1. 실수 x 에 대하여 복소수 $(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$ 가 순허수가 되도록 하는 x 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(1+i)x^2-(1+3i)x-(2-2i)$

$=(x^2-x-2)+(x^2-3x+2)i$

순허수가 되려면 (실수 부분)=0, (허수 부분)$\neq 0$이어야 하므로

$x^2-x-2=0$, $x^2-3x+2\neq 0$

(i) $x^2-x-2=0$ 에서 $(x+1)(x-2)=0$

$\therefore\ x=-1$ 또는 $x=2$

(ii) $x^2-3x+2\neq 0$ 에서 $(x-1)(x-2)\neq 0$

$\therefore\ x\neq 1$ 또는 $x\neq 2$

따라서 (i), (ii) 에 의하여 $x=-1$

2. 실수 x, y에 대하여, 등식 $2x+y+(x-3y)i=3+2i$가 성립할 때, $\frac{x}{y}$의 값을 구하면?

① $-\frac{1}{11}$ ② 11 ③ 7 ④ -7 ⑤ -11

해설

$2x+y=3$, $x-3y=2$ 이므로

$x=\frac{11}{7}$, $y=-\frac{1}{7}$

$\therefore \frac{x}{y}=\frac{11}{7}\times-\frac{7}{1}=-11$

3. $x = 1 + 2i$, $y = \dfrac{1+2i}{1-i}$, $z = \dfrac{1-2i}{1-i}$ 일 때, $xy + xz$ 의 값을 구하면?

① $-1+3i$　② $-1-2i$　③ $-1+2i$
④ $-1-i$　⑤ $-1+i$

해설

$x = 1 + 2i,\ y = \dfrac{1+2i}{1-i},\ z = \dfrac{1-2i}{1-i}$

$$\begin{aligned} \therefore\ xy + xz &= \frac{(1+2i)^2}{1-i} + \frac{(1-2i)(1+2i)}{1-i} \\ &= \frac{-3+4i+5}{1-i} \\ &= \frac{2+4i}{1-i} \\ &= -1+3i \end{aligned}$$

4. $(1+i)^{10}$ 의 값은?

① $10-i$ ② $4i$ ③ $8i$ ④ $16i$ ⑤ $32i$

해설

$$(1+i)^{10} = \left\{(1+i)^2\right\}^5 = (1+2i+i^2)^5$$
$$= (2i)^5 = 2^5 \cdot i^5 = 32i$$

5. $j^2 = -\sqrt{-1}$ 라 할 때, j^{2012} 의 값은?

① 1 ② -1

③ $\sqrt{-1}$ ④ $-\sqrt{-1}$

⑤ 두 개의 값을 갖는다.

해설

$j^4 = (-\sqrt{-1})^2 = (\sqrt{-1})^2 = -1$

$\therefore\ j^{2012} = (j^4)^{503} = (-1)^{503} = -1$

6. $z = 1 - i$ 일 때, $\dfrac{\overline{z} - 1}{z} - \dfrac{z - 1}{\overline{z}}$ 의 값은?

① $-i$　　② i　　③ $-2i$　　④ $2i$　　⑤ 1

해설

$z = 1 - i, \overline{z} = 1 + i$

$\therefore$ (준식) $= \dfrac{i}{1 - i} - \dfrac{-i}{1 + i} = \dfrac{2i}{2} = i$

7. $\dfrac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}}$의 값은?

① $1-\sqrt{2}$　② $-1-\sqrt{2}$　③ $(1+\sqrt{2})i$
④ $-(1+\sqrt{2})i$　⑤ $(1-\sqrt{2})i$

해설

$$\frac{1}{\sqrt{-2}-\sqrt{-1}} = \frac{1}{\sqrt{2}-1}\times\frac{1}{i}$$
$$= (\sqrt{2}+1)\times(-i)$$
$$= -(1+\sqrt{2})i$$

8. 복소수 $z=(1+i)x^2+x-(2+i)$가 0이 아닌 실수가 되도록 실수 x의 값을 구하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① -1 ② 1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 2

