

1. 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 을 풀면?

- ① $x = \frac{1}{3}$ (중근) ② $x = -\frac{1}{3}$ (중근) ③ $x = \frac{6 \pm \sqrt{2}}{18}$
④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{6}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$ax^2 + 2bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에서

$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a}$ 이다.

$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

2. 이차방정식 $x(x-2) = 0$ 을 풀면?

① $x = 2$ 또는 $x = 2$

② $x = 0$ 또는 $x = 2$

③ $x = 1$ 또는 $x = -2$

④ $x = 1$ 또는 $x = 2$

⑤ $x = 0$ 또는 $x = -2$

해설

$$x(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

3. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + 20 = 0$ 의 한 근이 다른 근 보다 1 클 때, 이것을 만족하는 m 의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -1 ⑤ -2

해설

한 근을 a , 다른 한 근은 $a+1$ 이라 하면
근과 계수와의 관계에 의해
두 근의 합 $a + (a+1) = -(m+1) \cdots \text{㉠}$
두 근의 곱 $a(a+1) = 20 \cdots \text{㉡}$
㉡를 풀면 $a = 4, -5$
 $a = 4, -5$ 를 각각 ㉠에 대입하면
 $a = 4$ 일 때, $m = -10$
 $a = -5$ 일 때, $m = 8$
 $\therefore (-10) + 8 = -2$

4. x 에 관한 이차방정식 $(x-p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $p \geq 0$ ② $p < 0$ ③ $k > 0$ ④ $k < 0$ ⑤ $k \geq 0$

해설

$(x-p)^2 = k, x-p = \pm\sqrt{k}, x = p \pm \sqrt{k}$
서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.
 $\therefore k > 0$

5. $\frac{(x-1)(y+3)}{4(x-1)^2+(y+3)^2} = -\frac{1}{4}$ 일 때, $2x+y$ 의 값은?

- ① -7 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$x-1 = X, y+3 = Y$ 로 치환하면 $4X^2 + Y^2 = -4XY$
 $(2X + Y)^2 = 0, Y = -2X$
 $\therefore y+3 = -2(x-1)$
 $\therefore 2x+y = 2-3 = -1$

6. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1이다.

7. 이차방정식 $\{1+(a+b)^2\}x^2-2(1-a-b)x+2=0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a+b+2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1-a-b)^2 - 2\{1+(a+b)^2\} \geq 0$$

$$(a+b)^2 + 2(a+b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a+b+1)^2 \leq 0$$

a, b 는 실수이므로 $a+b+1=0$

$$\therefore a+b+2=1$$

8. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다. $m + n$ 의 값은?

- ① 1 ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{3}$ ④ 2 ⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서
 $\alpha + \beta = -a$, $\alpha\beta = a^2 + a - 1$
서로 다른 두 근을 가지므로
 $a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$
 $(3a - 2)(a + 2) < 0$
 $-2 < a < \frac{2}{3}$
그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로
 $-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$
 $\therefore m + n = \frac{4}{3}$

9. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 $k, k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$$2x^2 + kx + 8 = 0$$

- ① $x^2 - 11x + 24 = 0$ ② $x^2 + 11x + 24 = 0$
③ $x^2 - 11x - 24 = 0$ ④ $x^2 + 11x - 24 = 0$
⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$$

$$k < 0 \text{ 이므로 } k = -8$$

$-8, -3$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은 $x^2 + 11x + 24 = 0$

10. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 6부터 $n-1$ 까지의 합이 21일 때, n 의 값은?

- ① 7 ② 8 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} & (6+7+8+\cdots+n-1) \\ &= (1+2+\cdots+n-1) - (1+2+3+4+5) \\ & \frac{(n-1)n}{2} - 15 = 21 \text{ 이므로} \\ & n(n-1) = 72 \\ & n^2 - n - 72 = (n+8)(n-9) = 0 \\ & n > 0 \text{ 이므로 } n = 9 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

- ① -8 ② -6 ③ -2 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$(x-2)(x+4) = 0$$
$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

12. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

- ① 21 ② 35 ③ 60 ④ 96 ⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

13. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \text{㉠}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \text{㉡}$$

㉠ - ㉡하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 ㉠에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

14. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

- ① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{9}$ ⑤ $\frac{1}{18}$

해설

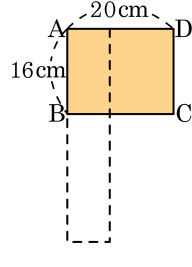
중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm, 16cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어난다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아 지는데 걸리는 시간은?



- ① 2 초 ② 4 초 ③ 6 초
 ④ 8 초 ⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면
 처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$
 x 초 후의 넓이는 $(20 - 2x)(16 + 4x)$ 이다.
 따라서 $(20 - 2x)(16 + 4x) = 320$
 $-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0$
 $x > 0$ 이므로 $x = 6$