

1. 함수 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 에서 $f(x) = x^2 + x + 1$ 이다. $f(a) = 3$ 일 때, a 의 값은? (단, $a > 0$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$a^2 + a + 1 = 3$$

$$a^2 + a - 2 = 0$$

$$(a+2)(a-1) = 0$$

$$a = -2 \text{ 또는 } a = 1$$

$$\therefore a > 0 \text{ 이므로 } a = 1$$

2. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 $(2, a)$ 를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① 0 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

(1) $y = 5x^2$ 이 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = 5 \times 2^2 = 20$$

(2) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는

$y = -5x^2$ 이므로, $b = -5$

$$\therefore a + b = 20 - 5 = 15$$

3. 다음 중 $y = x^2$ 의 그래프와 $y = -x^2$ 의 공통점이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

① 원점을 지난다.

② 아래로 볼록하다.

③ y 축에 대하여 대칭이다.

④ 그래프가 제 1 사분면을 지난다.

⑤ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

x^2 의 계수가 양수면 아래로 볼록, 음수면 위로 볼록하다.

4. 다음 보기 중 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프와 완전히 포개어 지는 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $y = -(x-2)^2$

㉡ $y = 4x^2 + 3$

㉢ $y = -x^2 + 7$

㉣ $y = -2(x-1)^2$

㉤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 3$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉢

해설

이차항의 계수가 같은 이차함수를 찾는다.

6. $y = 2(x+3)^2 - 5$ 의 y절편은?

- ① 3 ② -3 ③ 5 ④ 13 ⑤ -13

해설

$y = 2(x+3)^2 - 5$ 에 $x = 0$ 을 대입하면
 $y = 2(0+3)^2 - 5 = 13$
따라서 y절편은 13

7. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 (2, 2) 를 지나고, 꼭짓점의 좌표가 (1, 3) 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -3 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

꼭짓점이 (1, 3) 이므로 $y = a(x - 1)^2 + 3$

(2, 2) 를 대입하면 $2 = a + 3$, $a = -1$

따라서 구하는 식은

$y = -(x - 1)^2 + 3 = -x^2 + 2x + 2$ 이므로

$b = 2, c = 2$

$\therefore a + b + c = 3$

8. 합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x , 두 수의 곱을 y 라 할 때, 두 수의 곱의 최댓값을 구하면?

① 11 ② 21 ③ 25 ④ 81 ⑤ 100

해설

합이 18 인 두 수가 있다. 한 수를 x 로 두면 나머지 한 수는 $(18 - x)$ 이다.

$$y = x(18 - x) = -x^2 + 18x = -(x^2 - 18x + 81) + 81$$

$$y = -(x - 9)^2 + 81$$

따라서 두 수의 곱의 최댓값은 81 이다.

9. 다음 중 이차함수인 것을 모두 고르면?

① $y = (x-1)(x+1)$

② $y = (2x+1)^2 - 4x^2$

③ $y = \left(\frac{3}{x-3}\right)^2$

④ $y = (x+1)^2 - x^2$

⑤ $y = (2x-2)^2 + x^2$

해설

②는 정리하면 $y = 4x + 1$ 이므로 일차함수, ③은 분수함수, ④는 정리하면 $y = 2x + 1$ 이므로 일차함수이다.

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(-3, 9)$ 를 지난다고 한다. 이때, a 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = ax^2 \text{ 의 그래프가 점 } (-3, 9) \text{ 를 지나므로 } 9 = a \times (-3)^2$$

$$\therefore a = 1$$

11. y 가 x^2 에 비례하고, $x = 3$ 일 때, $y = 3$ 이다. y 와 x 의 관계식을 $y = ax^2$ 의 꼴로 나타낼 때, a 의 값으로 알맞은 것을 고르면?

- ① 0 ② $\frac{1}{5}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$$\begin{aligned}y &= ax^2 \\ 3 &= 9a \\ \therefore a &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

12. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① 아래로 볼록한 포물선이다.
- ② 점 (2, 4) 를 지난다.
- ③ 꼭짓점은 원점이다.
- ④ 축의 방정식은 $y = 0$ 이다.
- ⑤ $x > 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

해설

④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.