해설

복소수 z를 $a+bi$ ($a,\ b$는 실수) 의 꼴로 정리하면
$z=(x^2+x-2)+(x^2-1)i$
이것이 실수가 되려면 허수부분이 0이 되어야 한다.
즉, $x^2-1=0$, $x=\pm1$
한편, $x=1$이면 $z=0+0i=0$이므로
$z\neq0$라는 조건에 맞지 않는다.
$\therefore\ x=-1$

9. 복소수 $(1+i)x^2-(2+i)x-3-2i$를 제곱하면 음의 실수가 된다고 할 때, 실수 x의 값은?

① -1　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

(준식)$= x^2-2x-3+(x^2-x-2)i$
이것을 제곱해서 음의 실수가 되려면 순허수이어야 하므로
$x^2-2x-3=0\cdots$㉠, $x^2-x-2\neq 0\cdots$㉡
㉠에서 $x=3,\ x=-1$
이 중에서 ㉡를 만족하는 것은 $\therefore\ x=3$

10. x, y가 양의 실수이고, $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$일 때, $x + y$의 값을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답:

▷ 정답 : 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.

$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$

$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots$ ㉠

$xy - 2 = 0 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$

$\therefore\ x + y = 3$ ($\because$ x, y 는 양의 실수)

11. 다음 등식을 만족시키는 실수 x, y를 구할 때, x^2+y^2의 값을 구하시오.

$$(1-2xi)(2-yi)=6-2i \text{ (단, } x>0 \text{)}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$(2-2xy)-(4x+y)i=6-2i$

$2-2xy=6,\ 4x+y=2$

연립하여 x 에 대해 정리하면

$2x^2-x-1=0$

$(x-1)(2x+1)=0$

$\therefore\ x=1(x>0),\ y=-2$

12. $(i-1)x^2-3(a+i)x+(5+2i)=0$이 실근을 갖도록 하는 실수 a의 값을 α, β라 할 때, $\alpha-\beta$의 값을 구하면$(\alpha>\beta)$?

① $\frac{7}{6}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{11}{6}$

해설

$(i-1)x^2-3(a+i)x+(5+2i)=0$
$(-x^2-3ax+5)+(x^2-3x+2)i=0$
$-x^2-3ax+5=0\cdots$ ⓐ
$x^2-3x+2=0\cdots$ ⓑ
ⓑ을 인수분해하면,
$(x-1)(x-2)=0$, $\therefore\ x=1,\ 2$
ⓐ에 대입하면,
$x=1$일 때, $-1-3a+5=0$, $\therefore\ a=\frac{4}{3}$
$x=2$일 때, $-4-6a+5=0$, $\therefore\ a=\frac{1}{6}$
$\therefore\ \alpha=\frac{4}{3}, \beta=\frac{1}{6}(\because\ \alpha>\beta)$
$\therefore\ \alpha-\beta=\frac{4}{3}-\frac{1}{6}=\frac{7}{6}$

13. n 개의 수 $a_1, a_2, a_3 \cdots a_n$ 는 $1, -1, \sqrt{2}i, -\sqrt{2}i$ 중에서 하나의 값을 가진다고 한다. 보기 $a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n = 0$, $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \cdots + a_n^2 = 0$ 이라고 할 때, 다음 중 n 의 값이 될 수 있는 것은?

① 300 ② 303 ③ 305 ④ 308 ⑤ 310

해설

$a_1, a_2, \cdots a_n$ 중 1이 a 개, -1 이 b 개 , $\sqrt{2}i$ 가 c 개, $-\sqrt{2}i$ 가 d 개 있다고 하면, a, b, c, d 는 음이 아닌 정수

$a_1 + a_2 + \cdots + a_n$

$= 1 \times a + (-1) \times b + (\sqrt{2}i) \times c + (-\sqrt{2}i) \times d$

$= a - b + \sqrt{2}i\,(c - d) = 0$

a, b, c, d 는 실수이므로 $a - b, c - d$ 도 실수

복소수의 상등에 의해 $a = b,\ c = d \cdots$ ①

$a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2$

$= 1^2 \times a + (-1)^2 \times b + (\sqrt{2}i)^2 \times c + (-\sqrt{2}i)^2 \times d$

