1. $\sqrt{48}-4\sqrt{32}+3\sqrt{12}+\sqrt{50}$ 을 $a\sqrt{3}+b\sqrt{2}$ 의 꼴로 고칠 때, $a+b$ 의 값은?

① -21 ② -1 ③ 4 ④ 9 ⑤ 21

해설

$\sqrt{48}-4\sqrt{32}+3\sqrt{12}+\sqrt{50}$

$=4\sqrt{3}-16\sqrt{2}+6\sqrt{3}+5\sqrt{2}$

$=10\sqrt{3}-11\sqrt{2}$에서

$a=10,\ b=-11$

$\therefore a+b=-1$

2. 다음 중 이차방정식은?

① $x^2 + 2x = x(x-1)$

② $x^2 - 3x = (x+1)(x-1)$

③ $x(x^2+1) = x^2 - 2$

④ $(2x+1)(3x-4) = 6x^2$

⑤ $(x-2)(x+3) = (1-x)(3+x)$

해설

$(x-2)(x+3) = (1-x)(3+x)$

$x^2 + x - 6 = 3 - 2x - x^2$

$\therefore 2x^2 + 3x - 9 = 0$

3. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$, $x^2 - 4x + 3 = 0$ 의 공통인 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$x^2 + 2x - 3 = 0$,$(x - 1)(x + 3) = 0$, $x = -3$, 1
$x^2 - 4x + 3 = 0$,$(x - 1)(x - 3) = 0$, $x = 3$, 1
따라서 두 방정식의 공통인 해는 1 이다.

4. 다음 수 중에서 무리수는 <u>모두</u> 몇 개인가?

$$-\sqrt{(-6)^2}\,,\ \sqrt{0.\dot{2}}\,,\ \sqrt{1.69}\,,\ \sqrt{3}+2$$
$$\frac{\pi}{2}\,,\ 1-\sqrt{9}\,,\ 0.\dot{2}\dot{3}\,,\ \left(-\sqrt{\frac{2}{7}}\right)^2$$

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

무리수 : $\sqrt{0.\dot{2}}\,,\ \sqrt{3}+2\,,\ \dfrac{\pi}{2}$

$$\sqrt{1.69}=\sqrt{\frac{169}{100}}=\sqrt{\left(\frac{13}{10}\right)^2}=\frac{13}{10}$$

5. 높이가 $4\sqrt{6}\,\mathrm{cm}$, 부피가 $32\sqrt{6}\pi\,\mathrm{cm}^3$ 인 원기둥이 있다. 원기둥의 밑면의 반지름을 구하여라.

▶ **답 :** ________ cm

▷ **정답 :** $2\sqrt{2}$ cm

해설

부피가 $32\sqrt{6}\pi\,\mathrm{cm}^3$ 이므로 밑넓이는 $\dfrac{32\sqrt{6}\pi}{4\sqrt{6}} = 8\pi\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

따라서 밑면의 반지름의 길이를 r 이라고 하면 $r^2\pi = 8\pi$ 이므로 $r = 2\sqrt{2}(\,\mathrm{cm})$ 이다.

6. 이차방정식 $x^2+x+a=0$ 의 한 근이 2 일 때, a 의 값과 다른 한 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$x^2+x+a=0$, $x=2$를 대입하면

$6+a=0$, $a=-6$

$x^2+x-6=(x-2)(x+3)$

$x=2$ 또는 $x=-3$

$\therefore\ (-6)\times(-3)=18$

7. 이차방정식 $x^2 - kx + 2 = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = 2$ 이다. 이 때, 상수 k 의 값은?

① -4 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 4

해설

이차방정식 $x^2 - kx + 2 = 0$ 의 두 근을 α , β 라 할 때, $\alpha + \beta = k$, $\alpha\beta = 2$

$$\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{k}{2} = 2$$

$\therefore k = 4$

8. 지면에서 초속 40 m 로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라 할 때, $h = 40t - 5t^2$ 인 관계가 성립한다. 지면으로 부터 높이가 60 m 일 때는 물체를 쏘아 올린지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ **답 :** 초

▶ **답 :** 초

▷ **정답 :** 2 초

▷ **정답 :** 6 초

해설

$60 = 40t - 5t^2$

$5t^2 - 40t + 60 = 0$

$t^2 - 8t + 12 = 0$

$(t - 2)(t - 6) = 0$

$t = 2$ 또는 $t = 6$

9. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 $2\,\mathrm{cm}$ 늘여서 만든 정사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배보다 $4\,\mathrm{cm}^2$ 만큼 넓어졌다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : $4\,\mathrm{cm}$

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 $x\,\mathrm{cm}$라고 하면, 직사각형의 가로와 세로의 길이는 각각 $x+4(\mathrm{cm}), x+2(\mathrm{cm})$이다.