13. 다음 중 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① y 축에 대하여 대칭이다.
- ② 아래로 볼록하다.
- ③ 꼭짓점의 좌표는 $(0, 0)$ 이다.
- ④ $y = 2x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.
- ⑤ $y = -x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

해설

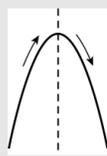
$y = ax^2$ 의 그래프는 꼭짓점이 원점, y 축이 대칭축이다. $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다. $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
∴ ②가 옳지 않다.

14. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.
- ② 꼭짓점의 좌표는 $(0, -\frac{1}{2})$ 이다.
- ③ $x > 0$ 일 때 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ 아래로 볼록하다.
- ⑤ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 서로 대칭이다.

해설

$y = ax^2$ 의 그래프는 다음의 기본성질을 갖는다.
꼭짓점은 $(0, 0)$, 대칭축은 y 축, 즉 $x = 0$ 이다.
 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록하다. $|a|$ 이 작을수록 포물선의 폭이 넓다.
 $y = -ax^2$ 와 x 축에 대하여 대칭이다.
이에 따라 살펴보면 ①, ②, ④는 옳지 않다.
③에서 위로 볼록하므로 축의 오른쪽(축보다 큰 범위)에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.



15. 이차함수 $y = x^2 - 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면 두 점 $(1, 13)$, $(-1, 5)$ 를 지날 때, $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$y = x^2 - 4$ 를 x 축, y 축의 방향으로 각각 p , q 만큼 평행이동한 식을

$y = x^2 + ax + b$ 라고 하면

$(1, 13)$, $(-1, 5)$ 를 대입하면

$$1 + a + b = 13, \quad a + b = 12 \cdots \text{㉠}$$

$$1 - a + b = 5, \quad -a + b = 4 \cdots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $a = 4$, $b = 8$

$$y = x^2 + 4x + 8 = (x + 2)^2 + 4$$

$$= (x - p)^2 - 4 + q$$

$$p = -2, \quad -4 + q = 4, \quad q = 8$$

$$\therefore p + q = -2 + 8 = 6$$

16. 이차함수 $y = x^2 + 4mx + m^2 - 9m - 3$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $y = x - 1$ 위에 있을 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $m = -\frac{1}{3}$

▷ 정답 : $m = -2$

해설

$$y = x^2 + 4mx + m^2 - 9m - 3 \\ = (x + 2m)^2 - 3m^2 - 9m - 3$$

꼭짓점 $(-2m, -3m^2 - 9m - 3)$ 가 직선

$y = x - 1$ 위에 있으므로

$$-3m^2 - 9m - 3 = -2m - 1$$

$$3m^2 + 7m + 2 = 0, (3m + 1)(m + 2) = 0$$

$$\therefore m = -\frac{1}{3} \text{ 또는 } m = -2$$

17. 이차함수 $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동한 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

- ① $x > -2$ ② $x < -2$ ③ $x < 2$
④ $x > 2$ ⑤ $x > 0$

해설

$y = -(x+2)^2$ 의 그래프이므로
꼭짓점이 $(-2, 0)$ 이고 위로 볼록한 그래프,
 $x < -2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

18. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x > -\frac{1}{2}$

해설

축의 방정식이 $x = -\frac{1}{2}$ 이고, 위로 볼록하므로

$x > -\frac{1}{2}$ 일 때, x 의 값이 증가하면, y 의 값은 감소한다.

19. 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 5$ 의 그래프에서 x 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x > 2$

해설

$$y = -x^2 + 4x - 5$$

$$y = -(x-2)^2 - 1$$

따라서 꼭짓점이 $(2, -1)$ 인 위로 볼록한 그래프이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값이 감소하는 x 의 범위는 $x > 2$

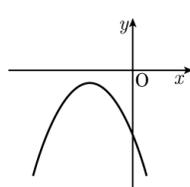
20. 이차함수 $y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 점 $(-2, 4)$ 를 지난다. a 의 값은?

- ① $-\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$y = a(x+2)^2$ 의 그래프를 원점에 대칭이동한 함수의 식은
 $-y = a(-x+2)^2$
 $(-2, 4)$ 를 대입하면
 $-4 = 16a$
 $\therefore a = -\frac{1}{4}$

21. 이차함수 $y = -a(x-p)^2 - q$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p, q 의 부호로 알맞은 것은?



- ① $a > 0, p > 0, q < 0$ ② $a > 0, p > 0, q > 0$
③ $a > 0, p < 0, q > 0$ ④ $a < 0, p = 0, q < 0$
⑤ $a < 0, p > 0, q = 0$

해설

$y = -a(x-p)^2 - q$ 의 그래프는 위로 볼록하므로 $-a < 0, a > 0$ 이고 꼭짓점의 좌표가 제 3 사분면 위에 있으므로 $p < 0$ 이고 $-q < 0, q > 0$ 이다.

