B = 2$$

$$\therefore A + B = 1 + 2 = 3$$

10. 이차방정식 $6x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 1, -2 일 때, $a - b$ 의 값은?

① -18

② -6

③ 6

④ 18

⑤ 24

해설

근과 계수의 관계로부터

$$1 + (-2) = -\frac{a}{6}, a = 6$$

$$1 \times (-2) = \frac{b}{6}, b = -12$$

$$\therefore a - b = 18$$

11. 이차함수 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $f(0) = 0$

② $f(-1) = 0$

③ $f(1) = 2$

④ $f(2) = 3$

⑤ $f(-2) = 7$

해설

$$\textcircled{2} \quad f(-1) = (-1)^2 - 2 \times (-1) - 3 = 0$$

12. 다음 이차함수의 그래프 중 모든 사분면을 지나는 것은?

① $y = 2(x + 1)^2 - 1$

② $y = -(x - 2)^2 + 1$

③ $y = -x^2 - 4$

④ $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 5$

⑤ $y = 3(x - 1)^2$

해설

④ 꼭짓점의 좌표 $(2, 5)$, y 절편 3, 위로 볼록이므로 모든 사분면을 지난다.

13. 꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이고, 점(1, -4) 를 지나는 포물선의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - 4$

② $y = (x - 1)^2$

③ $y = -(x - 3)^2$

④ $y = -(x + 3)^2$

⑤ $y = (x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이므로 $y = a(x - 3)^2$ 이고,
점 (1, -4) 를 지나므로

$$-4 = a(1 - 3)^2, a = -1$$

$$\therefore y = -(x - 3)^2$$

14. x 에 관한 이차방정식 $-(x+2)^2 = 5-n$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $n = 5$ 이면 근이 2 개이다.
- ② $n = 9$ 이면 근이 2 개이다.
- ③ $n = 4$ 이면 정수인 근을 1 개 갖는다.
- ④ $n = 8$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ⑤ $n = 14$ 이면 무리수인 근을 갖는다.

해설

$$-(x+2)^2 = 5-n, (x+2)^2 = n-5, x = -2 \pm \sqrt{n-5}$$

$$\textcircled{2} \ n = 9 \text{ 이면 } x = -2 \pm \sqrt{9-5} = -2 \pm 2$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = -4$$

15. 이차방정식 $5(x-1)^2 - 3 = 2(x-1)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때 $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

① 1

② 6

③ 5

④ 4

⑤ -2

해설

$$x-1=t \text{라 하면}$$

$$5t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$(5t+3)(t-1) = 0$$

$$t = -\frac{3}{5} \text{ 또는 } t = 1$$

$$\therefore x = \frac{2}{5} \text{ 또는 } x = 2$$

$$\alpha = 2, \beta = \frac{2}{5} (\because \alpha > \beta)$$

$$\therefore \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{\frac{2}{5}} = 5$$

16. 이차방정식 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 의 두 근 중 큰 근을 m , 작은 근을 n 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $m + n = 4$

② $mn = 1$

③ $m - n = 2\sqrt{3}$

④ $n > 0$

⑤ $m^2 + n^2 = 16$

해설

근과 계수와의 관계에서

① $m + n = 4$, ② $mn = 1$

③ $(m - n)^2 = (m + n)^2 - 4mn = 16 - 4 = 12$

$m - n = 2\sqrt{3}$ ($\because m > n$)

④ $m + n > 0$, $mn > 0$ 이므로 $m > 0$, $n > 0$ 이다.

⑤ $m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 16 - 2 = 14$

17. 연속하는 세 개의 짝수가 있다. 작은 두 짝수의 제곱의 합이 큰 짝수의 제곱과 같을 때, 세 개의 짝수는?

① 2, 4, 6

② 4, 6, 8

③ 6, 8, 10

④ 8, 10, 12

⑤ 10, 12, 14

해설

세 짝수를 $n-2$, n , $n+2$ 라 하면

$$n^2 + (n-2)^2 = (n+2)^2$$

$$n^2 + n^2 - 4n + 4 = n^2 + 4n + 4$$

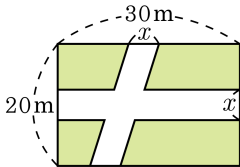
$$n^2 - 8n = 0$$

$$n(n-8) = 0$$

$$\therefore n = 8 \quad (\because n > 0)$$

따라서 세 개의 짝수는 6, 8, 10이다.

