

1. 좌표평면 위의 점 $A(3, -2)$, $B(4, 5)$, $C(-1, 3)$ 을 세 꼭짓점으로 하는 평행사변형 $ABCD$ 의 나머지 꼭짓점 D 의 좌표를 (x, y) 라 할 때 $x+y$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

□ $ABCD$ 는 평행사변형이므로
대각선 AC 의 중점과 대각선 BD 의 중점이 일치한다.

점 D 의 좌표를 (x, y) 라고 하면

$$\left(\frac{3 + (-1)}{2}, \frac{-2 + 3}{2} \right) = \left(\frac{4 + x}{2}, \frac{5 + y}{2} \right)$$

$$\therefore x = -2, y = -4$$

따라서 점 D 의 좌표는 $(-2, -4)$

2. 세 꼭짓점의 좌표가 각각 $A(a, 2)$, $B(-1, 0)$, $C(5, b)$ 인 $\triangle ABC$ 의 세 변 AB , BC , CA 를 2 : 1로 외분하는 점을 각각 D, E, F 라 하자. $\triangle DEF$ 의 무게중심의 좌표가 $(2, 1)$ 이 되도록 하는 상수 a, b 에 대하여 $a + b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

세 변 AB, BC, CA 를 2 : 1로 외분하는 점 D, E, F 의 좌표를 각각 구하면

$$D \left(\frac{2 \times (-1) - 1 \times a}{2 - 1}, \frac{2 \times 0 - 1 \times 2}{2 - 1} \right)$$

$$= D(-a - 2, -2)$$

$$E \left(\frac{2 \times 5 - 1 \times (-1)}{2 - 1}, \frac{2 \times b - 1 \times 0}{2 - 1} \right)$$

$$= E(11, 2b)$$

$$F \left(\frac{2 \times a - 1 \times 5}{2 - 1}, \frac{2 \times 2 - 1 \times b}{2 - 1} \right)$$

$$= F(2a - 5, 4 - b) \text{ 이므로}$$

$\triangle DEF$ 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{-a - 2 + 11 + 2a - 5}{3}, \frac{-2 + 2b + 4 - b}{3} \right)$$

$$= \left(\frac{a + 4}{3}, \frac{b + 2}{3} \right)$$

이때, $\triangle DEF$ 의 무게중심의 좌표가

$(2, 1)$ 이므로

$$\frac{a + 4}{3} = 2, \quad \frac{b + 2}{3} = 1$$

$$\therefore a = 2, b = 1 \therefore a + b = 3$$

(다른 풀이) 일반적으로 $\triangle ABC$ 의 무게중심과

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 를 $m : n$ 으로 외분하는 점

(내분하는 점)을 이은 삼각형의 무게중심은 일치한다.

$$\text{즉, } \left(\frac{a - 1 + 5}{3}, \frac{2 + 0 + b}{3} \right) = (2, 1)$$

$$\therefore a = 2, b = 1$$

3. 세 점 $A(-1, 0)$, $B(2, -3)$, $C(5, 3)$ 에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P 의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

점 P 의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,

$$(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2 = 2\{(x-5)^2 + (y-3)^2\}$$

$$2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$$

$$= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$$

$$18x + 18y - 54 = 0$$

$$\Rightarrow x + y - 3 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$$

4. $(a+b)x + (2a-3b) < 0$ 의 해가 $x < -\frac{1}{3}$ 일 때, 부등식 $(a-3b)x + (b-2a) > 0$ 을 풀어라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -3$

해설

$$(a+b)x + (2a-3b) < 0$$

$$(a+b)x < 3b-2a$$

$$\Rightarrow x < \frac{3b-2a}{a+b} = -\frac{1}{3} \quad (a+b > 0)$$

$$\Rightarrow a+b = -3(3b-2a)$$

$$\Rightarrow a = 2b, \quad a+b = 3b > 0 \rightarrow b > 0$$

$$(a-3b)x + (b-2a) > 0 \Leftrightarrow -bx - 3b > 0$$

$$bx < -3b$$

$$\therefore x < -3 \quad (\because b > 0)$$

5. 연립부등식 $\begin{cases} 3(x-5) \leq 18 \\ 2(7+2x) > 3x+12 \end{cases}$ 을 만족하는 자연수의 개수를 A

