1. 다음 중 x 에 대한 이차방정식인 것은?

① $2x^2-5=2(x^2-1)$　② $(x-3)(x+1)=x^2-4$

③ $3(x+1)=5(x+1)$　④ $(x-5)(x+5)=25-x^2$

⑤ $x^2=(x-4)^2$

해설

$(x-5)(x+5)=25-x^2$

$2x^2-50=0$

$\therefore\ x^2-25=0$

2. 다음 중 [ ] 안의 수가 주어진 이차방정식의 해가 아닌 것은? (정답 2 개)

① $x^2 - 2x - 8 = 0$ [2]　② $x(x+7) = 0$ [−7]

③ $x^2 + 4x + 4 = 0$ [−2]　④ $2x^2 - 3x - 5 = 0$ [−1]

⑤ $3x^2 - 2x - 5 = 0$ [1]

해설

이차방정식 $x^2 - 2x - 8 = 0$ 은 x 의 값이 4 또는 −2 일 때 성립한다.

이차방정식 $3x^2 - 2x - 5 = 0$ 은 x 의 값이 −1 또는 $\frac{5}{3}$ 일 때 성립한다.

3. 다음 중 이차방정식 $(x-2)(x+5)=0$ 의 해를 구하면?

① $x=2$ 또는 $x=5$
② $x=-2$ 또는 $x=5$
③ $x=-2$ 또는 $x=-5$
④ $x=2$ 또는 $x=-5$
⑤ $x=0$ 또는 $x=2$

해설

$(x-2)(x+5)=0$,
$x-2=0$ 또는 $x+5=0$,
따라서 $x=2$ 또는 $x=-5$ 이다.

4. 다음 이차방정식의 해는?

$2x^2 - 7x + 3 = 0$

① $-\frac{1}{2}, -3$ ② $-\frac{1}{2}, 3$ ③ $\frac{1}{2}, -3$
④ $\frac{1}{2}, 3$ ⑤ $\frac{1}{2}, 1$

해설

$2x^2 - 7x + 3 = 0$
$(2x - 1)(x - 3) = 0$
$\therefore\ x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 3$

5. 이차방정식 $x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 갖기 위한 m 의 값을 고르면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 + 8x + 4 + 4m = 0$ 이 중근을 가지려면
완전제곱식의 형태로 변형되어야 한다.
$x^2 + 8x + 16 = (x+4)^2$ 이므로, $4 + 4m = 16$
$4m = 12$
$\therefore m = 3$

6. x 에 관한 이차방정식 $(x-p)^2 = k$ 가 해를 가질 조건은?

① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k \geq 0$ ④ $k > 0$ ⑤ $k < 0$

해설

$(x-p)^2 = k,\ x - p = \pm\sqrt{k}$
$\therefore x = p \pm \sqrt{k}$
이차방정식은 실수 범위이므로, 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.
$\therefore k \geq 0$

7. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$　② $y = 3x^2$

③ $y = -(x-1)^2 + 3$　④ $y = \frac{3}{2}(x-3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

위로 볼록하기 위해서는 이차항의 계수가 음수여야 하고, 이차항의 계수의 절댓값이 높을수록 폭이 좁다.

8. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 0)$ 이 되도록 하는 것은?

① x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동

② x 축의 방향으로 3 만큼 평행이동

③ y 축의 방향으로 2 만큼 평행이동

④ x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동

⑤ y 축의 방향으로 3 만큼, x 축의 방향으로 2 만큼 평행이동

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2$ 이고, 꼭짓점의 x 좌표는 p 이고 y 좌표는 0 이므로 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 0)$ 이 된다.

9. 평행이동에 의하여 포물선 $y=-\frac{1}{2}x^2+3$ 의 그래프와 완전히 포개어지는 것은?

① $y=-\frac{1}{2}x^2+5$ ② $y=2x^2$ ③ $y=-2x^2+3$
④ $y=\frac{1}{2}x^2-3$ ⑤ $y=\frac{1}{2}x^2+3$

해설

완전히 포개어지려면 x^2 의 계수가 같아야 한다.

10. 이차함수 $y = -2x^2 - 8x - 7$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1 사분면　② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면　④ 제 4 사분면

⑤ 모든 사분면을 지난다.