18. 다음 그림과 같이 가로 30 m, 세로 20 m 인 직사각형 모양의 잔디밭에 폭이 일정한 길을 만들려고 한다. 잔디밭의 넓이가 400 m^2 가 되게 하려고 할 때, 길의 폭을 x 라 하면 x 를 구하는 식으로 옳은 것은?



① $x^2 - 10x + 600 = 0$

② $x^2 - 20x + 400 = 0$

③ $x^2 - 30x - 200 = 0$

④ $x^2 + 40x + 200 = 0$

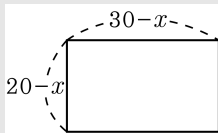
⑤ $x^2 - 50x + 200 = 0$

해설

다음 그림처럼 길을 한쪽으로 몰아 보면 잔디밭의 넓이는 색칠한 부분과 같다.

식을 세우면 $(30 - x)(20 - x) = 400$

$\therefore x^2 - 50x + 200 = 0$



19. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것으로 짝지워진 것은?

㉠ $y = x(x-1) - x^2$

㉡ 분속 x m 로 200m 달릴 때 걸린 시간 y 분

㉢ 한 변의 길이가 각각 x cm, $(5-x)$ cm 인 두 정사각형의 넓이의 합은 y cm²

㉤ 넓이가 y cm² 인 삼각형의 밑변의 길이 x cm, 높이 $4x$ cm

㉥ 반지름의 길이가 x cm 이고 중심각의 크기가 30° 인 부채꼴의 넓이 y cm²

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉡, ㉢, ㉤

③ ㉡, ㉢, ㉥

④ ㉠, ㉤, ㉥

⑤ ㉢, ㉤, ㉥

해설

식으로 나타내면 다음과 같다.

㉠ $y = -x$ (일차함수)

㉡(시간) = $\frac{(\text{거리})}{(\text{속력})} \therefore y = \frac{200}{x}$ (분수함수)

㉢ $y = x^2 + (5-x)^2 = 2x^2 - 10x + 25$ (이차함수)

㉤ $y = \frac{1}{2} \times x \times 4x = 2x^2$ (이차함수)

㉥ $y = \pi \times x^2 \times \frac{30}{360} = \frac{\pi}{12}x^2$ (이차함수)

20. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -4 만큼, y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동한 것이다. k 의 값은?

① -13

② -5

③ 3

④ 11

⑤ 13

해설

$$\begin{aligned}y &= -\frac{1}{2}x^2 - 4x + 3 \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 8x + 16 - 16) + 3 \\&= -\frac{1}{2}(x - 4)^2 + 8 + 3 \\&= -\frac{1}{2}(x - 4)^2 + 11\end{aligned}$$

따라서 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼 y 축의 방향으로 11 만큼 평행이동한 것이다.

$$\therefore k = 11$$

21. 이차함수 $y = 2x^2 + ax + b$ 가 $x = 1$ 에서 최솟값 -3 을 가질 때, $a - b$ 의 값을 구하면?

① 0

② -2

③ -4

④ -3

⑤ 6

해설

$x = 1$ 에서 최솟값이 -3 이므로

꼭짓점의 좌표가 $(1, -3)$ 이다.

$$y = 2x^2 + ax + b = 2(x - 1)^2 - 3 = 2x^2 - 4x$$

$$a = -4, b = -1$$

$$\therefore a - b = -4 - (-1) = -3$$

22. x 축과 두 점 $(-2, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고 최댓값이 9 인 포물선의 방정식은?