22. 다음 보기는 이차함수 $y = -(x+2)^2 - 1$ 의 그래프에 대한 설명이다. 옳은 것을 고르면?

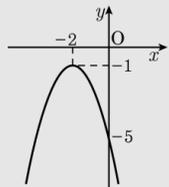
보기

- ㉠ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
- ㉡ y 축과 만나는 점의 좌표는 $(0, -5)$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제2, 3, 4 사분면을 지난다.
- ㉣ 그래프는 $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소한다.
- ㉤ $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼, y 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동한 것이다.

- ① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉡, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉢, ㉣

해설

- ㉠ 축의 방정식은 $x = -2$ 이다.
- ㉢ 그래프는 제3, 4 사분면을 지난다.
- ㉣ $x < -2$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.



23. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x-2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 $(2, -11)$ 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x-2)^2 - 11 \\ &= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8, q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

24. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - 1$ 의 그래프는 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동한 것이다. 이때, $p + q$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \\ &= 2(x+1)^2 - 3\end{aligned}$$

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 것이므로

$$p = -1, q = -3$$

$$\therefore p + q = -4$$

25. 이차함수 $y = 3x^2 - 18x + 5$ 의 그래프는 $y = 3x^2 - 18x - 7$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한 것이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a + b = 12$

해설

$y = 3x^2 - 18x - 7$ 의 그래프를 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = 3(x-3)^2 - 34$ 이다.
 $y = 3x^2 - 18x + 5$ 의 그래프를 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타내면 $y = 3(x-3)^2 - 22$ 이므로 $y = 3(x-3)^2 - 34$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 0, y 축의 방향으로 12만큼 평행이동한 것이다. 따라서 $a + b = 12$ 이다.

26. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하면?

- ① $x > 1$ ② $x > 2$ ③ $x > 3$ ④ $x < 2$ ⑤ $x < 1$

해설

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 - 3x + 1 = \frac{1}{2}(x^2 - 6x) + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{9}{2} + 1 \\ &= \frac{1}{2}(x-3)^2 - \frac{7}{2} \end{aligned}$$

축이 $x = 3$ 이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 범위는 $x > 3$ 이다.

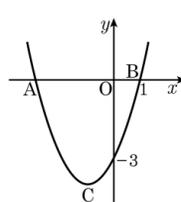
27. 이차함수 $y = x^2 - 3x + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > \frac{9}{8}$ ② $k > \frac{9}{4}$ ③ $k > \frac{9}{2}$ ④ $k < \frac{9}{4}$ ⑤ $k < \frac{9}{8}$

해설

$g = f(x)$ 가 x 축과 두 점에서 만난다.
 $\Leftrightarrow f(x) = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖는다.
 $D = (-3)^2 - 4k > 0$
 $9 - 4k > 0$
 $\therefore k < \frac{9}{4}$

28. $y = x^2 + ax - 3$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 x 축과 두 점 A, B 에서 만나고 꼭짓점이 C 일 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$y = x^2 + ax - 3 \text{ 에 } B(1, 0) \text{ 을 대입하면 } a = 2$$

$$y = x^2 + 2x - 3$$

$$y = (x+3)(x-1) \Rightarrow A(-3, 0)$$

$$y = (x+1)^2 - 4 \Rightarrow C(-1, -4)$$

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $(3+1) \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$ 이다.

29. 이차함수 $y = 2x^2 - 4x + 3$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것은?

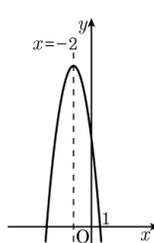
- ① 꼭짓점의 좌표는 (2, 1)이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \leq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 $y = -x^2 - 4x + 5$ 이다.
- ④ x 가 증가할 때 y 가 감소하는 x 의 범위는 $x < 1$ 이다.
- ⑤ 함수의 그래프는 제1, 2, 3 사분면을 지난다.