해설

$-2 < 0$, $-7 < 0$

즉, 그래프가 위로 볼록하고, y 절편이 음수이기 때문에

제 1 사분면을 지나지 않는다.

11. 두 이차방정식 $x^2-2x-15=0$ 과 $x^2-9=0$ 의 공통인 근을 고르면?

① -6　② -5　③ -4　④ -3　⑤ -2

해설

$(x+3)(x-5)=0,\ x=-3,\ 5$

$(x+3)(x-3)=0,\ x=-3,\ 3$

따라서 두 이차방정식의 공통근은 -3 이다.

12. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 의 양의 근을 고르면?

① $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$ ② $x = \dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$ ③ $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

④ $x = \dfrac{3 + \sqrt{3}}{3}$ ⑤ $x = \dfrac{3 - \sqrt{3}}{3}$

해설

근의 공식(짝수 공식)으로 풀면

$$x = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 3 \times (-2)}}{3} = \frac{3 \pm \sqrt{15}}{3}$$

$\therefore\ 3 < \sqrt{15}$ 이므로 양의 해는 $\dfrac{3 + \sqrt{15}}{3}$

13. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

① -7 ② -5 ③ 7 ④ 5 ⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0$ 이 중근을 가지려면
$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$
$\therefore\ a = \pm\sqrt{7}$

14. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱이 방정식 $2x^2 - 3x - k = 0$ 의 근일 때, 상수 k 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2 - 4x + 2 = 0$ 에서 (두 근의 곱) $= 2$
$2x^2 - 3x - k = 0$에 $x = 2$를 대입하면
$8 - 6 - k = 0$
$\therefore\ k = 2$

15. 길이가 24cm 인 철사로 넓이가 32cm^2 인 직사각형을 만들려고 한다. 가로의 길이가 세로의 길이보다 길 때, 이 직사각형의 가로의 길이는?

① 8 cm ② 7 cm ③ 6 cm ④ 5 cm ⑤ 4 cm

해설

가로의 길이를 x cm라 하면 세로의 길이는 $(12-x)$ cm
또, (가로의 길이)> (세로의 길이)이므로 $x > 12-x$, 즉 $x > 6$ 이다.
$x(12-x) = 32$
$(x-4)(x-8) = 0$
$x = 4$ 또는 $x = 8$
$\therefore\ x > 6$ 이므로 $x = 8$ 이다.
따라서 가로의 길이는 8 cm 이다.

16. 다음 이차함수의 그래프 중에서 x 축에 대하여 서로 대칭인 것끼리 짝지은 것을 모두 고르면?

㉠ $y=-2x^2$	㉡ $y=-\frac{1}{3}x^2$	㉢ $y=-\frac{1}{6}x^2$
㉣ $y=-3x^2$	㉤ $y=\frac{1}{6}x^2$	㉥ $y=2x^2$

① ㉠, ㉥ ② ㉡, ㉣ ③ ㉢, ㉤ ④ ㉡, ㉤ ⑤ ㉤, ㉥

해설

x축에 대칭인 함수는 x^2 의 계수의 절댓값이 같고 부호가 서로 반대이다.
따라서 ㉠, ㉥ 또는 ㉢, ㉤이다.

17. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

> ㈎ 원점을 꼭짓점으로 한다.
> ㈏ 대칭축은 y 축이다.
> ㈐ y 의 값의 범위는 $y > 0$ 이다.
> ㈑ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

① ㈎, ㈏ ② ㈎, ㈏, ㈐ ③ ㈏, ㈐
④ ㈎, ㈏, ㈑ ⑤ ㈐, ㈑

해설

㈐ y 의 값의 범위는 $y \geq 0$
㈑ $x < 0$ 에서 x 값 증가, y 는 감소

18. 이차함수 $y=-\frac{1}{3}x^2+a$ 의 그래프가 점 $(3,\ 4)$ 를 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(0,\ 0)$ ② $(3,\ 0)$ ③ $(0,\ 3)$

④ $(0,\ 4)$ ⑤ $(0,\ 7)$

해설

$y=-\frac{1}{3}x^2+a$ 의 그래프가 점 $(3,\ 4)$ 를 지나므로

$4=-\frac{1}{3}\times 3^2+a$, $a=7$

$y=-\frac{1}{3}x^2+7$, 꼭짓점은 $(0,\ 7)$ 이다.