$= a + b - 2c - 2d = (a + b) - 2(c + d) = 0$

$a + b = 2(c + d)$

$2a = 4c$($\because$ ①)

$\therefore\ a = 2c$

$\therefore\ a : b : c : d = 1 : 1 : 2 : 2$

$\therefore\ n = a + b + c + d = 6a$, n 은 6 의 배수

14. $f(x)=\dfrac{1+x}{1-x}$ 일 때, $f\left(\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^2\right)+f\left(\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^2\right)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f\left(\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^2\right)+f\left(\left(\dfrac{1-i}{1+i}\right)^2\right)$
$=f(i^2)+f((-i)^2)$
$=f(-1)+f(-1)$
$=0$

15. 정수 n에 대하여, $z = i^n + \frac{1}{i^n}$ 을 만족하는 실수의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$z = i^n + \frac{1}{i^n}$ 에서

$n = 1$ 일 때, $i + \frac{1}{i} = i - i = 0$

$n = 2$ 일 때, $-1 + \frac{1}{-1} = -1 - 1 = -2$

$n = 3$ 일 때, $-i + \frac{1}{-i} = 0$

$n = 4$ 일 때, $1 + \frac{1}{1} = 2$

따라서, $z = -2,\ 0,\ 2$ 이므로 3 개이다.

16. 유리수 $a,\ b,\ c,\ d$에 대하여 $(\sqrt{2}+i)^4 + a(\sqrt{2}+i)^3 + b(\sqrt{2}+i)^2 + c(\sqrt{2}+i) + d = 0$을 만족한다. 이 때, $a-b-c-d$의 값은? (단, $i^2=-1$)

① -7　　② 3　　③ 1　　④ -1

해설

$(\sqrt{2}+i)^4 = -7+4\sqrt{2}i$, $(\sqrt{2}+i)^3 = -\sqrt{2}+5i$,
$(\sqrt{2}+i)^2 = 1+2\sqrt{2}i$
$(-7+4\sqrt{2}i)+a(-\sqrt{2}+5i)$
$+b(1+2\sqrt{2}i)+c(\sqrt{2}+i)+d=0$
$(-7-\sqrt{2}a+b+\sqrt{2}c+d)$
$+(4\sqrt{2}+5a+2\sqrt{2}b+c)i=0$
$\therefore\ (-7+b+d)+(c-a)\sqrt{2}=0,$
$(5a+c)+(4+2b)\sqrt{2}=0$
$a,\ b,\ c,\ d$ 는 유리수이므로 $-7+b+d=0$:
$c-a=0,\ 5a+c=0,\ 4+2b=0$
$\therefore\ a=0,\ b=-2,\ c=0,\ d=9$
$\therefore\ a-b-c-d=-7$

17. $f(x)=\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^{100}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)$ 의 값은?

① 1 ② $1-i$ ③ $1+i$ ④ -1 ⑤ 0

해설

$\frac{1+i}{1-i}=i$ 이므로

$f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)=f(i)=\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{100}=i^{100}=1$

18. $\alpha,\ \beta$가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?(단, $\overline{\alpha},\ \overline{\beta}$는 각각 $\alpha,\ \beta$의 켤레복소수이고, $i=\sqrt{-1}$이다.)

㉠ $\alpha=\overline{\beta}$이면 $\alpha+\beta,\ \alpha\beta$는 모두 실수이다.
㉡ $\alpha=\overline{\beta}$일 때, $\alpha\beta=0$이면 $\alpha=0$이다.
㉢ $\alpha^2+\beta^2=0$이면 $\alpha=0,\ \beta=0$이다.
㉣ $\alpha+\beta i=0$이면 $\alpha=0,\ \beta=0$이다.