해설

$$y = 2x^2 - 4x + 3 = 2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 = 2(x - 1)^2 + 1$$

- ① 꼭짓점은 (1, 1)이다.
- ② 모든 x 의 값에 대하여 y 의 값의 범위는 $y \geq 1$ 이다.
- ③ y 축에 대칭인 그래프의 식은 x 대신 $-x$ 를 대입하므로 $y = 2x^2 + 4x + 3$ 이다.
- ④ 아래로 볼록이고 축의 식이 $x = 1$ 이므로 $x < 1$ 일 때, x 가 증가할 때 y 는 감소한다.
- ⑤ 아래로 볼록, 꼭짓점이 (1, 1), y 절편이 3인 그래프를 그리면 제1, 2 사분면을 지난다.

30. 다음은 $x = -2$ 를 축으로 하는 이차함수 $y = -2x^2 + mx + n$ 의 그래프이다. m, n 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $m = -8$

▷ 정답: $n = 10$

해설

$y = -2(x+2)^2 + q$ 에 $(1, 0)$ 을 대입하면

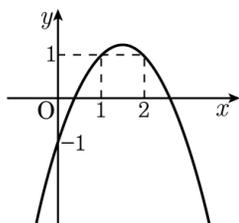
$0 = -2 \times 9 + q$ 이다.

$\therefore q = 18$

$y = -2(x+2)^2 + 18$
 $= -2(x^2 + 4x + 4) + 18$
 $= -2x^2 - 8x + 10$

$\therefore m = -8, n = 10$

31. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $a + 3b + c$ 의 값은?



- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

세 점 $(0, -1)$, $(1, 1)$, $(2, 1)$ 을 지나는 그래프이다.

점 $(0, -1)$ 을 지나므로 $-1 = c$

점 $(1, 1)$ 을 지나므로 $1 = a + b + c$

점 $(2, 1)$ 을 지나므로 $1 = 4a + 2b + c$

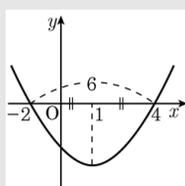
세 식을 연립하면 $a = -1$, $b = 3$, $c = -1$ 이므로

$a + 3b + c = -1 + 9 + (-1) = 7$ 이다.

32. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 그래프는 $x = 1$ 을 축으로 하고, x 축과 만나는 두 점 사이의 거리가 6 이라고 한다. $a + b$ 의 값은?

- ① -5 ② -3 ③ -1 ④ 3 ⑤ 5

해설



그림에서 보듯 대칭축이 1 이고 x 축과의 교점 사이의 거리가 6 이므로 x 절편은 -2, 4 이다.

$$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b = \frac{1}{2}(x+2)(x-4) = \frac{1}{2}x^2 - x - 4 \therefore a = -1, b = -4$$

따라서 $a + b = -5$ 이다.

33. 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 2k - 1$ 의 최댓값이 5 일 때, k 의 값은?

- ① 1 ② 3 ③ 5 ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 4x + 2k - 1 \\ &= -(x-2)^2 + 4 + 2k - 1 \\ &= -(x-2)^2 + 2k + 3 \end{aligned}$$

최댓값이 5 이므로 $2k + 3 = 5$
 $\therefore k = 1$

34. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax + 5$ 는 $x = 2$ 일 때, 최댓값 b 를 갖는다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2ax + 5 \\ &= -(x-a)^2 + a^2 + 5 \end{aligned}$$

$x = a$ 일 때, 최댓값 $a^2 + 5$ 를 가지므로 $a = 2$

$$a^2 + 5 = b, b = 9$$

$$\therefore a + b = 11$$

35. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2$ 의 그래프와 모양이 같고, $x = 1$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라고 할 때, 상수 a, b, c 의 합 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, -1)$, x^2 의 계수가 $-\frac{1}{2}$ 이므로 이차함수의 식은 $y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 이다.

$y = -\frac{1}{2}(x-1)^2 - 1$ 을 전개하면 $y = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ 이므로

$a = -\frac{1}{2}$, $b = 1$, $c = -\frac{3}{2}$ 이다.

$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2} = -1$

36. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x+a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a+2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

37. 이차함수 $y = -2x^2 - 4ax + 8a$ 의 최댓값을 M 이라고 할 때, M 의 최솟값을 구하여라. (단, a 는 상수이다.)

▶ 답:

▷ 정답: -8

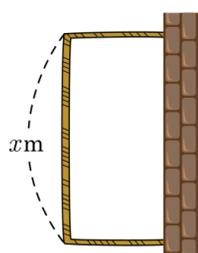
해설

$$y = -2x^2 - 4ax + 8a = -2(x+a)^2 + 2a^2 + 8a$$

$$\therefore M = 2a^2 + 8a = 2(a+2)^2 - 8$$

따라서 M 의 최솟값은 -8 이다.