① $y = -4x^2 + 4x - 8$

② $y = 4x^2 - 4x + 8$

③ $y = -4x^2 + 4x + 8$

④ $y = -4x^2 - 4x + 8$

⑤ x 축과 두 점 $(p, 0)$, $(q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

대칭축이 두 점의 중점 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 을 지나므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 9\right)$

따라서 $y = a\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = \frac{9}{4}a + 9$, $a = -4$

$\therefore y = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9 = -4x^2 - 4x + 8$

23. 이차방정식 $(x-1)(x-b) = -1$ 이 0이 아닌 중근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로
 x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1, a-b = 1$ 인 경우

$a = 0, b = -1, a \neq 0$ 이므로 부적합

ii) $a-1 = 1, a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

24. $x(x-3) = 0$ 을 $(ax+b)^2 = q$ 의 꼴로 바꾸었을 때, abq 의 값을 구하면?

① $\frac{27}{8}$

② $-\frac{27}{8}$

③ $-\frac{25}{8}$

④ $\frac{25}{8}$

⑤ $\frac{23}{8}$

해설

$$x(x-3) = 0$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x^2 - 3x + \frac{9}{4} = \frac{9}{4}$$

$$\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$$

$$a = 1, b = -\frac{3}{2}, q = \frac{9}{4}$$

$$\therefore abq = -\frac{27}{8}$$

25. 이차방정식 $-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha < \beta$)

① $\frac{10}{3}$

② $-\frac{8}{3}$

③ -1

④ 3

⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$$-x + 0.4(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3),$$

$$-x + \frac{2}{5}(x^2 + 1) = -\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$$-15x + 6(x^2 + 1) = -5(x-1)(2x+3)$$

$$16x^2 - 10x - 9 = 0$$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 144}}{16} = \frac{5 \pm 13}{16}$$

$$\therefore x = \frac{9}{8} \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

$$\alpha < \beta \text{ 이므로 } \alpha = -\frac{1}{2}, \beta = \frac{9}{8}$$

$$\therefore \alpha - \beta = -\frac{13}{8}$$

26. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

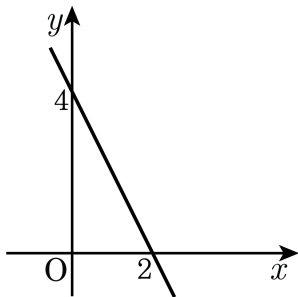
$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

$$a, b \text{ 는 실수이므로 } a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

27. $y + ax + b = 0$ 의 그래프가 다음 그래프와 같을 때, 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근의 차를 구하면?



- ① 2 ② -2 ③ $\sqrt{5}$
 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $-2\sqrt{5}$

해설

두 점 $(0, 4)$, $(2, 0)$ 을 $y + ax + b = 0$ 에 각각 대입하면 $a = 2$, $b = -4$

$$\therefore x^2 + 2x - 4 = 0$$

두 근의 합은 -2 이고 곱은 -4 이다.

이차방정식의 두 근을 α , β 라고 하면,

두 근의 차 $|\alpha - \beta|$ 는

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 에서}$$

$$|\alpha - \beta| = \sqrt{(\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta} \text{ 이므로}$$

두 근의 차는

$$\pm \sqrt{(-2)^2 - 4 \times (-4)} = \pm \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

28. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 6x - 2 = 0$

② $x^2 - 6x + 2 = 0$

③ $x^2 + 6x - 4 = 0$

④ $x^2 - 6x + 4 = 0$

⑤ $x^2 + 6x - 6 = 0$

해설

α, β 는 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이므로

$$\alpha + \beta = 3, \alpha\beta = 1$$

구하는 방정식의 두 근이 $\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}$ 이므로

$$\begin{aligned} (\text{두 근의 합}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) + \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha + \beta + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \\ &= \alpha + \beta + \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{두 근의 곱}) &= \left(\alpha + \frac{1}{\beta}\right) \left(\beta + \frac{1}{\alpha}\right) \\ &= \alpha\beta + 2 + \frac{1}{\alpha\beta} = 4 \end{aligned}$$

따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - 6x + 4 = 0$ 이다.