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 없다

해설

㉠ $\alpha=a+bi$ ($a,\ b$는 실수)라 하면
$\alpha=\overline{\beta}$이므로 $\beta=a-bi$
$\therefore\ \alpha+\beta=(a+bi)+(a-bi)=2a$
$\alpha\beta=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$
$\therefore\ \alpha+\beta,\ \alpha\beta$는 실수이다.
㉡ :㉠에서 $\alpha\beta=a^2+b^2=0,\ a,\ b$는
실수이므로 $a=0,\ b=0$ 즉, $=a+bi=0$이다.
㉢ :(반례) $\alpha=i,\ \beta=1$
$\therefore\ \alpha^2+\beta^2=i^2+1^2=0$
㉣ :(반례) $\alpha=1,\ \beta=i$
$\therefore\ \alpha+\beta i=0$
$\therefore$ ㉢, ㉣는 $\alpha,\ \beta$가 실수일 때만 성립한다.

19. 복소수 z 에 대하여 다음의 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $z \neq 0$ 이며, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수임)

> ㉠ $z\bar{z}$ 는 항상 실수이다.
>
> ㉡ $z + \bar{z} = 0$ 이면, z 는 순허수이다.
>
> ㉢ $z + \bar{z}$ 는 항상 실수이다.
>
> ㉣ $z - \bar{z}$ 는 항상 순허수이다.
>
> ㉤ $\frac{1}{z}$ 과 $\frac{1}{\bar{z}}$ 의 실수부는 항상 동일하다.

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉡, ㉢
④ ㉠, ㉢, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$z = a + bi, \bar{z} = a - bi$

㉠ $z\bar{z} = a^2 + b^2 \Rightarrow$ 실수

㉡ $z + \bar{z} = (a + bi) + (a - bi) = 2a = 0, a = 0$

$\therefore\ z = bi \Rightarrow$ 순허수 ($\because\ z \neq 0$ 이므로 $b \neq 0$)

㉢ $z + \bar{z} = 2a \Rightarrow$ 실수

㉣ $z - \bar{z} = (a + bi) - (a - bi) = 2bi$

순허수로 판단하기 쉬우나, $b = 0$ 인 경우

$z - \bar{z} = 0$ 으로 순허수가 아니다.

㉤ $\frac{1}{z} = c + di$ 라면 $\frac{1}{\bar{z}} = \overline{\frac{1}{z}} = c - di$ 이므로 참

20. $z=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 에 대하여 $z^{2005}+\bar{z}^{2005}$ 의 값을 구하면?

① $\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ ② -1 ③ $\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

④ 1 ⑤ $\sqrt{3}i$

해설

$z=\dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$, $\bar{z}=\dfrac{-1-\sqrt{3}i}{2}$

$2z+1=\sqrt{3}i$ 에서 양변을 제곱해서 정리하면

$z^2+z+1=0$, $(z-1)(z^2+z+1)=0$

$\therefore z^3=1,\ \bar{z}^3=1$

$$\begin{aligned} z^{2005}+\bar{z}^{2005} &= (z^3)^{668}\cdot z+(\bar{z}^3)^{668}\cdot\bar{z} \\ &= z+\bar{z} \\ &= -1 \end{aligned}$$

21. $x+\frac{1}{x}=1$ 일 때, $x^3+5x+\frac{2}{x}+\frac{1}{x^3}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{1}{2}(1\pm\sqrt{3}i)$ ② $\frac{3}{2}(1\pm\sqrt{3}i)$ ③ $\frac{5}{2}(2\pm\sqrt{3}i)$
④ $\frac{7}{2}(3\pm\sqrt{3}i)$ ⑤ $\frac{9}{2}(4\pm\sqrt{3}i)$

해설

$x+\frac{1}{x}=1 \Rightarrow x^2-x+1=0 \therefore x=\frac{1\pm\sqrt{3}i}{2}$

(준식) $=x^3+\frac{1}{x^3}+2\left(x+\frac{1}{x}\right)+3x$

$=\left(x+\frac{1}{x}\right)^3-\left(x+\frac{1}{x}\right)+3x$

$=3x$

$=\frac{3}{2}(1\pm\sqrt{3}i)$

22. $\alpha = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^3+2\alpha^2+2\alpha+5$ 의 값을 구하면?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$\alpha = \dfrac{-1+\sqrt{3}i}{2}$