가로의 길이 : $x+2$

세로의 길이 : $x+2$

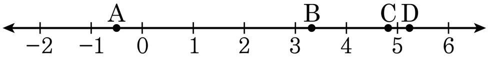
$(x+2)^2 = 2x^2+4$이므로

$x^2 - 4x = 0$

$x(x-4) = 0$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 $4\,\mathrm{cm}$ 이다.

10. 다음 수직선 위의 점 A, B, C, D에 대응하는 수는 $4\sqrt{3}-2$, $2\sqrt{5}-5$, $10-3\sqrt{5}$, $\sqrt{27}$이다. 점 A에 대응하는 수를 a, 점 B에 대응하는 수를 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?



① $3\sqrt{3}-3\sqrt{5}+10$

② $4\sqrt{3}+2\sqrt{5}-7$

③ $3\sqrt{3}+2\sqrt{5}-5$

④ $5-\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{3}-2$

해설

$4\sqrt{3}-2=\sqrt{48}-2 \fallingdotseq 4.\times\times\times$: C

$2\sqrt{5}-5=\sqrt{20}-5 \fallingdotseq -0.\times\times\times$: A

$10-3\sqrt{5}=10-\sqrt{45} \fallingdotseq 3.\times\times\times$: B

$\sqrt{27} \fallingdotseq 5.\times\times\times$: D

$a=2\sqrt{5}-5, b=10-3\sqrt{5}$

$\therefore a+b=\left(2\sqrt{5}-5\right)+\left(10-3\sqrt{5}\right)=5-\sqrt{5}$

11. 다음의 표는 제곱근표의 일부이다. 이 표를 이용하여 $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{3}-\frac{9}{\sqrt{3}}\right)$의 값을 구하면?

수	0	1	2
1	1.000	1.005	1.010
2	1.414	1.418	1.421
3	1.732	1.735	1.738
4	2	2.002	2.005
5	2.236	2.238	2.241
6	2.449	2.452	2.454
7	2.646	2.648	2.650
8	2.828	2.830	2.832

① 1.414　② −1.732　③ 1.732

④ −2.449　⑤ 2.449

해설

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}-\frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=-\sqrt{6}=-2.449$$

12. $Ax^2 + 36x + B = (2x + C)^2$ 에서 양수 $A,\ B,\ C$ 의 합을 구하면?

① 4 ② 9 ③ 81 ④ 90 ⑤ 94

해설

$Ax^2+36x+B = 4x^2+2\times2Cx+C^2$ 이므로 $A=4,\ B=81,\ C=9$ 이다.

따라서 $A+B+C = 4+81+9 = 94$ 이다.

13. 다음 보기에서 각 식의 인수를 $ax+b$ 라 할 때, $a+b=3$ 인 인수 $ax+b$ 를 갖는 식을 모두 골라라.

보기

㉠ $2(3x+2)+(2x-1)(3x+2)$

㉡ $2x(2x+1)-3(1+2x)$

㉢ $(x+2)(x-1)-2(x+2)$

㉣ x^2-4x+4

㉤ $2x^2+7x+6$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

㉠ $2(3x+2)+(2x-1)(3x+2)=(3x+2)(2x+1)$
㉡ $2x(2x+1)-3(1+2x)=(2x+1)(2x-3)$
㉢ $(x+2)(x-1)-2(x+2)=(x+2)(x-3)$
㉣ $x^2-4x+4=(x-2)^2$
㉤ $2x^2+7x+6=(2x+3)(x+2)$

14. $x=3+\sqrt{8}$, $y=3-\sqrt{8}$ 일 때, $(x^n+y^n)^2-(x^n-y^n)^2$ 의 값은?(단, n 은 양의 정수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(x^n+y^n)^2-(x^n-y^n)^2$

$=(x^n+y^n+x^n-y^n)(x^n+y^n-x^n+y^n)$

$=2x^n\times 2y^n=4(xy)^n$

$xy=(3+\sqrt{8})(3-\sqrt{8})=1$

$\therefore 4(xy)^n=4$

15. 이차방정식 $\left\{1+(a+b)^2\right\}x^2-2(1-a-b)x+2=0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a+b+2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$이므로

$$\frac{D}{4}=(1-a-b)^2-2\left\{1+(a+b)^2\right\} \geq 0$$

$(a+b)^2+2(a+b)+1 \leq 0$

$\therefore\ (a+b+1)^2 \leq 0$

$a,\ b$ 는 실수이므로 $a+b+1=0$

$\therefore\ a+b+2=1$

16. $\sqrt{\dfrac{96x}{y}} = N$ 이 자연수가 되는 자연수 x, y 에 대해 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것을 <u>모두</u> 고르면?

① xy 의 최솟값은 6 이다.

② $2x+y$ 의 최솟값은 7 이다.

