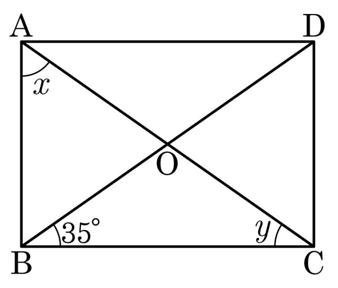
1. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\angle\mathrm{DBC} = 35°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 크기는?



① 55° ② 65° ③ 90° ④ 100° ⑤ 120°

해설

$\overline{\mathrm{AD}} // \overline{\mathrm{BC}}$ 므로 $\angle\mathrm{ACB} = \angle\mathrm{CAD} = \angle y$

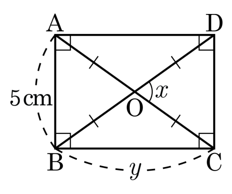
$\therefore \angle x + \angle y = 90°$

2. 평행사변형 ABCD 에서 두 대각선이 직교할 때, □ABCD 는 어떤 사각형인가?

① 정사각형 ② 직사각형 ③ 마름모
④ 등변사다리꼴 ⑤ 사다리꼴

해설
평행사변형에서 두 대각선이 직교하면 마름모가 된다.

3. 다음 그림에서 직사각형 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 x, y 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\circ}$

▶ 답 : $\underline{\text{ cm}}$

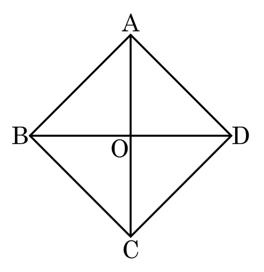
▷ 정답 : $\angle x = 90$ $\underline{\circ}$

▷ 정답 : $y = 5$ $\underline{\text{cm}}$

해설

직사각형이 정사각형이 될 조건은
두 대각선이 이루는 각이 $90°$이므로 $\angle x = 90°$
이웃한 두변의 길이가 같으므로 $y = 5(\text{cm})$

4. 다음 그림의 마름모 ABCD 가 정사각형이 되기 위한 조건을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\angle BAC = \angle DAC$

② $\angle ABD = \angle CBD$

③ $\angle DAB = \angle ABC$

④ $\overline{AO} = \overline{CO}$

⑤ $\overline{AO} = \overline{BO}$

해설

③ 평행사변형에서 이웃하는 두 각의 합은 $180°$ 인데 $\angle DAB = \angle ABC$ 이면,
$\angle DAB = \angle ABC = 90°$ 가 되어 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.
⑤ 평행사변형에서 $\overline{AO} = \overline{CO}$, $\overline{BO} = \overline{DO}$ 인데 $\overline{AO} = \overline{BO}$ 가 되면 $\overline{AO} = \overline{BO} = \overline{CO} = \overline{DO}$ 가 되어 □ABCD 는 직사각형이 된다. 따라서 □ABCD 는 네 변의 길이가 모두 같고 네 내각의 크기가 모두 같으므로 정사각형이 된다.

5. 다음 조건에 알맞은 사각형을 모두 구하면?

'대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.'

① 평행사변형, 등변사다리꼴, 마름모, 정사각형

② 등변사다리꼴, 평행사변형, 마름모

③ 마름모, 정사각형

④ 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형

⑤ 등변사다리꼴, 직사각형, 정사각형

해설

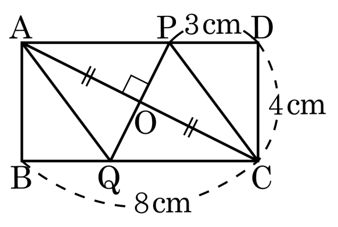
대각선이 서로 다른 것을 이등분하는 것은 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형이다.

6. 다음 사각형 중에서 두 대각선의 길이가 같은 사각형이 아닌 것을 모두 고르면?

① 평행사변형 ② 등변사다리꼴 ③ 정사각형
④ 마름모 ⑤ 직사각형

해설
① 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
④ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.

7. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{PQ}}$ 는 대각선 AC 의 수직이등분선이다. □AQCP 의 넓이는?