$2\alpha = -1+\sqrt{3}i$

$2\alpha+1 = \sqrt{3}i$

양변을 제곱하여 정리하면

$\alpha^2+\alpha+1=0$

$\alpha^3+2\alpha^2+2\alpha+5$

$=\alpha(\alpha^2+\alpha+1)+(\alpha^2+\alpha+1)+4$

$=4$

해설

$\alpha^2+\alpha+1=0$ 을 얻은 후 $\alpha^3+2\alpha^2+2\alpha+5$ 를 $\alpha^2+\alpha+1$ 로 나누면

$\alpha^3+2\alpha^2+2\alpha+5$

$=(\alpha^2+\alpha+1)(\alpha+1)+4$

$=4$ ($\because$ $\alpha^2+\alpha+1=0$)

23. $x = -1 + i$ 일 때, $x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1$ 의 값을 구하면?

① $-1 + i$　　② $-i$　　③ i

④ -1　　⑤ 1

해설

$x = i - 1 \Rightarrow x + 1 = i$

양변을 제곱해서 정리하면 $x^2 + 2x + 2 = 0$

$x^4 + 2x^3 + x^2 - x - 1$

$= x^2(x^2 + 2x + 2) - x^2 - x - 1$

$= -x^2 - x - 1 \ (\because \ x^2 + 2x + 2 = 0)$

$= -(-2x - 2) - x - 1$

$= x + 1 = i$

24. $\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$, $\dfrac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{c}{b}}$, $|a+b| > |c|$인 $a,\ b,\ c$에 대하여 $\sqrt{(a+b+c)^2} - |a+b| - \sqrt{c^2}$의 값은?

① $2a$ ② $2b$ ③ $-2c$ ④ $-2a$ ⑤ $-3b$

해설

$\sqrt{a}\sqrt{b} = -\sqrt{ab}$ 이므로, $a \le 0,\ b \le 0$

$\dfrac{\sqrt{c}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\dfrac{c}{b}}$ 이므로, $b < 0,\ c \ge 0$

$|a+b| > |c|$ 이므로, $-(a+b) > 0$

$\therefore\ a+b+c < 0$

$$\begin{aligned}\therefore(\text{주어진 식}) &= |a+b+c| - |a+b| - |c| \\ &= -(a+b+c) + (a+b) - c \\ &= -2c\end{aligned}$$

25. $f(x)=\left(\frac{1-x}{1+x}\right)^{50}$ 일 때, $f\left(\frac{1+i}{1-i}\right)+f\left(\frac{1-i}{1+i}\right)$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$\frac{1+i}{1-i}=i,\ \frac{1-i}{1+i}=-i$

$$\begin{aligned}\therefore (\text{준식}) &= \left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{50}+\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{50}\\ &= (-i)^{50}+(i)^{50}\\ &= (-i)^{2}+(i)^{2}\\ &= -2\end{aligned}$$

26. 서로 다른 두 복소수 x, y 가 $x^2 - y = i$, $y^2 - x = i$ 를 만족할 때, $x^3 + y^3$ 의 값을 구하시오. (단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $2 - 3i$

해설

$x^2 - y = i \cdots$①, $y^2 - x = i \cdots$② 에서

① - ② 하면 : $(x+y)(x-y) + (x-y) = 0$,

$(x-y)(x+y+1) = 0$

조건에서 $x \neq y$ 이므로 $x + y = -1$ 이다.

