

1. $x^2 - 8x + 4 = 2x - 3a^2$ 가 중근을 갖게 하는 a 의 값은?

- ① -7 ② -5 ③ 7 ④ 5 ⑤ $\pm\sqrt{7}$

해설

$x^2 - 10x + (4 + 3a^2) = 0$ 이 중근을 가지려면

$$D = (-10)^2 - 4(4 + 3a^2) = 0$$

$$\therefore a = \pm\sqrt{7}$$

2. 연속한 두 홀수의 제곱의 합이 34 일 때, 두 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

해설

연속한 두 홀수를 $x, x+2$ 라고 하면

$$(x+2)^2 + x^2 = 34$$

$$x^2 + 4x + 4 + x^2 - 34 = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$(x+5)(x-3) = 0$$

$$\therefore x = -5 \text{ 또는 } x = 3$$

따라서 연속한 두 홀수는 $x = 3$ 일 때이므로 두 홀수는 3, 5 이다.

3. 연속하는 두 짝수의 제곱의 합이 164 일 때, 이 두 수를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 8

▷ 정답: 10

해설

연속하는 두 짝수를 $x, x+2$ (x 는 짝수)라 하면

$$(x)^2 + (x+2)^2 = 164 \text{ 이므로}$$

$$2x^2 + 4x - 160 = 0$$

$$x^2 + 2x - 80 = 0$$

$$(x-8)(x+10) = 0$$

따라서 $x = 8$ (x 는 짝수)이다.

두 짝수는 8, 10 이다.

4. 연속하는 세 자연수가 있다. 세 자연수의 제곱의 합이 149 일 때, 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$$(x-1)^2 + (x)^2 + (x+1)^2 = 149 \text{ 이므로}$$

$$3x^2 - 147 = 0$$

$$x^2 - 49 = 0$$

$$(x+7)(x-7) = 0$$

따라서 $x=7$ (x 는 자연수) 이다.

가장 작은 수는 $7-1=6$ 이다.

5. 다음 중 x 에 대한 이차방정식이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $4x^2 - 4x = 0$

③ $3x(x+1) = x(x+1)$

④ $x^2 = x(x-1) - 4$

⑤ $3x^2 - 4 = x^2 + 4x$

해설

④ x 에 관한 일차방정식이다.

6. x 에 관한 이차방정식 $(a-1)x^2 - (a^2+1)x + 2a = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은?

- ① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

이차방정식이므로 $a-1 \neq 0$ 즉 $a \neq 1$
한 근 $x=1$ 을 주어진 방정식에 대입하면
 $(a-1) - (a^2+1) + 2a = 0, a^2 - 3a + 2 = 0$
 $(a-1)(a-2) = 0, a = 1$ 또는 $a = 2$
 $a \neq 1$ 이므로 $a = 2$
따라서 주어진 방정식은 $x^2 - 5x + 4 = 0$
 $(x-4)(x-1) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = 4$
따라서 다른 한 근은 $x = 4$ 이다.

7. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{6}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} \text{ 이므로 } A = -5, B = 37$$

$$\therefore A + B = 32$$

8. 이차방정식 $2x^2 - 5x + 2 = 0$ 의 두 근의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

근과 계수의 관계에 의하여
두 근의 곱은 $\frac{2}{2} = 1$ 이다.

9. 이차방정식 $x^2 - 8x - A = 0$ 의 두 근의 합이 B 이고, 곱이 5 일 때, A, B 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -5$

▷ 정답 : $B = 8$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$8 = B$$

$-A = 5$ 이므로 $A = -5$ 이다.

10. 이차방정식 $x^2 + 5x - 7 = 0$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(a - b)^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 53

해설

근과 계수의 관계로 부터

$$a + b = -5, ab = -7$$

$$\therefore (a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = 25 + 28 = 53$$

11. 한 근이 $3 + \sqrt{6}$ 인 이차방정식 $ax^2 - 2x + b = 0$ 이 있을 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은? (단, a, b 는 유리수)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$ax^2 - 2x + b = 0$ 의 계수가 모두 유리수이므로
 $3 + \sqrt{6}$ 가 근이면 $3 - \sqrt{6}$ 도 근이다.

$$\frac{b}{a} = (3 + \sqrt{6})(3 - \sqrt{6}) = 3$$

$$\therefore \frac{b}{a} = 3$$

12. 계수가 유리수인 이차방정식 $x^2 - 10x + a = 0$ 의 한 근이 $5 + \sqrt{3}$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 22$

해설

다른 한 근이 $5 - \sqrt{3}$ 이므로
 $(5 + \sqrt{3})(5 - \sqrt{3}) = a$ 에서 $a = 22$ 이다.

