

1. $(x-3)(2x+2)$ 은 어떤 식을 인수분해한 것이다. 이때 어떤 식은?

- ① $2x^2 - 4x - 2$ ② $2x^2 - 4x - 6$ ③ $2x^2 - 5x - 6$
④ $2x^2 - 4x + 3$ ⑤ $2x^2 - 4x + 1$

해설

$$\begin{aligned}(x-3)(2x+2) &= 2x^2 + (-6+2)x - 6 \\ &= 2x^2 - 4x - 6\end{aligned}$$

2. 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(3, -7)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하면?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + mx + n \\ &= (x - 3)^2 - 7 \\ &= x^2 - 6x + 2 \end{aligned}$$

$$m = -6, n = 2$$

$$\therefore m + n = -6 + 2 = -4$$

3. 다음 수를 작은 것부터 순서대로 나열할 때, 두 번째로 작은 수를 고르면?

① $\sqrt{2}$

② -0.5

③ $1 - \sqrt{2}$

④ $2 + \sqrt{2}$

⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

① $\sqrt{2} = 1.4 \times \dots$

② -0.5

③ $1 - \sqrt{2} = 1 - 1.4 \times \dots = -0.4 \times \dots$

④ $2 + \sqrt{2} = 3.4 \times \dots$

⑤ $1 + \sqrt{2} = 2.4 \times \dots$

$\therefore$ ② < ③ < ① < ⑤ < ④

4. $x^2 - 4x - A = (x + 5)(x - B)$ 로 인수분해 된다. $A - B$ 의 값을 구하면?

① -36

② -54

③ 36

④ 54

⑤ 64

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 4x - A &= (x + 5)(x - B) \\&= x^2 - Bx + 5x - 5B \\&= x^2 + (5 - B)x - 5B\end{aligned}$$

$$5 - B = -4, \quad 5B = A$$

$$\therefore B = 9, \quad A = 45$$

$$\therefore A - B = 45 - 9 = 36$$

5. 꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이고, 점 (1, -4) 를 지나는 포물선의 식을 구하면?

① $y = -x^2 - 4$ ② $y = (x - 1)^2$ ③ $y = -(x - 3)^2$

④ $y = -(x + 3)^2$ ⑤ $y = (x + 2)^2$

해설

꼭짓점의 좌표가 (3, 0) 이므로 $y = a(x - 3)^2$ 이고,

점 (1, -4) 를 지나므로

$$-4 = a(1 - 3)^2, a = -1$$

$$\therefore y = -(x - 3)^2$$

6. $A = 2\sqrt{3} + 1$, $B = 5$, $C = 3\sqrt{2} + 1$, $D = \sqrt{15} + 1$, $E = 4\sqrt{3} - 1$ 일 때, A , B , C , D , E 를 수직선 상에 나타냈을 때, 가운데에 위치하는 것은?

- ① A ② B ③ C ④ D ⑤ E

해설

$A = \sqrt{12} + 1 = 4. \cdots$
 $B = 5$
 $C = 3\sqrt{2} + 1 = \sqrt{18} + 1 = 5. \cdots$
 $D = \sqrt{15} + 1 = 4. \cdots$
 $E = \sqrt{48} - 1 = 5. \cdots$
따라서 가운데에 위치하는 수는 5 이다.

7. $\frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = a\sqrt{3} + b\sqrt{10}$ 일 때, 유리수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값은?

- ① $-\frac{17}{10}$ ② 0 ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{13}{10}$ ⑤ $\frac{23}{10}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{\sqrt{5}-\sqrt{6}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{2}-\sqrt{15}}{\sqrt{5}} \\ &= \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{6})\sqrt{5} - (\sqrt{2}-\sqrt{15})\sqrt{2}}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{5 - \sqrt{30} + \sqrt{30} - 2}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{10}} \\ &= \frac{3\sqrt{10}}{10} \\ \therefore a &= 0, b = \frac{3}{10} \text{ 이므로 } a+b = \frac{3}{10} \end{aligned}$$

8. 다음 중 분모의 유리화가 잘못된 것은?

① $\frac{1}{2 + \sqrt{3}} = 2 - \sqrt{3}$

② $\frac{2}{\sqrt{6} - 2} = \sqrt{6} + 2$

③ $\frac{1}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{7} + \sqrt{5}}{2}$

④ $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}} = 5 - 2\sqrt{6}$

⑤ $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11} + 2\sqrt{3}} = \sqrt{22} - 2\sqrt{6}$

해설

⑤ $\frac{\sqrt{2}(\sqrt{11} - 2\sqrt{3})}{(\sqrt{11} + 2\sqrt{3})(\sqrt{11} - 2\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{22} - 2\sqrt{6}}{11 - 12} = -\sqrt{22} + 2\sqrt{6}$