19. 이차함수 $y=(x+2)^2+3$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

① $y=(x-2)^2+3$　② $y=(x-2)^2-3$

③ $y=-(x+2)^2-3$　④ $y=-(x+2)^2+3$

⑤ $y=(x+2)^2+3$

해설

x 축 대칭이므로 y 대신에 $-y$ 를 대입하면
$y=-(x+2)^2-3$ 이다.

20. 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하며, y 축과의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 인 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2$ ② $y = -2(x-1)^2$

③ $y = 2(x+1)^2$ ④ $y = 2(x-1)^2$

⑤ $y = -x^2 - 2$

해설

축의 방정식이 $x = -1$ 이고, x 축에 접하므로 $y = a(x+1)^2$ 이고, y 축과
의 교점의 좌표가 $(0, -2)$ 이므로
$-2 = a(0+1)^2$, $a = -2$ 이다.
$\therefore y = -2(x+1)^2$

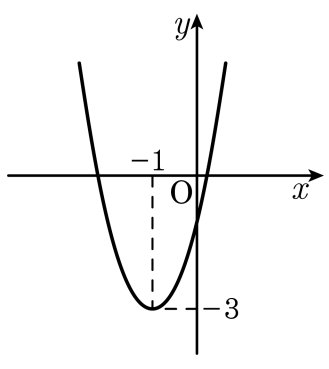
21. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$
꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로
$-a = 1, -a^2 + 4 = b$ 이다.
$a = -1, b = 3$
$\therefore a + b = 2$

22. 다음 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 평행이동한 것이다. 이 그래프의 함수식은 무엇인가?



① $y = 2(x+1)^2 - 3$ ② $y = 2(x-1)^2 - 3$

③ $y = -2(x+1)^2 - 3$ ④ $y = 2(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = 2(x-1)^2 + 3$

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ -3)$ 이므로 $y = 2(x+1)^2 - 3$ 이다.

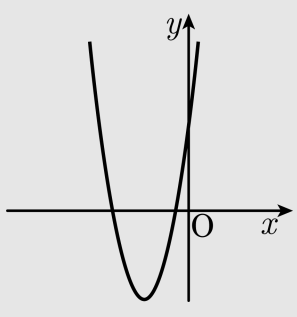
23. 이차함수 $y = 2x^2 + 8x + 4$ 의 그래프가 지나지 <u>않는</u> 사분면은?

① 제 1 사분면　② 제 2, 3 사분면　③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면　⑤ 제 3, 4 사분면

해설

$y = 2x^2 + 8x + 4 = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 4 = 2(x+2)^2 - 4$
꼭짓점이 $(-2, -4)$ 이고 y 절편이 4 인, 아래로 볼록한 그래프를 그려 보면 제4 사분면을 지나지 않는다.



24. 이차방정식 $x^2 + ax - 16 = 0$ 의 한 근이 8 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 합을 구하면?

① -8 ② 8 ③ -2 ④ 2 ⑤ 6

해설

$x^2 + ax - 16 = 0$ 에
$x = 8$ 을 대입하면 $a = -6$
$x^2 - 6x - 16 = 0$
$(x - 8)(x + 2) = 0$
$\therefore\ x = 8$ 또는 $x = -2$
$\therefore\ a + x = -6 - 2 = -8$

25. 이차방정식 $x^2+x-4=0$ 의 한 근을 a, $x^2-x-2=0$ 의 한 근을 b 라 할 때, $\dfrac{a^2+a}{b^2-b}$ 의 값은?

① -2　② $-\dfrac{1}{2}$　③ $\dfrac{2}{\sqrt{5}-1}$

④ $\dfrac{1}{2}$　⑤ 2

해설

$x^2+x-4=0$ 의 한 근이 a 이므로
$a^2+a-4=0$, $a^2+a=4$
$x^2-x-2=0$ 의 한 근이 b 이므로
$b^2-b-2=0$, $b^2-b=2$
$\therefore \dfrac{a^2+a}{b^2-b}=\dfrac{4}{2}=2$

26. $(x-y)(x-y-4)+4=0$ 일 때, $x-y$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x-y)(x-y-4)+4=0$
$x-y$ 를 A 로 치환하면,
$A(A-4)+4=0$
$A^2-4A+4=0,\ (A-2)^2=0$
$(x-y-2)^2=0$
$x-y-2=0$
$\therefore\ x-y=2$

27. 이차방정식 $mx^2+(2m+3)x+m+7=0$ 의 근이 없을 때, 상수 m 의 값의 범위는?