13. 이차방정식 $x^2 - 15x + k = 0$ 의 두 근의 비가 2 : 3 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 54

해설

$x^2 - 15x + k = 0$ 의 두 근을 2α , 3α 라고 하면 $2\alpha + 3\alpha = 15$,
 $5\alpha = 15$, $\alpha = 3$,
따라서 두 근은 6, 9 이므로 k 는 두 근의 곱으로 $k = 54$ 이다.

14. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $-3, 5$ 일 때, $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{15}{2}$

해설

근과 계수의 관계로부터 $-a = -3 + 5, a = -2$

$b = -3 \times 5 = -15$

$ax^2 + bx + 5 = 0$ 에 $a = -2, b = -15$ 대입하면

$-2x^2 - 15x + 5 = 0$

따라서 두 근의 합은 $-\frac{(-15)}{-2} = -\frac{15}{2}$ 이다.

15. 이차방정식 $2x^2 - 6x + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha + \beta)^2 = A$, $(\alpha - \beta)^2 = B$ 이다. $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = \frac{1}{2}$ 이므로, $(\alpha + \beta)^2 = A = 9$ 이다.

곱셈 공식에서

$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로

$(\alpha - \beta)^2 = (3)^2 - 4 \times \left(\frac{1}{2}\right) = 7$

$B = 7$ 이다.

따라서 $A + B = 9 + 7 = 16$ 이다.

16. 이차방정식 $5x^2 - 10x + 6 = 0$ 에서 두 근의 합이 a 일 때, $2a^2 - a - ab = 0$ 을 만족하는 상수 b 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned} & \text{두 근의 합 } a = 2 \\ & 2a^2 - a - ab = 2(2^2) - 2 - 2b = 0 \\ & 8 - 2 = 2b \\ & \therefore b = 3 \end{aligned}$$

17. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 $k, k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$$2x^2 + kx + 8 = 0$$

- ① $x^2 - 11x + 24 = 0$ ② $x^2 + 11x + 24 = 0$
③ $x^2 - 11x - 24 = 0$ ④ $x^2 + 11x - 24 = 0$
⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$$

$$k < 0 \text{ 이므로 } k = -8$$

$-8, -3$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은 $x^2 + 11x + 24 = 0$

18. 이차방정식 $x^2 + 3x - 11 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은?

① $x^2 + 3x - 11 = 0$

② $x^2 + 3x - 13 = 0$

③ $x^2 + x - 13 = 0$

④ $x^2 + x - 11 = 0$

⑤ $x^2 + x - 9 = 0$

해설

$x^2 + 3x - 11 = 0$ 에서 $\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -11$
 $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식에서
두 근의 합은 $(\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$
두 근의 곱은 $(\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -13$
 $\therefore x^2 + x - 13 = 0$

19. 두 수 3, -4 를 두 근으로 하며 x^2 의 계수가 4 인 이차방정식을 구하면?

① $4x^2 + 4x - 40 = 0$

② $4x^2 + 4x - 44 = 0$

③ $4x^2 + 4x - 48 = 0$

④ $4x^2 + 4x - 52 = 0$

⑤ $4x^2 + 4x - 56 = 0$

해설

두 근이 3, -4 이고, x^2 의 계수가 4 이므로

$$4(x-3)(x+4) = 0$$

$$4(x^2 + x - 12) = 0$$

$$\therefore 4x^2 + 4x - 48 = 0$$

20. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근이 $-1, 2$ 이고, $bx^2 + ax + 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{1}{2}$

해설

두 근이 $-1, 2$ 이므로

$$(x+1)(x-2) = 0$$

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$\therefore a = -1, b = -2$$

$-2x^2 - x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로 $\alpha\beta = -\frac{1}{2}$ 이다.