① + ②하면 $x^2 + y^2 - x - y = 2i$

식을 변형하면 $(x+y)^2 - 2xy - (x+y) = 2i$

$\therefore\ xy = 1 - i$

$$\begin{aligned} x^3 + y^3 &= (x+y)^3 - 3xy(x+y) \\ &= (-1)^3 - 3(1-i)(-1) \\ &= 2 - 3i \end{aligned}$$

27. 모든 복소수 z 에 대하여 다음 중 실수인 것을 모두 고르면 ? (단 $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

㉠ $(z+1)^2$

㉡ $(2z+1)(\bar{z}+1)-z$

㉢ $(z^2+z+1)(\bar{z}+1)+\left((\bar{z})^2+\bar{z}+1\right)(z+1)$

① ㉠　　② ㉡　　③ ㉢

④ ㉠, ㉡　　⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ (반례) $z=i$ 이면 $(z+1)^2=(i+1)^2=2i$
(허수)

㉡ $(2z+1)(\bar{z}+1)-z=2z\bar{z}+(z+\bar{z})+1$ (실수)
($\because z\bar{z}, z+\bar{z}$ 모두 실수이다.)

㉢ $(z^2+z+1)(\bar{z}+1)=Z$ 라 하면
(준식)$=Z+\bar{Z}$ 이므로 실수

따라서 실수인 것은 ㉡, ㉢이다.

28. 복소수 α, β 는 $\alpha\overline{\alpha} = 1$, $\beta\overline{\beta} = 1$ 을 만족하고 $\alpha + \beta = i$ 이다. 이 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값을 구하면?

① 4　　② 3　　③ 2　　④ 1　　⑤ $\frac{1}{2}$

해설

$\alpha + \beta = i$에서 $\overline{\alpha + \beta} = \overline{i}$　　$\therefore\ \overline{\alpha} + \overline{\beta} = -i$

$\alpha\overline{\alpha} = 1,\ \beta\overline{\beta} = 1$에서 $\overline{\alpha} = \frac{1}{\alpha},\ \overline{\beta} = \frac{1}{\beta}$

$\overline{\alpha} + \overline{\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta}$　　$\therefore\ \alpha\beta = -1$

$\therefore\ \alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = i^2 - 2 \cdot (-1) = 1$

29. 방정식 $(2+3i)z+(2-3i)\bar{z}=2$를 만족시키는 복소수 z는? (단, $\bar{z}$ 는 z의 켤레복소수)

① 존재하지 않는다.
② 한 개 있다.
③ 두 개뿐이다.
④ 무수히 많이 있다.
⑤ 세 개뿐이다.

해설

$z=a+bi$ ($a,\ b$ 는 실수)라 놓으면,
$(2+3i)z+(2-3i)\bar{z}=2$ 에서
$(2+3i)(a+bi)+(2-3i)(a-bi)=2$
$2(2a-3b)=2$
$\therefore\ 2a-3b=1$ 을 만족하는 실수 $a,\ b$ 의 쌍은 무수히 많다.

30. $\alpha = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}$, $\beta = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^{99}+\beta^{99}$ 의 값을 구하면?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$\alpha = \frac{1+\sqrt{3}i}{2}, \beta = \frac{1-\sqrt{3}i}{2}$ 에서 각각 양변에 2를 곱하고 1을 이항한 후 양변을 제곱해서 정리하면
$\alpha^2-\alpha+1=0, \beta^2-\beta+1=0$
두 식에 각각 $\alpha+1, \beta+1$ 를 곱하면
$(\alpha+1)(\alpha^2-\alpha+1)=0, (\beta+1)(\beta^2-\beta+1)=0$
$\therefore\ \alpha^3=-1, \beta^3=-1$
$\therefore \alpha^{99}+\beta^{99} = \left(\alpha^3\right)^{33}+\left(\beta^3\right)^{33} = -1-1=-2$

해설

$\alpha+\beta=1, \alpha\beta=1$ 이므로
α, β 를 두 근으로 하는 이차방정식을 만들면
$x^2-x+1=0$
$\therefore (x+1)\left(x^2-x+1\right)=\left(x^3+1\right)=0$
$\alpha^3=-1, \beta^3=-1$
$\therefore \alpha^{99}+\beta^{99} = \left(\alpha^3\right)^{33}+\left(\beta^3\right)^{33} = -1-1=-2$