29. $x > y > 0$ 이고, $(x - y)^2 = xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\sqrt{5}$

② $1 + \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

해설

$$(x - y)^2 = xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = xy$$

$x^2 - 3xy + y^2 = 0$ 의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{3x}{y} + 1 = 0 \text{에서 } \frac{x}{y} \text{ 을 } t \text{ 로 치환하면}$$

$$t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\therefore t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \left(= \frac{x}{y} \right)$$

$$x > y > 0 \text{ 이므로 } \frac{x}{y} > 1$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

30. 어느 반 학생들에게 공책 144 권을 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 공책의 수가 전체 학생 수보다 7 이 적다고 할 때, 한 명에게 돌아가는 공책의 수는?

- ① 6 권 ② 9 권 ③ 12 권 ④ 16 권 ⑤ 24 권

해설

한 명에게 돌아가는 공책의 수를 x 권, 전체 학생 수를 $(x+7)$ 명이라 하면,

$$x(x+7) = 144$$

$$x^2 + 7x - 144 = 0$$

$$(x+16)(x-9) = 0$$

$$\therefore x = 9 \quad (\because x > 0)$$

31. 이차함수 $y = 2(x + p)^2 + \frac{1}{2}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(2, a)$ 이고, 점 $\left(-\frac{1}{2}, b\right)$ 를 지난다. 이 때, 상수 a, b, p 의 곱 abp 의 값은?

① $\frac{11}{3}$

② 13

③ $-\frac{11}{3}$

④ $\frac{13}{2}$

⑤ $-\frac{13}{2}$

해설

$$y = 2(x + p - 1)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 } \left(1 - p, \frac{1}{2}\right)$$

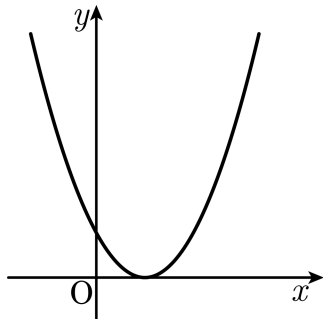
$$\text{이므로 } 1 - p = 2, p = -1, a = \frac{1}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = 2(x - 2)^2 + \frac{1}{2} \text{ 의 좌표가 점 } \left(-\frac{1}{2}, b\right) \text{ 를 지나므로 } b =$$

$$2\left(-\frac{1}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{2}, b = 13 \text{ 이다.}$$

$$\therefore abp = \frac{1}{2} \times 13 \times (-1) = -\frac{13}{2}$$

32. 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 고르면?



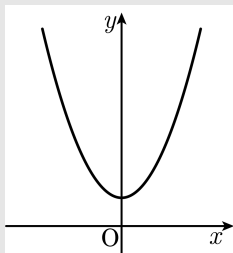
- ① 제1, 2 사분면 ② 제3, 4 사분면
 ③ 제1, 2, 4 사분면 ④ 제2, 3, 4 사분면
 ⑤ 제1, 2, 3, 4 사분면

해설

이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 는 아래로 볼록하고, 꼭짓점 (p, q) 가 x 축 위에 있으므로 $a > 0$, $p > 0$, $q = 0$ 이다.

$y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프는 아래 그래프와 같다.

따라서 이차함수 $y = p(x-q)^2 + a$ 의 그래프가 지나는 사분면은 제1, 2 사분면이다.



33. 다음 이차함수의 그래프 중 4 번째로 폭이 좁은 것은?

① $y = -(x-2)^2$

② $y = \frac{2x(x-1)(x+1)}{x-1}$

③ $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}$

④ $y = -3x^2 + x$

⑤ $y = -\frac{5}{2}x^2$

해설

a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

① 1

② 2

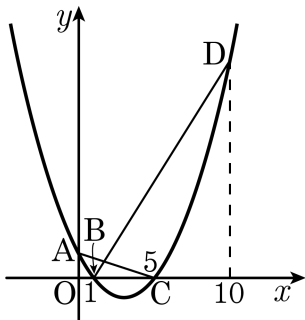
③ $\frac{1}{3}$

④ 3

⑤ $\frac{5}{2}$

이므로 폭이 좁은 순서는 ④, ⑤, ②, ①, ③이다. 따라서 네 번째로 폭이 좁은 것은 ①이다.

34. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하면?



① 106

② 107

③ 108

④ 109

⑤ 110

해설

$$\Delta ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$c = 6$, 즉 $A(0, 6)$ 이다.