라하고, 소수의 개수를 B 라고 할 때 $A - B$ 는 얼마인가?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3(x-5) \leq 18, x \leq 11$$

$$2(7+2x) > 3x+12$$

$$14+4x > 3x+12, x > -2$$

따라서, 해는 $-2 < x \leq 11$ 이며, 이를 만족하는 자연수는 11개이고 소수는 5개이다.

$$\therefore A - B = 6$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 7 < 6x - 11 \\ \frac{x + 7}{3} > \frac{2x + 3}{5} \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수를 구하여

라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 21개

해설

$$2x - 6x < -11 - 7$$

$$-4x < -18$$

$$x > \frac{9}{2}$$

$$5x + 35 > 6x + 9$$

$$x < 26$$

$$\therefore \frac{9}{2} < x < 26$$

이므로 이를 만족하는 정수의 개수는 21 개이다.

7. 연립부등식 $-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$ 을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -10

해설

$$-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$$

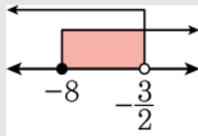
$$\Rightarrow \begin{cases} -4 + 5x < 3x - 7 \\ 3x - 7 \leq 4x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x \geq -8 \end{cases}$$

가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$$\therefore (-2) + (-8) = -10$$



8. 부등식 $|x - k| \leq 3$ 을 만족하는 x 의 값 중에서 최댓값과 최솟값의 곱이 9일 때, 양수 k 의 값은?

① $\sqrt{2}$

② 2

③ $3\sqrt{2}$

④ 4

⑤ $5\sqrt{2}$

해설

$$|x - k| \leq 3 \text{에서 } -3 \leq x - k \leq 3,$$

$$-3 + k \leq x \leq 3 + k$$

따라서 x 의 최댓값은 $3 + k$,

최솟값은 $-3 + k$ 이므로

$$(-3 + k)(3 + k) = 9$$

$$k^2 - 9 = 9$$

$$k^2 = 18 \quad \therefore k = \pm 3\sqrt{2}$$

k 는 양수이므로 $3\sqrt{2}$

9. 부등식 $(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 6개

② 5개

③ 4개

④ 3개

⑤ 2개

해설

$$(|x| - 1)(|x| - 3) < 0$$

$1 < |x| < 3$ 에서 구간을 나누면

(i) $x \geq 0$ 일 때, $1 < x < 3$, 정수 : 2

(ii) $x < 0$ 일 때, $1 < -x < 3$,

$-3 < x < -1$ 정수 : -2

\therefore 정수의 개수 : 2개

10. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $(m+2)x^2 - 4x + 2m < 0$ 이 성립하도록 하는 정수 m 의 최댓값은?

① -5

② -3

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

(i) $m = -2$ 일 때, $-4x - 4 < 0$ 이므로
모든 실수 x 에 대하여 성립하지는 않는다.

(ii) $m \neq -2$ 일 때, 모든 실수 x 에 대하여
주어진 부등식이 성립하려면 $m + 2 < 0$
 $\therefore m < -2 \dots \textcircled{7}$

또, $(m+2)x^2 - 4x + 2m = 0$ 의 판별식을

$$D \text{ 라 할 때 } \frac{D}{4} = (-2)^2 - 2m(m+2) < 0$$

$$4 - 2m^2 - 4m < 0, m^2 + 2m - 2 > 0$$

$$\therefore m < -1 - \sqrt{3} \text{ 또는 } m > -1 + \sqrt{3} \dots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{ 에서 } m < -1 - \sqrt{3}$$

(i), (ii) 에서 $m < -1 - \sqrt{3}$ 이므로
정수 m 의 최댓값은 -3 이다.