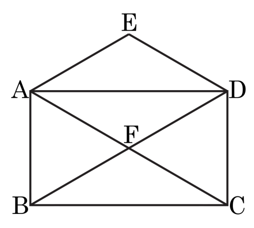
① $16\,\mathrm{cm}^2$　② $18\,\mathrm{cm}^2$　③ $20\,\mathrm{cm}^2$
④ $24\,\mathrm{cm}^2$　⑤ $28\,\mathrm{cm}^2$

해설

□AQCP 는 마름모이므로
△ABQ ≡ △CDP (RHS)

$$\square\mathrm{AQCP} = \square\mathrm{ABCD} - 2\triangle\mathrm{ABQ}$$
$$= 8 \times 4 - 2 \times \frac{1}{2} \times 3 \times 4$$
$$= 32 - 12 = 20(\,\mathrm{cm}^2)$$

8. 다음 그림에서 사각형 ABCD 는 직사각형이고, 사각형 AFDE 는 평행사변형이다. $\overline{\mathrm{DE}} = 5x\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AE}} = (3x+2y)\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{CF}} = (18-x)\mathrm{cm}$ 일 때, $x+y$는?



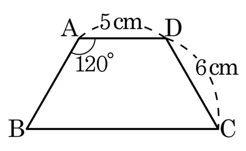
① 5cm ② 6cm ③ 7cm

④ 8cm ⑤ 9cm

해설

사각형 AFDE 는 평행사변형이고, $\overline{\mathrm{AF}} = \overline{\mathrm{FD}}$ 이므로 사각형 AFDE 는 마름모이다.
따라서 네 변의 길이는 모두 같다. 또, 직사각형의 두 대각선의 길이는 같고 각각 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{AE}} = \overline{\mathrm{CF}}$ 이다.
따라서 $5x = 18 - x$, $x = 3\,\mathrm{cm}$ 이다.
$5x = 3x + 2y$, $15 = 9 + 2y$, $y = 3\,\mathrm{cm}$ 이다.
$\therefore x + y = 6(\mathrm{cm})$

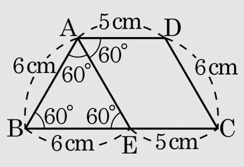
9. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{CD} = 6\text{cm}$, $\overline{AD} = 5\text{cm}$, $\angle A = 120°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 28 cm

해설



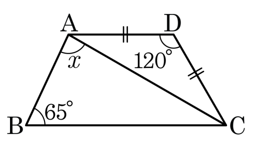
□AECD 는 평행사변형이므로 $\overline{AD} = \overline{EC} = 5\text{cm}$

△ABE 는 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BE} = 6\text{cm}$

그러므로 $\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 6 + 5 = 11(\text{cm})$

□ABCD 의 둘레는 $5 + 6 + 11 + 6 = 28(\text{cm})$

10. 다음 그림은 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AD} = \overline{DC}$ 이고, $\angle ABC = 65°$, $\angle ADC = 120°$ 일 때, $\angle x$ 의 값을 구하여라.



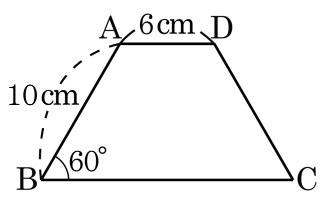
▶ 답:

▷ 정답: 85

해설

삼각형 ADC 는 이등변삼각형이므로
$\angle DAC = \angle DCA = 30°$
$\angle BCA = 30°$ ($\angle DAC$ 와 엇각관계)
그러므로 $\angle x + 65° + 30° = 180°$
$\therefore \ \angle x = 85$

11. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} // \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\angle ABC = 60°$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

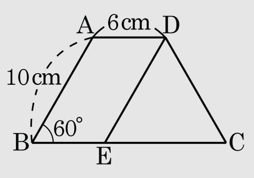


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

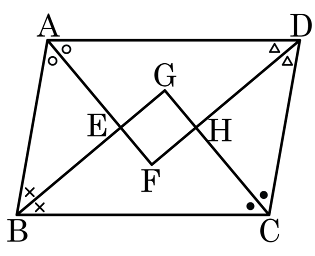
해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$와 평행한 직선이 $\overline{BC}$와 만나는 점을 E라고 하면



$\angle ABE = \angle DEC = 60°$이고, □ABCD는 등변사다리꼴이므로 $\angle B = \angle C = 60°$이다.
따라서 △DEC는 정삼각형이므로 $\overline{BC} = 6 + 10 = 16(\text{cm})$이다.

12. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 네 내각의 이등분선을 연결하여 □EFGH 를 만들었을 때, □EFHG 는 어떤 사각형인가?



① 평행사변형　② 사다리꼴　③ 직사각형
④ 정사각형　⑤ 마름모

해설

$\angle ABC + \angle BAD = 180°$ 이므로 $\angle GBA + \angle FAB = 90°$ 이고, $\triangle ABE$ 에서 $\angle AEB = 180° - 90° = 90°$ 이다.
마찬가지로 $\angle EGH = \angle EFH = \angle CHD = 90°$ 이므로 □EFGH 는 직사각형이다.

13. 다음 보기의 사각형 중에서 각 변의 중점을 이어 만든 사각형이 마름모가 되는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ 평행사변형	㉡ 사다리꼴
㉢ 등변사다리꼴	㉣ 직사각형
㉤ 정사각형	㉥ 마름모

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

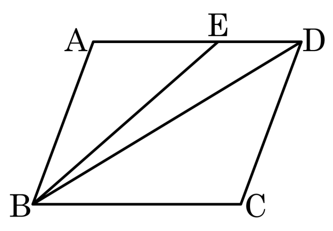
▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 평행사변형이 된다.
등변사다리꼴의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
직사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 마름모가 된다.
정사각형의 중점을 이어 만든 사각형은 정사각형이 된다. 따라서 마름모가 된다.
마름모의 중점을 이어 만든 사각형은 직사각형이 된다.

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 50cm^2 이고, $\overline{\text{AE}}$: $\overline{\text{ED}} = 3:2$ 일 때, $\triangle\text{ABE}$ 의 넓이는?



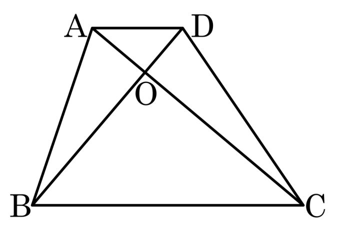
① 10cm^2
② 12cm^2
③ 15cm^2
④ 20cm^2
⑤ 25cm^2

해설

$\triangle\text{ABE} + \triangle\text{EBD} = \dfrac{1}{2}\square\text{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\text{ABE} = \dfrac{1}{2}\square\text{ABCD} \times \dfrac{3}{3+2} = 15(\text{cm}^2)$

15. 다음 그림의 사다리꼴 ABCD 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$, $\overline{AO} : \overline{OC} = 1 : 3$ 이고 $\triangle ABD = 20\text{cm}^2$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?



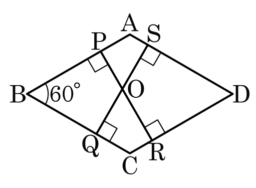
① 30cm^2 ② 45cm^2 ③ 60cm^2

④ 75cm^2 ⑤ 90cm^2

해설

$\triangle ABO : \triangle AOD = 3 : 1$, $\triangle AOB = 15\text{cm}^2$,
$1 : 3 = 15\text{cm}^2 : \triangle OBC$, $\triangle OBC = 45\text{cm}^2$,
$\therefore\ \triangle ABC = \triangle DBC = \triangle AOB + \triangle OBC = 15 + 45 = 60(\text{cm}^2)$

16. 다음 그림과 같이 $\angle ABC = 60°$ 인 마름모 ABCD 의 내부에 임의의 한 점 O 가 있다. 점 O 에서 마름모 ABCD 의 각 변 또는 그의 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 P, Q, R, S 라 할 때, 다음 중 $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}$ 와 같은 것은?

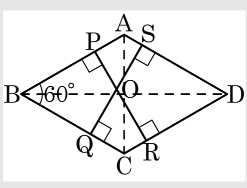


① $\overline{AC}$ ② $\overline{BD}$ ③ $\overline{OA}+\overline{OC}$

④ $\overline{OB}+\overline{OD}$ ⑤ $2\overline{AB}$

해설

마름모 ABCD 의 한 변의 길이를 a 라 하면



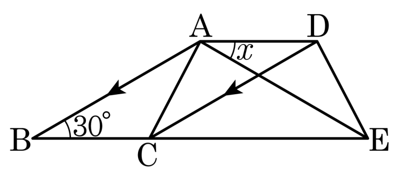
$\square ABCD = \triangle OAB + \triangle OBC + \triangle OCD + \triangle OAD$
$= \frac{a}{2}\times\overline{OP}+\frac{a}{2}\times\overline{OQ}+\frac{a}{2}\times\overline{OR}+\frac{a}{2}\times\overline{OS}$
$= \frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS})$ ⋯ ㉠