$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\Delta BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

35. 아래 그림과 같이 40 m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.

넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?



① 6m

② 8m

③ 10m

④ 12m

⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,

$$y = x(40 - 2x)$$

$$= -2x^2 + 40x$$

$$= -2(x - 10)^2 + 200$$

$x = 10$ 일 때, 최댓값은 200 이다.

36. 이차방정식 $x - \frac{3}{x} = 6$ 의 두 근을 p, q 라고 할 때 $(p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3)$ 의 값을 구하면?

① 12

② 24

③ 36

④ 48

⑤ 50

해설

$$x - \frac{3}{x} = 6 \text{ 의 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 6x - 3 = 0$$

$x = p, x = q$ 를 각각 대입하면

$$p^2 - 6p - 3 = 0 \text{ 에서 } p^2 - 6p = 3$$

$$q^2 - 6q - 3 = 0 \text{ 에서 } q^2 - 6q = 3$$

$$\therefore (p^2 - 6p + 5)(q^2 - 6q + 3) = (3 + 5)(3 + 3) = 48$$

37. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$

② $-3 \pm \sqrt{2}$

③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$ 라 하면 $y = x - k$

이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

38. $\frac{7}{3 + \sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k - m$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3 + \sqrt{2}} = \frac{7(3 - \sqrt{2})}{7} = 3 - \sqrt{2} = 1. \times \times \times$$

$$\therefore a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$$

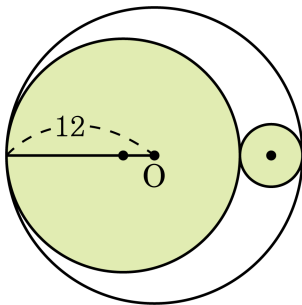
$2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}$ 가 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 근이므로

$$\frac{k}{a} = 4, -\frac{m}{a} = 2$$

$$\therefore k = 4, m = -2$$

$$\therefore k - m = 4 - (-2) = 6$$

39. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 원 O의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 가 될 때, 색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?



① $4 + 2\sqrt{3}$

② $6 + 2\sqrt{3}$

③ $4 + 3\sqrt{2}$

④ $3 + 2\sqrt{6}$

⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

$$(\text{큰 원의 반지름}) = x$$

$$(\text{작은 원의 반지름}) = \frac{24 - 2x}{2} = 12 - x$$

$$\pi \{x^2 + (12 - x)^2\} = 144\pi \times \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$x = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 6 + 2\sqrt{3} \quad (\because 6 < x < 12)$$

40. 밑변의 길이가 20cm, 높이가 16cm 인 삼각형에서 밑변의 길이는 매초 2cm 씩 늘어나고, 높이는 매초 1cm 씩 줄어든다고 할 때, 그 넓이가 처음 삼각형과 같아지는데 걸리는 시간은?

① 2 초

② 3 초

③ 4 초

④ 5 초

⑤ 6 초

해설

$$\frac{1}{2}(20 + 2x)(16 - x) = \frac{1}{2} \times 20 \times 16$$

$$2(10 + x)(16 - x) = 20 \times 16$$

$$(10 + x)(16 - x) = 10 \times 16$$

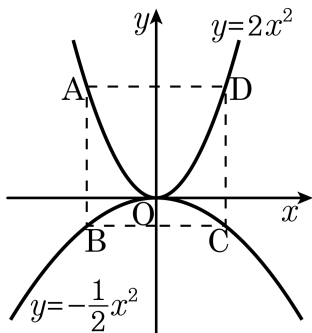
$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0, 6$$

∴ 6 초 후

41. 다음 그림과 같이 두 이차함수 $y = 2x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프 위에 있는 네 점 A, B, C, D 가 정사각형을 이룰 때, 점 D 의 x 좌표는?