11. x 에 관한 연립방정식

$$\begin{cases} |x+4| > 3x \\ 2x(x-3) \geq 0 \end{cases} \quad \text{을 풀면?}$$

① $x \leq 0$

② $-2 < x < 3$

③ $x < 0, x > 2$

④ $0 < x < 2$

⑤ $x \geq 3$

해설

$$\begin{cases} |x+4| > 3x & \dots \textcircled{A} \\ 2x(x-3) \geq 0 & \dots \textcircled{B} \end{cases}$$

Ⓐ식에서

i) $x \geq -4$ 일때

$$x+4 > 3x \rightarrow 2x < 4 \rightarrow x < 2$$

$$\Rightarrow -4 \leq x < 2$$

ii) $x < -4$ 일때

$$-x-4 > 3x \rightarrow 4x < -4 \rightarrow x < -1$$

$$\therefore x < -4$$

i), ii)에서 $x < 2$

$$\textcircled{B} \text{식에서 } 2x(x-3) \geq 0 \rightarrow x \geq 3, x \leq 0$$

Ⓐ과 Ⓒ 공통범위 : $x \leq 0$

12. 두 점 $A(-2, -3)$, $B(-5, 4)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점 P 의 좌표를 구하면?

① $(0, -2)$

② $(0, \frac{1}{2})$

③ $(0, 1)$

④ $(0, 2)$

⑤ $(0, \frac{14}{3})$

해설

P 의 좌표를 $(0, \alpha)$ 라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{(0 - (-2))^2 + (\alpha - (-3))^2} \\ &= \sqrt{(0 - (-5))^2 + (\alpha - 4)^2}, \alpha = 2 \end{aligned}$$

$$\therefore P = (0, 2)$$

13. 두 점 $A(2, -1)$, $B(6, 3)$ 에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점을 P , y 축 위의 점을 Q 라 할 때, $\triangle OPQ$ 의 외심의 좌표를 (x, y) 라 할 때, $x + y$ 의 값을 구하여라.(단, O 는 원점)

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$P(a, 0)$, $Q(0, b)$ 라 하면

$$(2 - a)^2 + (-1 - 0)^2 = (6 - a)^2 + (3 - 0)^2 \dots \textcircled{㉠}$$

$$(2 - 0)^2 + (-1 - b)^2 = (6 - 0)^2 + (3 - b)^2 \dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$ 에서 $a = 5$, $\textcircled{㉡}$ 에서 $b = 5$

$\triangle OPQ$ 의 외심을 (x, y) 라 하면

$$x^2 + y^2 = (x - 5)^2 + y^2 = x^2 + (y - 5)^2$$

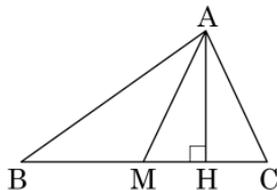
$$\therefore -10x + 25 = 0, -10y + 25 = 0$$

$$\therefore x = y = \frac{5}{2}$$

따라서 외심의 좌표는 $\left(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}\right)$

$$\therefore x + y = 5$$

14. 다음은 예각삼각형 ABC에서 변 BC의 중점을 M이라 할 때, $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{BM}^2 + \overline{AM}^2)$ 이 성립함을 보인 것이다.



점 A에서 선분 BC에 내린 수선의 발을 H라하자.

직각삼각형 ABH에서

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= \overline{BH}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \boxed{\text{(가)}}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \overline{BM}^2 + 2\overline{BM} \cdot \overline{MH} + \boxed{\text{(나)}}^2 \dots \textcircled{\text{A}}\end{aligned}$$

직각삼각형 AHC에서

$$\begin{aligned}\overline{AC}^2 &= \overline{CH}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \boxed{\text{(다)}}^2 + \overline{AH}^2 \\ &= \overline{CM}^2 - 2\overline{CM} \cdot \overline{MH} + \boxed{\text{(라)}}^2 \dots \textcircled{\text{B}}\end{aligned}$$

ⓐ, ⓑ에서 $\overline{AB}^2 + \overline{AC}^2 = 2(\overline{BM}^2 + \overline{AM}^2)$ 이다.

(가), (나), (다)에 알맞은 것은?