또한 $\overline{AC}$ 를 그으면 $\overline{AB}=\overline{BC}$, $\angle B = 60$ 이므로 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 즉, $\overline{AC}=a$ 이므로

$\square ABCD = \frac{1}{2}\times\overline{AC}\times\overline{BD} = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ ⋯ ㉡

㉠, ㉡에서 $\frac{a}{2}(\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}) = \frac{a}{2}\times\overline{BD}$ ∴ $\overline{OP}+\overline{OQ}+\overline{OR}+\overline{OS}=\overline{BD}$

17. 다음 그림의 □ACED 가 $\overline{AD} // \overline{CE}$ 인 등변사다리꼴이고, $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\angle ABC = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하시오.



▶ 답 : __________ °

▷ 정답 : 30°

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle DAC$ 에서

$\overline{DE} = \overline{AC}$, $\angle ADE = \angle DAC$, $\overline{AD}$ 는 공통

$\therefore \triangle ADE \equiv \triangle DAC$ (SAS 합동)

$\therefore \angle ADC = \angle DAE = \angle x$

$\overline{AD} // \overline{CE}$ 이므로

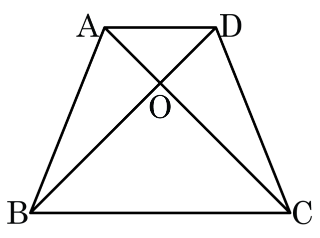
$\angle x = \angle ADC = \angle DCE$ (엇각)

$\overline{AB} // \overline{DC}$ 이므로

$\angle x = \angle DCE = \angle ABC$ (동위각)

$\therefore \ \angle x = 30°$

18. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD에서 $\triangle AOD = 9\,\mathrm{cm}^2$이다. $\overline{AO} : \overline{OC} = 3 : 7$일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.



▶ 답: $\underline{\qquad\qquad\mathrm{cm}^2}$

▷ 정답: $100\,\underline{\mathrm{cm}^2}$

해설

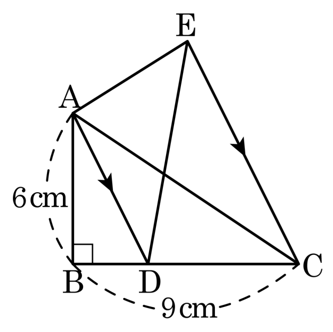
$\triangle DOC = \frac{7}{3} \times 9 = 21\,(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle OAB = \triangle ODC$이므로

$\triangle OBC = \frac{7}{3} \times 21 = 49\,(\mathrm{cm}^2)$

$\therefore\ \square ABCD = 9 + 21 \times 2 + 49 = 100\,(\mathrm{cm}^2)$

19. 다음 그림에서 $\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$, $\overline{BD} : \overline{DC} = 1 : 2$이고, $\overline{AB} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$ 일 때, $\triangle ADE$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : 18 cm^2

해설

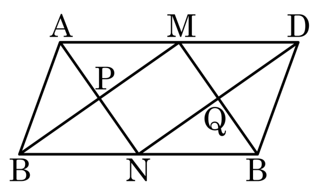
$\triangle ABD$와 $\triangle ADC$에서 높이는 같고 밑변은 $1 : 2$이므로 $\triangle ABD : \triangle ADC = 1 : 2$

$\triangle ADC = \triangle ABC \times \dfrac{2}{1+2} = \dfrac{1}{2} \times 6 \times 9 \times \dfrac{2}{3} = 18(\text{cm}^2)$

$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{EC}$이므로 $\triangle ADE \triangle ADC$의 밑변과 높이가 같다.

$\therefore \triangle ADE = \triangle ADC = 18(\text{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 이고, $\overline{AD}$ 와 $\overline{BC}$ 의 중점을 각각 M, N 이라 할 때, □MPNQ 는 어떤 사각형인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 직사각형

해설

□ABCM, □MBND 가 평행사변형 이므로 $\overline{PM} // \overline{NQ}, \overline{PN} // \overline{MQ}$ 이다.
따라서 □ABNM 은 $\angle P = 90°$ 이고 □MPNQ 은 직사각형이다.