

1. 이차방정식 $(x-6)(2x-1)=0$ 의 해는?

① $x=6$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

② $x=-6$ 또는 $x=-\frac{1}{2}$

③ $x=6$ 또는 $x=1$

④ $x=-6$ 또는 $x=-1$

⑤ $x=1$ 또는 $x=2$

해설

① $x-6=0$ 또는 $2x-1=0$

$\therefore x=6$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

2. 두 이차방정식 $(x-1)(x-2)=0$, $x^2+14=9x$ 의 공통인 해는?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$(x-1)(x-2)=0$ 의 해는 1, 2

$$x^2+14=9x$$

$$x^2+14-9x=0, (x-7)(x-2)=0$$

해는 2, 7 따라서 공통인 해는 2

3. 이차방정식 $x^2 + 2ax + b - 1 = 0$ 의 해가 3일 때, $b - a$ 의 값은?

①

13

② 12

③ 10

④ 11

⑤ 0

해설

$$x^2 + 2ax + b - 1 = (x - 3)^2 = x^2 - 6x + 9 \text{ 이어야 하므로}$$

$$2a = -6, a = -3$$

$$b - 1 = 9, b = 10$$

$$\therefore b - a = 10 - (-3) = 13$$

4. 이차방정식 $(x-1)^2 - 3(x-1) - 18 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $x^2 - ax + 2a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① 9

② 3

③ 1

④ -1

⑤ $-\frac{9}{5}$

해설

$x-1=t$ 로 치환하면 $t^2 - 3t - 18 = 0$

$(t-6)(t+3) = 0$, $t = 6$ 또는 $t = -3$

$t = x-1 = 6$ 또는 $t = x-1 = -3$ 에서 $x = 7$ 또는 $x = -2$
따라서 작은 근은 -2 이다.

$x = -2$ 를 $x^2 - ax + 2a = 0$ 에 대입하면

$$(-2)^2 + 2a + 2a = 0, 4a = -4$$

$$\therefore a = -1$$

5. 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 다음 식이 성립할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2$$

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{7}{2}$

③ $\frac{9}{2}$

④ $\frac{11}{2}$

⑤ $\frac{33}{2}$

해설

$$\frac{ax^2 - 3x - b}{4x^2 + cx - 5} = 2 \text{를 정리하면,}$$

$$(a - 8)x^2 + (-3 - 2c)x - b + 10 = 0$$

이 식이 서로 다른 세 개의 x 값에 대하여 성립하므로 x 에 대한
항등식이다.

$$\text{따라서 } a - 8 = 0, \quad -3 - 2c = 0, \quad -b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 8, \quad b = 10, \quad c = -\frac{3}{2}$$

$$a + b + c = \frac{33}{2} \text{ 이다.}$$

6. 이차방정식 $6x^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2 + \beta^2 = \frac{13}{36}$ 이다. 이 때, 상수 a 의 값은?

① 1

② 5

③ 13

④ -1

⑤ -13

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = \frac{5}{6}, \alpha\beta = \frac{a}{6}$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \frac{25}{36} - \frac{a}{3} = \frac{13}{36}$$

$$\therefore a = 1$$

7. 이차방정식 $2x^2 - 2ax + 12 = 0$ 의 두 근의 비가 $2 : 3$ 이 되는 a 의 값은?

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

두 근을 각각 $2k, 3k(k \neq 0)$ 라 하면

$$\begin{aligned} 2(x - 2k)(x - 3k) &= 2x^2 - 10kx + 12k^2 \\ &= 2x^2 - 2ax + 12 \end{aligned}$$

$$\therefore k = \pm 1$$

$$10k = 2a \text{ 이므로}$$

$$k = 1 \text{ 일 때 } a = 5$$

$$k = -1 \text{ 일 때 } a = -5$$

$$\therefore a = \pm 5$$

8. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

① 21

② 35

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

9. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉠}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

10. 방정식 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개 존재할 때, $x - y$ 의 값은?