① $m > \dfrac{9}{16}$ ② $m \geq \dfrac{9}{16}$ ③ $m = \dfrac{9}{16}$
④ $m \leq \dfrac{9}{16}$ ⑤ $m < \dfrac{9}{16}$

해설

$D=(2m+3)^2-4m(m+7)<0$
$4m^2+12m+9-4m^2-28m=-16m+9<0$
$\therefore\ m > \dfrac{9}{16}$

28. 이차방정식 $3x^2 - 9x + a = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = 5$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

근과 계수의 관계에서

$\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = \dfrac{a}{3}$

$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 3^2 - \dfrac{2a}{3} = 5$

$\therefore a = 6$

29. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $3 + \sqrt{5}$ 일 때, ab 의 값으로 옳은 것은? (a, b 는 유리수)

① 24 ② -24 ③ 12 ④ -12 ⑤ 10

해설

a, b 가 모두 유리수이므로 $3 + \sqrt{5}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{5}$ 도 근이다.
근과 계수와의 관계에서
두 근의 합은 $a = (3 + \sqrt{5}) + (3 - \sqrt{5}) = 6$
두 근의 곱은 $b = (3 + \sqrt{5})(3 - \sqrt{5}) = 4$
$\therefore\ ab = 24$

30. 두 근의 차가 4 인 이차방정식 $x^2 + 2kx + 2k - 3 = 0$ 이 있을 때, 모든 k 의 값의 곱은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

두 근을 α , $\alpha - 4$ 이라 하면

$\alpha + \alpha - 4 = -2k$, $\alpha(\alpha - 4) = 2k - 3$

$\alpha = 2 - k$

$(2 - k)(2 - k - 4) = 2k - 3$

$k^2 - 2k - 1 = 0$

$\therefore$ 모든 k 값의 곱은 -1 이다.

31. x 에 대한 이차방정식의 일차항의 계수를 잘못보고 풀었더니 근이 -5 , -1 이었고 상수항을 잘못보고 풀었더니 근이 2, 4 가 되었다. 이 이차방정식의 옳은 근을 구하면?

① $x=1$ 또는 $x=-5$ ② $x=-1$ 또는 $x=5$

③ $x=1$ 또는 $x=5$ ④ $x=-1$ 또는 $x=4$

⑤ $x=-5$ 또는 $x=2$

해설

원래 이차방정식을 $x^2+ax+b=0$ 이라 하면
$b=(-5)\times(-1)=5$, $-a=2+4=6$
따라서 $x^2-6x+5=(x-1)(x-5)=0$ 이다.
$\therefore x=1$ 또는 $x=5$

32. 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고 x^2의 계수가 2인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 4 = 0$　② $2x^2 + 2x - 4 = 0$

③ $2x^2 - 2x - 4 = 0$　④ $2x^2 - x - 2 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x + 4 = 0$

해설

두 근의 합은 2, 두 근의 곱은 −1 이므로 구하는 이차방정식의 두 근의 합은 1, 두 근의 곱은 −2
따라서 구하는 이차방정식은 $x^2 - x - 2 = 0$
양변에 2 를 곱하면 $2x^2 - 2x - 4 = 0$

33. 나이 차이가 4 살인 두 학생이 있다. 두 사람의 나이의 제곱의 합이 250 일 때, 나이가 적은 학생의 나이는?

① 8살 ② 9살 ③ 10살 ④ 11살 ⑤ 12살

해설

두 사람의 나이를 x, $x+4$라 하면
$x^2+(x+4)^2=250$
$2x^2+8x-234=0$
$x^2+4x-117=0$
$(x-9)(x+13)=0$
$x>0$ 이므로 $x=9$ (살)

34. 높이가 20m 인 건물에서 물체를 떨어뜨렸을 때, x 초 후의 물체를 높이를 ym 라고 하면 $y = -5x^2 + 30x + 20$ 인 관계가 있다고 한다. 물체가 지상에 떨어진 것은 떨어뜨린 지 몇 초 후인가?