9. 자연수 7 에 대하여 $\sqrt{7}$ 의 정수 부분을 $f(7)$ 이라고 하자. 예를 들면 $2 < \sqrt{7} < 3$ 이므로 $f(7) = 2$ 라고 할 때, $f(58) + f(66)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$\sqrt{58} = 7.\times\times\times$, $\sqrt{66} = 8.\times\times\times$ 이므로 $f(58) + f(66) = 7 + 8 = 15$

10. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a = \pm \sqrt{x}$ 이다.
- ㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x = 3$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $x = \pm \sqrt{a}$ 이다.
- ㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm \sqrt{7.5}$ 이다.
- ㉣ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

11. 이차방정식 $4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가질 때, 두 양의 정수 $k, k-5$ 를 두 근으로 하는 이차방정식 A 는? (단, A 의 이차항의 계수는 1 이다.)

① $x^2 + 19x + 84 = 0$

② $x^2 - 19x - 84 = 0$

③ $x^2 - 84x + 19 = 0$

④ $x^2 - 19x + 84 = 0$

⑤ $x^2 - 20x + 84 = 0$

해설

$4x^2 - kx + 9 = 0$ 이 중근을 가지므로

$$k^2 - 4 \times 4 \times 9 = 0$$

$$k = 12 \quad (\because k > 0)$$

따라서 두 근은 12, 7

$$\therefore (x - 12)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x^2 - 19x + 84 = 0$$

12. 배가 강을 따라 내려올 때는 거슬러 오를 때보다 시속 2km 더 빠르다. 강의 상류에서 하류까지 12km 를 왕복하는 데 5 시간 걸린다면 12km 를 내려가는 데 걸리는 시간은 몇 시간인가?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

배가 강을 따라 거슬러 오를 때의 속력을 x km/h 라고 하면

$$\frac{12}{x} + \frac{12}{x+2} = 5$$

$$12(x+2) + 12x = 5x(x+2)$$

$$5x^2 - 14x - 24 = 0$$

$$(x-4)(5x+6) = 0$$

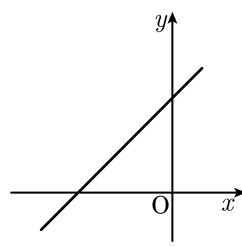
x 는 올라가는 속력이므로 양수이다.

따라서 $x = 4$ 이다.

$$\therefore \frac{12}{6} = 2(\text{시간})$$

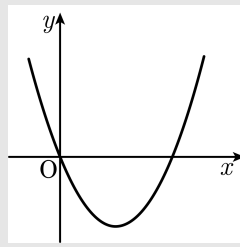
13. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음과 같을 때, $y = ax^2 - bx$ 의 그래프의 꼭짓점은 어느 위치에 있는가?

- ① x 축 위 ② y 축 위
 ③ 제 1 사분면 ④ 제 2 사분면
 ⑤ 제 4 사분면



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 - bx$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점과 축은 y 축의 오른쪽에 있으며 원점을 지난다.



14. 지상에서 초속 50m 의 속력으로 쏘아 올린 공의 t 초 후의 높이는 $(50t - 5t^2)$ m 이다. 이 공의 높이가 지상으로부터 최대가 되는 것은 쏘아 올린지 몇 초 후인가?

- ① 5 초 후 ② 7 초 후 ③ 8 초 후
④ 10 초 후 ⑤ 알 수 없다

해설

$$\begin{aligned}y &= 50t - 5t^2 \\y &= -5(t^2 - 10t + 25 - 25) \\&= -5(t - 5)^2 + 125\end{aligned}$$

따라서 5 초 후에 최고 높이 125m 가된다.

15. $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ 이고, $S(x) = f(1) + f(2) + f(3) + \cdots + f(x)$ 이라고 한다. 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 의 값이 자연수가 되지 않는 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 91 개

해설

$$S(n) = (\sqrt{2} - \sqrt{1}) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + (\sqrt{4} - \sqrt{3}) + \dots + (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) = \sqrt{n+1} - 1$$

따라서 $S(n)$ 이 자연수이려면 $\sqrt{n+1}$ 이 1보다 큰 자연수가 되어야 한다.

$n < 100$ 인 자연수이므로

$$1 \leq n \pm 1 \leq 101$$

$1 < n+1 \leq 101$
 $n+1 = 2^2, 3^2, 4^2, \dots, 10^2$ 일 때, $\sqrt{n+1}$ 이 1 보다 큰 자연수이
 된다.

따라서 100 이하의 자연수 n 에 대하여 $S(n)$ 이 자연수가 되기 위한 n

의 개수는 9 개이고,
자연수가 되지 않기 위한 n 의 개수는 $100 - 9 = 91$ (개)이다.