- ① (가) $\overline{BC} + \overline{CH}$ (나) \overline{AM} (다) $\overline{BH} - \overline{BM}$
 ② (가) $\overline{BC} + \overline{CH}$ (나) \overline{AH} (다) $\overline{BH} - \overline{BM}$
 ③ (가) $\overline{BM} + \overline{MH}$ (나) \overline{AM} (다) $\overline{BH} - \overline{BM}$
 ④ (가) $\overline{BM} + \overline{MH}$ (나) \overline{AH} (다) $\overline{CM} - \overline{MH}$
 ⑤ (가) $\overline{BM} + \overline{MH}$ (나) \overline{AM} (다) $\overline{CM} - \overline{MH}$

해설

생략

15. 좌표평면 위의 세 점 $O(0,0)$, $A(3,1)$, $B(1,3)$ 에 대하여 선분 OA, AB, BO 를 2 : 1 로 내분하는 점을 차례로 P, Q, R 라 할 때, $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는?

① $\left(\frac{1}{2}, 2\right)$

② $(1, -1)$

③ $(1, 1)$

④ $\left(\frac{4}{3}, 0\right)$

⑤ $\left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$

해설

$P(x_1, y_1)$ 이라 하면

$$x_1 = \frac{2 \cdot 3 + 1 \cdot 0}{2 + 1},$$

$$y_1 = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 0}{2 + 1}$$

$$\therefore P\left(2, \frac{2}{3}\right)$$

점 Q, R 도 마찬가지로 방법으로 계산하면

$$Q\left(\frac{5}{3}, \frac{7}{3}\right), \left(\frac{1}{3}, 1\right)$$

따라서 $\triangle PQR$ 의 무게중심의 좌표는

$$\left(\frac{2 + \frac{5}{3} + \frac{1}{3}}{3}, \frac{\frac{2}{3} + \frac{7}{3} + 1}{3}\right) = \left(\frac{4}{3}, \frac{4}{3}\right)$$

16. 두 점 $A(1, 3)$, $B(4, 0)$ 을 지나는 직선에 수직이고 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점을 지나는 직선의 방정식을 구하면 $y = ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 9$

해설

직선 AB 의 기울기는 $\frac{0-3}{4-1} = -1$ 이므로

직선 AB 에 수직인 직선의 기울기는 1 이다.

또, 선분 AB 를 1 : 2 로 외분하는 점의 좌표는

$\left(\frac{1 \times 4 - 2 \times 1}{1 - 2}, \frac{1 \times 0 - 2 \times 3}{1 - 2} \right)$, 즉 $(-2, 6)$

따라서 구하는 직선은 기울기가 1 이고

점 $(-2, 6)$ 을 지나므로

$$y - 6 = 1 \cdot (x + 2), \quad y = x + 8$$

$$a = 1, \quad b = 8 \quad \therefore a + b = 9$$

17. 세 직선 $l_1 : ax + y + 2 = 0$, $l_2 : bx - 3y - 3 = 0$, $l_3 : (b+2)x + y - 2 = 0$ 이 있다. l_1 과 l_2 가 서로 수직이고 l_1 과 l_3 가 서로 평행할 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

l_1 과 l_2 가 서로 수직이므로
두 직선의 기울기의 곱은 -1 이다.

$$(-a) \cdot \frac{b}{3} = -1, \quad \therefore ab = 3 \cdots \textcircled{㉠}$$

l_1 과 l_3 가 서로 평행하므로
두 직선의 기울기는 같다.

$$-a = -b - 2, \quad \therefore a - b = 2 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡을 이용하면

$$a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab = 4 + 6 = 10$$

18. 두 직선 $x - 3y + 1 = 0$, $x + y - 3 = 0$ 의 교점과 직선 $4x + 3y - 1 = 0$ 사이의 거리는?

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$x - 3y + 1 = 0$, $x + y - 3 = 0$ 의 교점은 $(2, 1)$

$\therefore 4x + 3y - 1 = 0$ 까지의 거리 :

$$\frac{|4 \times 2 + 3 \times 1 - 1|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 2$$

19. 연립부등식 $-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$ 의 해가 $\frac{2}{5} < x < b$ 일때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$$

$$\rightarrow \begin{cases} -7.2 < 2x - a \\ 2x - a < -6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > \frac{a-7.2}{2} \\ x < \frac{a}{8} \end{cases}$$

$$\frac{a-7.2}{2} < x < \frac{a}{8} \text{ 가 } \frac{2}{5} < x < b \text{ 이므로}$$

$$\frac{a-7.2}{2} = \frac{2}{5}$$

$$5a - 36 = 4$$

$$\therefore a = 8$$

$$\therefore b = \frac{a}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

20. 어떤 상점에서 스캐너를 한 개에 10만원씩 판매할 때 한 달에 100개가 팔리고, 한 개의 가격을 x 만원 인상하면 월 판매량이 $4x$ 개 줄어드는 것으로 조사되었다. 한 달의 총 판매액이 1200만원 이상이 되도록 하려면 한 개의 가격을 얼마로 하면 좋을까?