① $-2 \pm 2\sqrt{2}$

② $-3 \pm \sqrt{2}$

③ $-3 \pm 6\sqrt{2}$

④ $-3 \pm 8\sqrt{2}$

⑤ $-5 \pm 4\sqrt{2}$

해설

$x - y = k$ 라 하면 $y = x - k$

이것을 $xy + y^2 - x + 8 = 0$ 에 대입하면

$$x(x - k) + (x - k)^2 - x + 8 = 0$$

$$2x^2 - (3k + 1)x + k^2 + 8 = 0$$

그런데 위 식을 만족시키는 순서쌍 (x, y) 가 한 개이면

판별식이 0 이 되어야 하므로

$$(3k + 1)^2 - 4 \times 2(k^2 + 8) = 0$$

$$k^2 + 6k - 63 = 0$$

$$\therefore k = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

$$\therefore x - y = -3 \pm 6\sqrt{2}$$

11. $\frac{7}{3+\sqrt{2}}$ 의 정수 부분을 a , 소수 부분을 b 라 할 때, b 는 이차방정식 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 한 근이다. 이때, 유리수 k, m 의 차 $k - m$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 6

④ 8

⑤ 10

해설

$$\frac{7}{3+\sqrt{2}} = \frac{7(3-\sqrt{2})}{7} = 3 - \sqrt{2} = 1. \times \times \times$$

$$\therefore a = 1, b = 2 - \sqrt{2}$$

$2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}$ 가 $ax^2 - kx - m = 0$ 의 근이므로

$$\frac{k}{a} = 4, -\frac{m}{a} = 2$$

$$\therefore k = 4, m = -2$$

$$\therefore k - m = 4 - (-2) = 6$$

12. 원가가 2000 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $3a\%$ 를 받고 팔았더니 560 원의 손해를 보았다. 이 때, a 의 값을 구하면?

① 10

② 20

③ 30

④ 40

⑤ 50

해설

$$\text{정가} : 2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \text{ 원}$$

$$2000 \times \left(1 + \frac{a}{100}\right) \times \frac{3a}{100} + 560 = 2000$$

$$60a + \frac{3}{5}a^2 + 560 = 2000$$

$$a^2 + 100a - 2400 = 0$$

$$(a - 20)(a + 120) = 0$$

$$\therefore a = 20 \ (a > 0)$$

13. 지면에서 초속 25m 로 똑바로 위로 던진 공의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = 25t - 5t^2$ 인 관계가 있다고 한다. 공이 20m 이상의 높이에서 머무는 시간을 A 라고 할 때, A 의 값은?

① 1 초

② 2 초

③ 3 초

④ 4 초

⑤ 5 초

해설

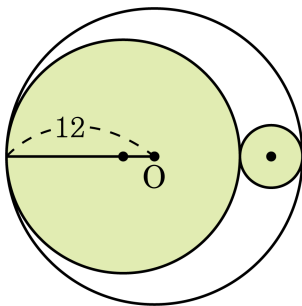
$$25t - 5t^2 = 20$$

$$5t^2 - 25t + 20 = 5(t^2 - 5t + 4) = 5(t - 4)(t - 1) = 0$$

$$\therefore t = 1, 4$$

$$\therefore A = 4 - 1 = 3 \text{ (초)}$$

14. 다음 그림에서 색칠된 부분의 넓이가 원 O의 넓이의 $\frac{2}{3}$ 가 될 때, 색칠한 두 개의 원 중 큰 것의 반지름의 길이는?



① $4 + 2\sqrt{3}$

② $6 + 2\sqrt{3}$

③ $4 + 3\sqrt{2}$

④ $3 + 2\sqrt{6}$

⑤ $2 + 6\sqrt{3}$

해설

$$(\text{큰 원의 반지름}) = x$$

$$(\text{작은 원의 반지름}) = \frac{24 - 2x}{2} = 12 - x$$

$$\pi \{x^2 + (12 - x)^2\} = 144\pi \times \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 12x + 24 = 0$$

$$x = 6 \pm 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x = 6 + 2\sqrt{3} \quad (\because 6 < x < 12)$$

15. 밑변의 길이가 20cm, 높이가 16cm 인 삼각형에서 밑변의 길이는 매초 2cm 씩 늘어나고, 높이는 매초 1cm 씩 줄어든다고 할 때, 그 넓이가 처음 삼각형과 같아지는데 걸리는 시간은?

① 2 초

② 3 초

③ 4 초

④ 5 초

⑤ 6 초

해설

$$\frac{1}{2}(20 + 2x)(16 - x) = \frac{1}{2} \times 20 \times 16$$

$$2(10 + x)(16 - x) = 20 \times 16$$

$$(10 + x)(16 - x) = 10 \times 16$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

$$x = 0, 6$$

∴ 6 초 후