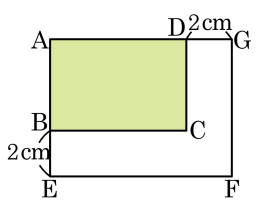
① $(3 + 2\sqrt{5})$ 초 ② 6 초 ③ $(3 + \sqrt{13})$ 초

④ $(5 - 2\sqrt{5})$ 초 ⑤ 13 초

해설

물체가 땅에 떨어질 때는 높이 $y = 0$ 일 때이다.
$-5x^2 + 30x + 20 = 0 \rightarrow x^2 - 6x - 4 = 0$
근의 짝수공식으로 풀면 $x = 3 \pm \sqrt{13}$
$\therefore x > 0$ 이므로 $x = 3 + \sqrt{13}$

35. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 2$ 인 직사각형 ABCD 의 가로와 세로의 길이를 모두 2cm 씩 늘인 직사각형 AEFG 의 넓이는 직사각형 ABCD 의 넓이의 2 배와 같다. 이 때, $\overline{AD}$ 의 길이는?

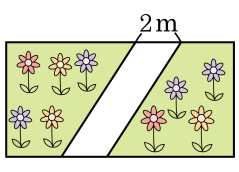


① 8cm ② 7cm ③ 6cm ④ 5cm ⑤ 4cm

해설

$\overline{AD} : \overline{AB} = 3 : 2$ 이므로 $\overline{AD} = 3x$, $\overline{AB} = 2x$ 라 하면, 직사각형 AEFG 의 넓이는 $(3x+2)(2x+2)$ 이다.
직사각형 ABCD 의 넓이는 $3x \times 2x$
$(3x+2)(2x+2) = 2 \times 3x \times 2x$
$6x^2 - 10x - 4 = 0$
$2(x-2)(3x+1) = 0$
$x > 0$ 이므로 $x = 2$
$\therefore \overline{AD} = 3x = 3 \times 2 = 6(\text{cm})$

36. 가로, 세로의 길이의 비가 2 : 1 인 직사각형 모양의 꽃밭에 다음 그림과 같은 길을 내었더니, 길을 제외한 꽃밭의 넓이가 $40\,\mathrm{m}^2$ 가 되었다. 처음 꽃밭의 세로의 길이를 $x\,\mathrm{m}$ 라 할 때, x 를 구하기에 알맞은 이차방정식은?



① $x^2 + 2x + 40 = 0$
② $x^2 - x - 20 = 0$
③ $2x^2 - 40 = 0$
④ $2x^2 + 2x - 40 = 0$
⑤ $x^2 + 2x - 40 = 0$

해설

세로의 길이를 $x\,\mathrm{m}$ 라고 하면 가로의 길이는 $2x\,\mathrm{m}$
길을 제외한 넓이는 $40\,\mathrm{m}^2$ 이므로 $(2x-2)\times x = 40$
$\therefore\ x^2 - x - 20 = 0$

37. 함수 $y = 2x^2 + 1 - a(x^2 - 1)$ 이 이차함수일 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

주어진 식 $y = 2x^2+1-a(x^2-1)$ 을 정리하면 $y = (2-a)x^2+a+1$ 이차함수가 되려면 x^2 의 계수 $2 - a \neq 0$ 이어야 한다.

$\therefore a \neq 2$

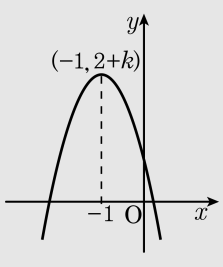
38. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k > 2$ ② $k < 2$ ③ $k > 4$

④ $k < -2$ ⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x+1)^2 + 2 + k$
다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



$2 + k > 0$
$\therefore\ k > -2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.
$y = -2x^2 - 4x + k$ 에서 $D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0$,$8k > -16$ $\therefore$ $k > -2$

39. 부등식 $2 \le 2x - 2 < 5$를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$의 근일 때, $a^2 - b^2$의 값은?