- ① 15만원 이상 20만원 이하 ② 10만원 이상 15만원 이하
 ③ 5만원 이상 10만원 이하 ④ 4만원 이상 8만원 이하
 ⑤ 2만원 이상 4만원 이하

해설

$$(10 + x)(100 - 4x) \geq 1200, 4x^2 - 60x + 200 \leq 0$$

$$x^2 - 15x + 50 = (x - 5)(x - 10) \leq 0$$

$$\therefore 5 \leq x \leq 10$$

10만원씩 판매할 때보다 5만 원 이상 10만 원 이하 인상해야 하므로 한 개의 가격을 15만 원 이상 20만 원 이하가 되도록 하면 된다.

21. x 에 대한 연립부등식 $\begin{cases} (x+a)(x-4) < 0 \\ (x-a)(x-3) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $3 < x < 4$ 가

되도록 하는 실수 a 의 값의 최댓값과 최솟값을 각각 M, m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 3

② -3

③ 4

④ -4

⑤ -7

해설

$$(x+a)(x-4) < 0 \dots\dots \textcircled{\Gamma}$$

$$(x-a)(x-3) > 0 \dots\dots \textcircled{\text{L}}$$

$\textcircled{\Gamma}, \textcircled{\text{L}}$ 의 공통해가 $3 < x < 4$ 이므로

$-a < 4, a < 3$ 이어야 한다.

$$\therefore \textcircled{\Gamma} \text{의 해는 } -a < x < 4 \dots\dots \textcircled{\text{E}}$$

$$\textcircled{\text{L}} \text{의 해는 } x < a \text{ 또는 } x > 3 \dots\dots \textcircled{\text{E}}$$

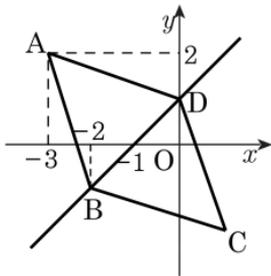
$\textcircled{\text{E}}, \textcircled{\text{E}}$ 의 공통 범위가 $3 < x < 4$ 이려면

$$-a \leq 3, a \leq -a$$

$$\therefore -3 \leq a \leq 0$$

$$\therefore M = 0, m = -3 \therefore M - m = 3$$

22. 다음 그림에서 점 B와 점 D를 지나는 직선의 x 절편이 -1 이고 $A(-3, 2)$ 일 때, 마름모 ABCD의 넓이를 구하면?



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

대각선 BD의 중점은 $M(-1, 0)$, 사각형 ABCD가 마름모이므로

$$\overline{AM} \perp \overline{BD},$$

\overline{AM} 의 기울기가 -1 이므로

\overline{BD} 의 기울기는 1 ,

점 B와 점 D의 y 값을 a, b 라 하면

$$b - a = 2, \frac{a + b}{2} = 0 \text{ 이므로 } a = -1, b = 1 \text{ 이다.}$$

$$\therefore D(0, 1)$$

$$\overline{AM} = 2\sqrt{2}, \overline{MD} = \sqrt{2} \text{ 이므로}$$

마름모 ABCD의 넓이는

$$4 \left(\frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times \sqrt{2} \right) = 8$$

23. 좌표평면 위에 두 점 A, B와 x 축 위의 점 C, y 축 위의 점 D가 있다. 점 C는 선분 AB의 내분점이고, 점 D는 선분 AB의 외분점일 때, 다음 중 옳은 설명을 모두 고른 것은?

- ㉠ 점 A가 제 1사분면의 점이면 점 B는 제 2사분면의 점이다.
 ㉡ 점 A가 제 2사분면의 점이면 점 B는 제 3사분면의 점이다.
 ㉢ 점 A가 제 3사분면의 점이면 점 B는 제 1사분면의 점이다.