③ $y=3$ 이면 N 은 자연수가 될 수 없다.

④ x 가 반드시 2 의 배수일 필요는 없다.

⑤ xy 는 반드시 6 의 배수여야 한다.

해설

$N = \sqrt{\dfrac{96x}{y}}$ 가 자연수가 되기 위해서는 $\dfrac{96x}{y}$ 가 완전제곱수여야 한다.

$96 = 2^5 \times 3$ 이므로 xy 는 반드시 6 (제곱수) 이어야 한다.(① 성립)

$x=1$ 일 때, $y=6$ 이면 $N = \sqrt{16} = 4$ 이다.(④ 성립)

$y=3$ 일 때, $x=2$ 이면 $N=8$ 이다.(③은 성립하지 않는다.)

$2x+y$ 는 $x=2$, $y=3$ 일 때 최솟값 7 을 갖는다.(② 성립)

$x=3$이고 $y=25$인 경우 N은 자연수가 되지만 xy는 6의 배수가 아니다.(⑤는 성립하지 않는다.)

17. 두 부등식 $\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$, $3 \le \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 을 만족하는 정수 x, y 에 대해 $x+y$ 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

$\sqrt{5} < \sqrt{2x} < 2\sqrt{7}$ 이므로 $5 < 2x < 28$, 즉 $2.5 < x < 14$
$3 \le \sqrt{y-1} < 5\sqrt{2}$ 이므로 $9 \le y-1 < 50$, 즉 $10 \le y < 51$
두 정수 x, y 는 양수이므로 $x+y$ 의 최솟값은 x 의 최솟값, y 의 최솟값의 합이다.
따라서 $x = 3, y = 10$ 일 때, $x+y$ 는 최솟값 13 을 갖는다.

18. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$이라고 한다. 100 이하의 자연수 n에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되지 않는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: ＿＿＿＿개

▷ 정답: 91 개

해설

$S(n) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \ldots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$

따라서 $S(n)$이 자연수이려면 $\sqrt{n+1}$이 1보다 큰 자연수가 되어야 한다.

$n \leq 100$인 자연수이므로

$1 < n+1 \leq 101$

$n+1 = 2^2, 3^2, 4^2, \cdots, 10^2$ 일 때, $\sqrt{n+1}$이 1 보다 큰 자연수이므로

100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$이 자연수가 되기 위한 n 의 개수는 9 개이고,

자연수가 되지 않기 위한 n의 개수는 $100 - 9 = 91$ (개)이다.

19. $x^2-ax-3x+3a-3$ 이 두 일차식의 곱으로 인수분해 될 때, a 가 될 수 있는 값의 합은? (단, 주어진 다항식은 정수 범위에서 인수분해 된다.)

① 2　　② 4　　③ 6　　④ 8　　⑤ 10

해설

$x^2-ax-3x+3a-3=(x+\alpha)(x+\beta)$로 놓으면

$x^2-(a+3)x+3a-3=x^2+(\alpha+\beta)x+\alpha\beta$

$a+3=-(\alpha+\beta)$에서 $a=-\alpha-\beta-3$

$3a-3=\alpha\beta$에서 $a=\dfrac{\alpha\beta+3}{3}$

$\therefore\ -\alpha-\beta-3=\dfrac{\alpha\beta+3}{3}$

$\alpha\beta+3\alpha+3\beta+12=0$

$(\alpha+3)(\beta+3)=-3$

$\alpha+3=\pm1$ 일 때, $\beta+3=\mp3$ 이므로

$(\alpha,\beta)=(-2,-6)(-4,0)$

$\therefore\ a=-\alpha-\beta-3$ 에서 $a=1,\ 5$

20. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수일 때, 양의 실수 x 에 대하여 $x^2+(x-[x])^2=18$ 이 성립할 때, $(x-[x])^2+\dfrac{1}{(x-[x])^2}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$0 \le x-[x] < 1$ 이므로 $0 \le (x-[x])^2 < 1$

$x^2+(x-[x])^2=18$ 에서 $(x-[x])^2=18-x^2$

$0 \le 18-x^2 < 1$

$\therefore \sqrt{17} < x \le \sqrt{18}$

즉 $[x]=4$ 이므로 $x^2+(x-[x])^2=18$ 에 대입하면

$2x^2-8x-2=0, x^2-4x-1=0$

$\therefore x=2+\sqrt{5}\ (\because x>0)$

$$\begin{aligned}\therefore\ & (x-[x])^2+\frac{1}{(x-[x])^2}\\ &=(2+\sqrt{5}-4)^2+\frac{1}{(2+\sqrt{5}-4)^2}\\ &=9-4\sqrt{5}+\frac{1}{9-4\sqrt{5}}\\ &=9-4\sqrt{5}+9+4\sqrt{5}\\ &=18\end{aligned}$$