① $\frac{2}{3}$

② 1

③ $\frac{4}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

점 D 의 좌표를 $(a, 2a^2)$ 이라고 하면

$A(-a, 2a^2)$, $B\left(-a, -\frac{1}{2}a^2\right)$, $C\left(a, -\frac{1}{2}a^2\right)$ 이고, $\overline{DC} = \overline{BC}$

이므로

$$2a^2 + \frac{1}{2}a^2 = 2a, 5a^2 = 4a, a = \frac{4}{5} (\because a \neq 0)$$

42. 이차함수 $y = x^2 - 5x - 6$ 의 그래프는 x 축과 두 점 A, B 에서 만난다고 한다. 이 때, 선분 AB 의 길이는?

① 1

② 2

③ 4

④ 6

⑤ 7

해설

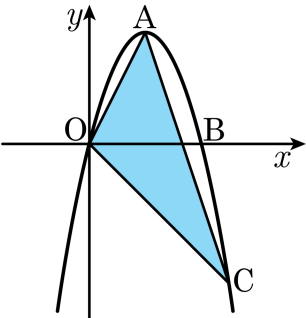
$y = x^2 - 5x - 6$ 의 x 절편은 $y = 0$ 대입

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$\therefore \overline{AB} = 6 - (-1) = 7$$

43. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, $\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 가 되는 점 C 의 좌표는? (단, 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 포물선과 x 축과의 교점, 점 C 는 포물선 위에 있는 4 사분면의 점이다.)



- ① (5, -5) ② (4, -3) ③ (6, -2)
 ④ (2, -8) ⑤ (3, -4)

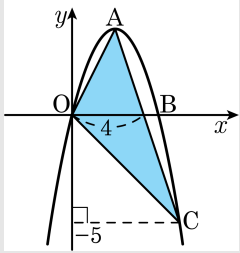
해설

$y = -x^2 + 4x = -(x-2)^2 + 4$ 이므로 꼭짓점 A(2, 4)

또한 $y = 0$ 일 때, $0 = -x^2 + 4x \Leftrightarrow x(x-4) = 0$

따라서 점 B(4, 0) 이다. $\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$

$\triangle AOB : \triangle OBC = 4 : 5$ 이므로 $\triangle OBC$ 의 넓이는 10 이다.



$\triangle OBC$ 의 밑변을 $\overline{OB} = 4$ 라고 하면 높이는 5 가 된다. 즉 점 C 의 y 좌표가 -5 이다.

점 C 의 x 좌표를 c 라고 하면 $-c^2 + 4c = -5$

$c^2 - 4c - 5 = 0 \Leftrightarrow (c-5)(c+1) = 0, c > 0$ 이므로 $c = 5$

$\therefore C(5, -5)$

44. 다음은 $y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지날 때의 설명을 나타낸 것이다.
이 때, 옳지 않은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 1)$ 이다.
㉡ 직선 $x = 1$ 을 축으로 한다.
㉢ x 축과 한 점에서 만난다.
㉣ y 축과의 교점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.
㉤ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축으로 -1 , y 축으로 3 만큼 평행이동한 것이다.

① ㉠, ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉣, ㉤

해설

$y = 2x^2 - kx + 3$ 이 점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = 2 - k + 3, k = 4$

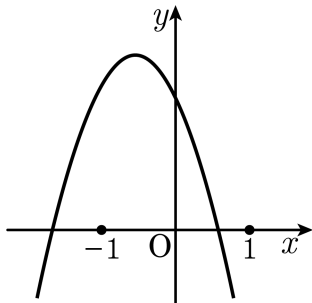
$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

㉠ 꼭짓점의 좌표 $(1, 1)$

㉢ x 축과 만나지 않는다.

㉤ x 축으로 1 , y 축으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

45. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 다음 중 옳은 것을 구하면?



① $a > 0$

② $b < 0$

③ $c < 0$

④ $a + b + c > 0$

⑤ $a - b + c < 0$

해설

- ① 위로 볼록하므로 $a < 0$
② 축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0$
따라서 $b < 0$ 이다.
③ y 절편이 양수이므로 $c > 0$
④ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c < 0$
⑤ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c > 0$

46. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 세 점 $(0, 1)$, $(1, 2)$, $(-1, 4)$ 를 지날 때, 꼭짓점은 제 A 사분면 위에 있으며 제 B 사분면과 제 C 사분면을 지나지 않는다. $A + B + C$ 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

주어진 세 점을 각각 $y = ax^2 + bx + c$ 에 대입한다.