① 61 ② 51 ③ 11 ④ −11 ⑤ −61

해설

부등식 $2 \le 2x - 2 < 5$를 풀면 다음과 같다.

$4 \le 2x < 7$

$2 \le x < \frac{7}{2}$

$\therefore x = 2,\ 3$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$a = -5,\ b = 6$

$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$

40. 이차방정식 $x^2 - 4x + 2 = 0$ 의 한 근이 a 일 때, $a^2 + \dfrac{4}{a^2}$ 의 값은?

① 12 ② 13 ③ 15 ④ 16 ⑤ 18

해설

$x = a$ 를 주어진 이차방정식에 대입하면 $a^2 - 4a + 2 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 4 + \dfrac{2}{a} = 0$ 이므로 $a + \dfrac{2}{a} = 4$

$\therefore a^2 + \dfrac{4}{a^2} = \left(a + \dfrac{2}{a}\right)^2 - 4 = 4^2 - 4 = 12$

41. 이차방정식 $(x-1)(x-b)=-1$이 0이 아닌 중근 a를 가진다. 이때, b의 값은? (단, a, b는 정수)

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b)=-1$이 중근 a를 가지므로
x에 a를 대입하면
$(a-1)(a-b)=-1$
i) $a-1=-1$, $a-b=1$인 경우
$a=0$, $b=-1$, $a\neq 0$이므로 부적합
ii) $a-1=1$, $a-b=-1$인 경우
$a=2$, $b=3$
$\therefore\ b=3$

42. 이차방정식 $-x+0.4(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha-\beta$ 의 값은? (단, $\alpha<\beta$)

① $\frac{10}{3}$ ② $-\frac{8}{3}$ ③ -1 ④ 3 ⑤ $-\frac{13}{8}$

해설

$-x+0.4(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$,

$-x+\frac{2}{5}(x^2+1)=-\frac{1}{3}(x-1)(2x+3)$

양변에 15를 곱하여 정리하면

$-15x+6(x^2+1)=-5(x-1)(2x+3)$

$16x^2-10x-9=0$

근의 공식을 이용하여 근을 구하면

$x=\frac{5\pm\sqrt{25+144}}{16}=\frac{5\pm 13}{16}$

$\therefore\ x=\frac{9}{8}$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

$\alpha<\beta$ 이므로 $\alpha=-\frac{1}{2}$, $\beta=\frac{9}{8}$

$\therefore\ \alpha-\beta=-\frac{13}{8}$

43. 이차방정식 $2x^2 + px + q = 0$의 해가 $\frac{5+\sqrt{3}}{2}$, $\frac{5-\sqrt{3}}{2}$ 일 때, $p+q$, $2p+q$를 해로 갖고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 - 8x - 9 = 0$ ② $x^2 + 8x - 9 = 0$

③ $x^2 + 8x + 9 = 0$ ④ $x^2 + x - 9 = 0$

⑤ $x^2 + x + 9 = 0$

해설

$\frac{5+\sqrt{3}}{2} + \frac{5-\sqrt{3}}{2} = 5 = -\frac{p}{2}$

$\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{11}{2} = \frac{q}{2}$

$\therefore\ p = -10,\ q = 11$

따라서 $p+q = 1,\ 2p+q = -9$ 이므로 1 과 -9 를 근으로 하고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은 $(x-1)(x+9) = 0$

$\therefore\ x^2 + 8x - 9 = 0$

44. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 k, $k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$2x^2 + kx + 8 = 0$

① $x^2 - 11x + 24 = 0$ ② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$ ④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

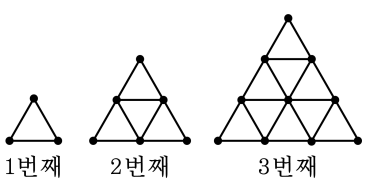
$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0$, $k = \pm 8$

$k < 0$ 이므로 $k = -8$

-8, -3 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은

$x^2 + 11x + 24 = 0$

45. 그림과 같이 꼭짓점을 점으로 표현한 삼각형을 규칙적으로 이어 붙여서 n 번째 순서의 삼각형을 만드는데 사용한 점의 개수는 $\frac{(n+1)(n+2)}{2}$ 개일 때, 점의 개수가 21 개인 삼각형의 순서는?