38. 다음 그림과 같이 길이 20m 인 철망을 담벽에 C자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



- ① 70 m² ② 40 m² ③ 50 m²
 ④ 80 m² ⑤ 60 m²

해설

닭장 넓이를 y 라 하면

$$\begin{aligned} y &= x \left(\frac{20-x}{2} \right) \\ &= \frac{1}{2}(-x^2 + 20x) \\ &= -\frac{1}{2}(x^2 - 20x + 100 - 100) \\ &= -\frac{1}{2}(x-10)^2 + 50 \end{aligned}$$

$\therefore x = 10$ 일 때 최댓값 50 m²

39. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로 길이를 x cm 길게 하고 세로 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

- ① 2 ② 4 ③ 8 ④ 14 ⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면
 $y = (6 + x)(10 - x)$
 $= -x^2 + 4x + 60$
 $= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$
 $= -(x - 2)^2 + 64$
따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

40. 둘레의 길이가 24 인 철사를 구부려서 부채꼴 모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이를 y 라고 할 때, 부채꼴의 넓이의 최댓값을 구하면?

- ① 18 ② 20 ③ 30 ④ 32 ⑤ 36

해설

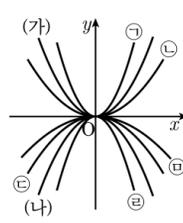
반지름의 길이를 x 라 하면 호의 길이는 $24 - 2x$ 이다.

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2} \times x \times (24 - 2x) \\ &= x(12 - x) \\ &= -x^2 + 12x \\ &= -(x^2 - 12x + 36 - 36) \\ &= -(x - 6)^2 + 36\end{aligned}$$

이차함수는 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다. 따라서 꼭짓점이 $(6, 36)$ 이므로 반지름의 길이 $x = 6$ 일 때, 부채꼴의 넓이 y 가 최댓값 36 을 가진다.

41. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이 고, $y = x^2$... (가), $y = -x^2$... (나)이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢
 ④ ㉣ ⑤ ㉤



해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 ㉡이다.

42. 이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행 이동하면 점 (k, 6) 을 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

이차함수 $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 (2, 0) 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{2}{3}(x-2)^2$ 이다. 점 (k, 6) 을 지나므로 대입하면 $6 = \frac{2}{3}(k-2)^2$, $9 = (k-2)^2$, $k-2 = \pm 3$ 따라서 $k = 5, -1$ 이다.

43. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프는 $x = 1$ 인 직선에 대해 대칭이고 x 절편은 3 이다. $a + b = -2$ 를 만족할 때, $2a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = ax^2 + bx + c = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2}{4a} + c$ 의 그래프가 $x = 1$

인 직선에 대해 대칭이면

꼭짓점의 x 좌표가 1 이므로 $-\frac{b}{2a} = 1$,

$$b = -2a \cdots \text{㉠}$$

$$a + b = -2 \cdots \text{㉡}$$

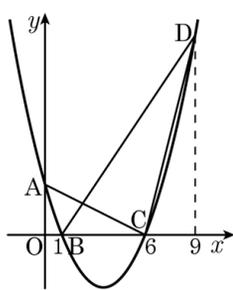
㉠, ㉡에 의하여 $a = 2, b = -4$

또한 x 절편이 3 이므로 $9a + 3b + c = 0$

$$\therefore c = -6$$

따라서 $2a + b + c = 4 - 4 - 6 = -6$ 이다.

44. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 $\frac{15}{2}$ 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times c = \frac{15}{2} \text{ 이다.}$$

$$c = 3, \text{ 즉 } A(0, 3) \text{ 이다.}$$

$$y = ax^2 + bx + 3 = a(x - 1)(x - 6) = ax^2 - 7ax + 6a$$

$$6a = 3, a = \frac{1}{2}, b = -\frac{7}{2} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{7}{2}x + 3 \text{ 이므로 } D(9, 12) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (6 - 1) \times 12 = 30$$

45. $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 그래프의 x 절편과 y 절편을 연결한 삼각형의 넓이를 구하면?

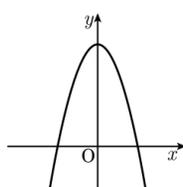
- ① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$y = 2(x+3)^2 - 2 = 2x^2 + 12x + 16$ 에서 x 절편은 -4 와 -2 , y 절편은 16

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 2 \times 16 = 16$ 이다.

46. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프의 꼭짓점이 y 축 위에 있을 때, 이차함수 $y = cx^2 - ax + b$ 의 그래프가 지나는 사분면을 모두 말하여라.



▶ 답: 사분면

▶ 답: 사분면

▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 1 사분면

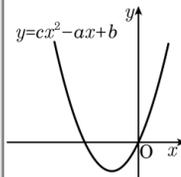
▷ 정답: 제 2 사분면

▷ 정답: 제 3 사분면

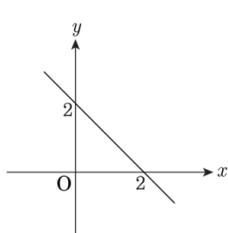
해설

$a < 0, c > 0$ 이고 축이 y 축 위에 있으므로 $b = 0$ 이다.

$y = cx^2 - ax + b$ 에서 아래로 볼록하고 y 축과 만나는 점이 원점이며 $-ac > 0$ 이므로 축은 y 축의 왼쪽에 있다. 따라서 지나는 사분면은 제1, 2, 3 사분면이다.



47. 다음 그림은 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프이다. 이차함수 $y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$ 의 그래프의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

기울기 $a = -1$, y 절편 $b = 2$

$$y = \frac{1}{2}ax^2 + bx + 3$$

$$= -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$$

$$= -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$$

$x = 2$ 일 때, 최댓값은 5 이다.

48. $y = x^2 + 2ax + a$ 의 최솟값을 m 이라고 할 때, m 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

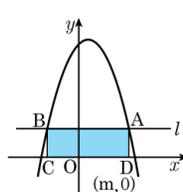
$$y = x^2 + 2ax + a = (x + a)^2 - a^2 + a$$

최솟값은 $-a^2 + a$ 이다.

$$\text{즉, } m = -a^2 + a = -\left(a - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{4} \text{ 이다.}$$

$\therefore a = \frac{1}{2}$ 일 때, m 은 최댓값 $\frac{1}{4}$ 을 갖는다.

49. $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프와 x 축에 평행인 직선 l 이 만나는 두 점 A, B 에서 x 축에 수선을 그어 그 수선의 발을 각각 D, C 라 하고, 점 D 의 x 좌표를 m 이라고 할 때, $\square ABCD$ 의 둘레의 길이의 최댓값은? $\left(\frac{1}{2} < m < 3\right)$



- ① $\frac{11}{2}$ ② $\frac{31}{4}$ ③ 10 ④ $\frac{49}{4}$ ⑤ $\frac{29}{2}$

해설

$y = -x^2 + x + 6 = -\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$ 의 점 A 의 좌표는 $(m, -m^2 + m + 6)$ 이다.

직사각형의 가로 길이는 $2\left(m - \frac{1}{2}\right)$ 이고,

직사각형의 세로 길이는 $-m^2 + m + 6$
($\square ABCD$ 둘레의 길이)

$$= 2\left[2\left(m - \frac{1}{2}\right) - m^2 + m + 6\right]$$

$$= 2(2m - 1 - m^2 + m + 6)$$

$$= 2(-m^2 + 3m + 5)$$

$$= -2\left(m - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{29}{2}$$

$m = \frac{3}{2}$ 일 때, 최댓값은 $\frac{29}{2}$ 이다.

50. 지면으로부터 60m 높이에서 쏘아올린 물체의 x 초 후의 높이를 y m 라 하면 $y = -5x^2 + 20x + 60$ 인 관계가 있다. 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 지면에 다시 떨어질 때까지 걸리는 시간을 각각 구하면?

- ① 1 초, 3 초 ② 2 초, 4 초 ③ 2 초, 6 초
④ 3 초, 6 초 ⑤ 3 초, 8 초

해설

최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간은
 $y = -5x^2 + 20x + 60 = -5(x-2)^2 + 80$ 이므로
 $x = 2$ 일 때 y 의 최댓값은 80
따라서 2 초 후이다.
지면에 떨어질 때 $y = 0$ 이다.
 $0 = -5x^2 + 20x + 60$
 $-5(x^2 - 4x - 12) = 0$
 $-5(x-6)(x+2) = 0$
그런데, $x > 0$ 이므로 $x = 6$
즉, 6 초 후에 지면에 떨어진다.