① ㉠

② ㉡

③ ㉠, ㉡

④ ㉠, ㉢

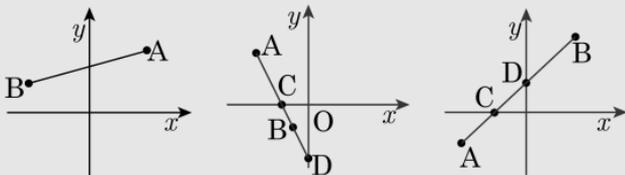
⑤ ㉡, ㉢

해설

i) 문제에서 점 C는 선분 AB의 내분점이므로, 점 C는 선분 AB와 x 축의 교점이다.

ii) 점 D는 선분 AB의 외분점이므로, 점 D는 선분 AB의 연장선과 y 축의 교점이다.

㉠, ㉡, ㉢의 세 가지 상황을 그림으로 나타내면 다음과 같다.



x 축 위의 점 C가 선분 AB의 내분점이므로 두 점 A, B는 x 축에 대하여 서로 반대편에 놓이게 된다.

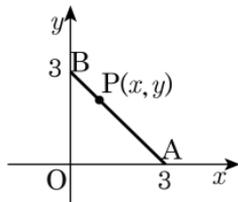
그러므로 ㉠은 옳지 않다.

y 축 위의 점 D는 선분 AB의 외분점이므로 점 D는 직선 AB 위의 점이지만 선분 AB 위의 점은 아니다.

그러므로 ㉡은 옳지만 ㉢은 옳지 않다.

24.

$b \geq a > 0$, $c \geq 0$ 이면 $\frac{a+c}{b+c} \geq \frac{a}{b}$ 가 성립한다.
 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 A(3, 0), B(0, 3)에 대하여 점 P(x, y)가 선분 AB 위를 움직일 때, $\frac{5-y}{5+x} \times \frac{5-x}{5+y}$ 의 최솟값은?



① $\frac{1}{5}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{3}$

④ $\frac{3}{4}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

직선 AB의 방정식은

$$y = -x + 3 \text{ 이므로 } x + y = 3$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{5-y}{5+x} \times \frac{5-x}{5+y} &= \frac{25 - 5(x+y) + xy}{25 + 5(x+y) + xy} \\ &= \frac{10 + xy}{40 + xy} \geq \frac{10}{40} = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

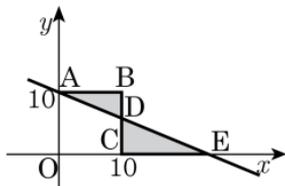
$$(\because xy \geq 0)$$

(단, 등호는 $xy = 0$ 일 때,

점 P가 A 또는 B일 때 성립한다.)

따라서, 구하는 최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

25. 다음 그림과 같이 정사각형 OABC가 있다. 변 BC 위에 점 B, C가 아닌 한 점 D를 지나는 직선 AD를 그을 때, 색칠한 부분의 넓이가 사다리꼴 OADC의 넓이와 같아졌다면 직선 AD의 기울기는?



① $-\frac{1}{2}$

② $-\frac{1}{3}$

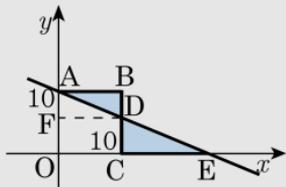
③ $-\frac{1}{4}$

④ $-\frac{1}{5}$

⑤ $-\frac{1}{6}$

해설

y축 위에 $\overline{OC} \parallel \overline{FD}$ 가 되게 F를 잡으면, 다음 그림에서



$\triangle ABD = \triangle AFD$ 이므로

$\square OCDF = \triangle DCE$

$$\overline{OC} \times \overline{CD} = \frac{1}{2} \overline{CE} \times \overline{CD}$$

$$\therefore \overline{CE} = 2\overline{OC} = 2 \times 10 = 20$$

$$\therefore \overline{OE} = 30$$

따라서 직선 AD의 기울기는 $\frac{0-10}{30-0} = -\frac{1}{3}$