① 5 번 째 ② 6 번 째 ③ 7 번 째
④ 8 번 째 ⑤ 9 번 째

해설

$\frac{(n+1)(n+2)}{2} = 21$ 이므로
$n^2 + 3n - 40 = 0$
$(n-5)(n+8) = 0$
$n > 0$ 이므로 $n = 5$
따라서 점의 개수가 21 개인 삼각형의 순서는 5 번째이다.

46. 어떤 무리수 x가 있다. x의 소수 부분을 y라 할 때 x의 제곱과 y의 제곱의 합이 33이다.
무리수 x의 값은? (단, $x > 0$)

① $x = \dfrac{5+\sqrt{41}}{2}$ ② $x = \dfrac{2+\sqrt{41}}{5}$
③ $x = \dfrac{5+\sqrt{37}}{3}$ ④ $x = \dfrac{-2+\sqrt{41}}{5}$
⑤ $x = \dfrac{3+\sqrt{37}}{4}$

해설

$x^2 + y^2 = 33,\ 0 \le y < 1$
$0 \le y^2 = 33 - x^2 < 1, \quad \sqrt{32} < x \le \sqrt{33}$
따라서 x의 정수 부분은 5이고 $y = x - 5$
$x^2 + (x-5)^2 = 33$
$\therefore\ x = \dfrac{5 \pm \sqrt{41}}{2}$
$\therefore\ x = \dfrac{5+\sqrt{41}}{2}\ (\because x > 0)$

47. 이차함수 $y=-\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

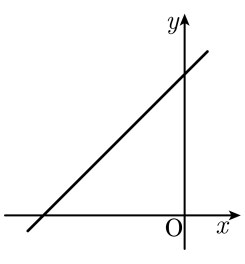
해설

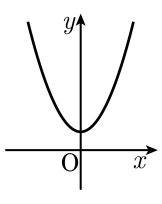
$y=-\frac{2}{3}x^2+m$ 에 점 $(\sqrt{3},\ -5)$ 를 대입하면

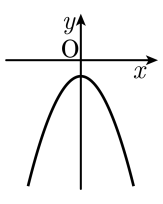
$-5=-\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2+m$

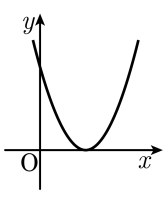
$\therefore m=-3$

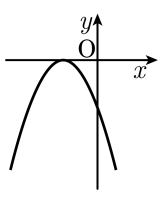
48. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?

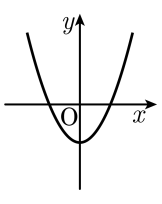


① 

② 

③ 

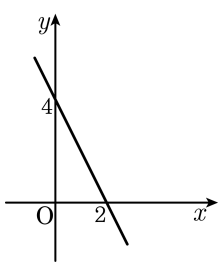
④ 

⑤ 

해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
$a > 0, b > 0$ 이다.

49. 일차함수 $y=ax+b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y=\frac{1}{2}ax^2+bx+3$ 의 꼭짓점의 좌표를 구하면?



① $(-2,\ 7)$ ② $(-2,\ -7)$

③ $(7,\ 2)$ ④ $(-7,\ 2)$

⑤ $(2,\ 7)$

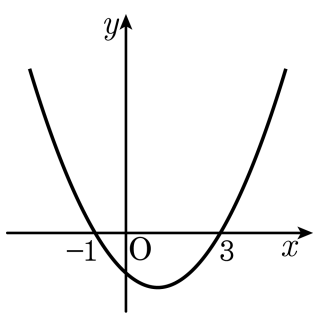
해설

$a=-2, b=4$ 이므로

$$y=\frac{1}{2}ax^2+bx+3$$
$$=-x^2+4x+3$$
$$=-(x-2)^2+7$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2,7)$ 이다.

50. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $abc < 0$

㉢ $a - b + c < 0$

㉣ $9a + 3b + c > 0$

㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
$\therefore b < 0$
y 절편이 음수이므로 $c < 0$
㉠ x 축과의 교점이 2 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
㉡ $abc > 0$
㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
$a + b + c < 4a + 2b + c$