16. 서로 다른 홀수 a, b, c 에 대하여 $2a+2b+2ab=46$, $b+c+bc=59$, $3c+3a+3ca=117$ 이 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $abc = 135$

해설

$2a+2b+2ab=46$ 에서
 $a+b+ab=23$, $(a+1)(b+1)=24$
 $b+c+bc=59$ 에서
 $(b+1)(c+1)=60$
 $3c+3a+3ca=117$ 에서
 $c+a+ca=39$, $(c+1)(a+1)=40$
세 식을 모두 곱하면
 $\{(a+1)(b+1)(c+1)\}^2=24 \times 60 \times 40$
 $\therefore (a+1)(b+1)(c+1)=240$
 a, b, c 가 서로 다른 세 홀수이므로
 $(a+1), (b+1), (c+1)$ 은 서로 다른 세 짝수이어야 한다.
240 을 소인수분해하면, $2^4 \times 3 \times 5$ 이므로
곱해서 240 이 되고 두 수의 곱이 각각 24, 60, 40 인 세 짝수의
순서쌍은
 $(a+1, b+1, c+1) = (4, 6, 10)$ 이다.
 $(a+1, b+1, c+1) = (4, 6, 10)$ 인 경우,
 $a=3, b=5, c=9$ 이므로 $abc=135$

17. $x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어떨어질 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A - B = -2$

해설

$$\begin{aligned} & x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1 \\ &= (x^2 - 3x + 2)(x^2 + ax + b) \\ &= x^4 + (a - 3)x^3 + (b - 3a)x^2 + (-3b + 2a)x + 2b \\ &2b = 1, \therefore b = \frac{1}{2} \\ &b - 3a + 2 = 1, \therefore a = \frac{1}{2} \\ &\therefore A = a - 3 = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2} \\ &\therefore B = -3b + 2a = (-3) \times \frac{1}{2} + 2 \times \frac{1}{2} = -\frac{1}{2} \\ &\therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} & f(x) = x^4 + Ax^3 + x^2 + Bx + 1 \text{ 이라 하면} \\ & f(x) = (x^2 - 3x + 2)Q(x) \text{ 라 쓸 수 있다.} \\ & f(1) = 1 + A + 1 + B + 1 = 0 \\ & f(2) = 16 + 8A + 4 + 2B + 1 = 0 \\ & A = -\frac{5}{2}, B = -\frac{1}{2} \\ & \therefore A - B = -\frac{5}{2} + \frac{1}{2} = -2 \end{aligned}$$

18. 세 자연수 x, y, z 에 대하여 $x + y + z + xy + yz + zx = 29 - xyz$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$x + y + z + xy + yz + zx = 29 - xyz$ 에서
 $xyz + x + y + z + xy + yz + zx = 29$
 $xy(z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + z = 29$
 $xy(z + 1) + y(z + 1) + x(z + 1) + (z + 1) = 30$
 $(z + 1)(xy + x + y + 1) = 30$
 $(x + 1)(y + 1)(z + 1) = 30$
이때, x, y, z 는 자연수이고 $30 = 2 \times 3 \times 5$ 이므로
 $(x, y, z) = (1, 2, 4)$
 $\therefore x^2 + y^2 + z^2 = 21$

19. 이차방정식 $\frac{1}{p}x^2 - \left(\frac{1}{q} + \frac{1}{p}\right)x + \frac{1}{q} + 2 = 0$ 의 두 근의 합이 3, 곱이 -4 일 때, $\frac{p}{q}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

x^2 의 계수가 $\frac{1}{p}$ 이고 두 근의 합이 3, 곱이 -4 인 이차방정식은

$\frac{1}{p}(x^2 + x - 12) = 0$ 이고 주어진 식의 계수와 비교하면

$$-\frac{1}{q} - \frac{1}{p} = \frac{1}{p}$$

$$\therefore p = -2q \cdots \textcircled{A}$$

$$\frac{1}{q} + 2 = -\frac{12}{p} \cdots \textcircled{B}$$

$$\text{두 근의 합은 } \frac{\frac{1}{q} + \frac{1}{p}}{\frac{1}{p}} = 3$$

$$\frac{p}{q} + 1 = 3, \frac{p}{q} = 2$$

20. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B와 x 축 위의 두 점 C(-2, 0), D(p , 0)을 연결한 사각형이 평행사변형일 때, 상수 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차함수 $y = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 의 그래프와 직선 $y = -6$ 과의 두 교점 A, B는
 $-6 = -\frac{2}{3}(x-2)^2$ 에서 $x = 5, -1$ 이다.
 $\therefore \overline{AB} = 6$
 $\square ABCD$ 는 평행사변형이므로 마주 보는 두 변의 길이가 같다.
따라서 $\overline{AB} = \overline{CD} = 6$ 이다.
점 C의 좌표가 (-2, 0)이므로 점 D의 좌표는 (4, 0)이다.
 $\therefore p = 4$