점 $(0, 1)$ 을 대입하면 $c = 1$

점 $(1, 2)$ 를 대입하면 $a + b + 1 = 2$

즉, $a + b = 1$ ㉠

점 $(-1, 4)$ 를 대입하면 $a - b + 1 = 4$

즉, $a - b = 3$ ㉡

㉠ + ㉡에서 $2a = 4$

$\therefore a = 2, b = -1$

$\therefore y = 2x^2 - x + 1$

$$= 2 \left(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{16} - \frac{1}{16} \right) + 1$$

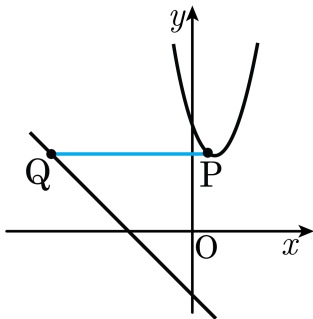
$$= 2 \left(x - \frac{1}{4} \right)^2 + \frac{7}{8}$$

따라서, 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{4}, \frac{7}{8} \right)$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 제

1 사분면 위에 있으며 $a > 0$ 이므로 아래로 볼록 즉, 제 1, 2 사분면을 지난다.

따라서 $A = 1, B = 3, C = 4$ 이므로 $A + B + C = 1 + 3 + 4 = 8$ 이다.

47. 다음 그림에서 포물선 $y = x^2 - 3x + 7$ 위의 한 점 P 와 직선 $y = -x - 4$ 위의 한 점 Q 에 대하여 $\overline{PQ}$ 가 x 축에 평행할 때, $\overline{PQ}$ 의 최솟값을 구하면?



① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$y = x^2 - 3x + 7$ 에서 점 P 의 좌표는 $P(a, a^2 - 3a + 7)$

$y = -x - 4$ 에서 점 Q 의 좌표는 $Q(b, -b - 4)$

점 P 와 점 Q 의 y 좌표가 같으므로

$a^2 - 3a + 7 = -b - 4$, $b = -a^2 + 3a - 11$ 이다.

$\overline{PQ} = a - b = a^2 - 2a + 11 = (a - 1)^2 + 10$

$\overline{PQ}$ 의 최솟값은 10 이다.

48. 이차함수 $y = -x^2 + 2mx + m$ 의 최댓값을 M 이라 할 때, M 의 최솟값은?

① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{1}{8}$

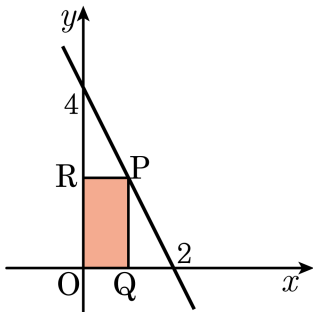
해설

$y = -x^2 + 2mx + m = -(x - m)^2 + (m^2 + m)$ 에서
위로 볼록이므로 최댓값은 $m^2 + m$

$$M = m^2 + m = \left(m + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$$

$\therefore M$ 의 최솟값은 $-\frac{1}{4}$

49. 직선 $y = -2x + 4$ 위의 제1 사분면에 있는 한 점 P 에서 x 축, y 축에 수선을 그어 그때의 수선의 발을 각각 Q, R 이라 할 때, 사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값은?



- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}
 y &= x(-2x + 4) \quad (0 < x < 2) \\
 &= -2x^2 + 4x \\
 &= -2(x^2 - 2x + 1 - 1) \\
 &= -2(x - 1)^2 + 2 \\
 x &= 1 \text{ 일 때 최댓값 } 2
 \end{aligned}$$

50. 지면으로부터 20 m 높이의 옥상에서 초속 20 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, 관계식 $h = 20t - t^2 + 20$ 이 성립한다. 높이가 가장 높을 때는 던진 후 몇 초 후인가?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}h &= 20t - t^2 + 20 \\&= -(t^2 - 20t) + 20 \\&= -(t - 10)^2 + 120\end{aligned}$$

따라서 $t = 10$ 일 때 최댓값 120 를 가진다.