

1. 이차방정식 $9x^2 - 6x - 1 = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{3}$ (중근)

② $x = -\frac{1}{3}$ (중근)

③ $x = \frac{6 \pm \sqrt{2}}{18}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{2}}{6}$

⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$

해설

$ax^2 + 2b'x + c = 0 (a \neq 0)$ 에서

$$x = \frac{-b' \pm \sqrt{b'^2 - ac}}{a} \text{ 이다.}$$

$$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{3}$$

2. 이차방정식 $x(x-2)=0$ 을 풀면?

① $x=2$ 또는 $x=2$

② $x=0$ 또는 $x=2$

③ $x=1$ 또는 $x=-2$

④ $x=1$ 또는 $x=2$

⑤ $x=0$ 또는 $x=-2$

해설

$$x(x-2)=0$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=2$$

3. 이차방정식 $x^2 + (m+1)x + 20 = 0$ 의 한 근이 다른 근 보다 1클 때,
이것을 만족하는 m 의 값들의 합을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ -1

⑤ -2

해설

한 근을 a , 다른 한 근은 $a+1$ 이라 하면
근과 계수와의 관계에 의해

$$\text{두 근의 합 } a + (a+1) = -(m+1) \cdots \textcircled{㉠}$$

$$\text{두 근의 곱 } a(a+1) = 20 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉡를 풀면 $a = 4, -5$

$a = 4, -5$ 를 각각 ㉠에 대입하면

$$a = 4 \text{ 일 때, } m = -10$$

$$a = -5 \text{ 일 때, } m = 8$$

$$\therefore (-10) + 8 = -2$$

4. x 에 관한 이차방정식 $(x - p)^2 = k$ 가 서로 다른 두 개의 근을 가질 조건은?

① $p \geq 0$

② $p < 0$

③ $k > 0$

④ $k < 0$

⑤ $k \geq 0$

해설

$$(x - p)^2 = k, \quad x - p = \pm \sqrt{k}, \quad x = p \pm \sqrt{k}$$

서로 다른 두 근을 가지려면 근호 안의 수가 양수여야 한다.

$$\therefore k > 0$$

5. $\frac{(x-1)(y+3)}{4(x-1)^2 + (y+3)^2} = -\frac{1}{4}$ 일 때, $2x+y$ 의 값은?

① -7

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 5

해설

$x-1 = X, y+3 = Y$ 로 치환하면 $4X^2 + Y^2 = -4XY$

$(2X + Y)^2 = 0, Y = -2X$

$\therefore y+3 = -2(x-1)$

$\therefore 2x+y = 2-3 = -1$

6. x 에 관한 이차방정식 $x^2 - 5x - 3k + 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 정수 k 의 최솟값은?

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 2

해설

$$D = 25 - 4(-3k + 1) > 0,$$

$$25 + 12k - 4 > 0, 12k > -21$$

$$\therefore k > -\frac{7}{4}$$

따라서 정수 k 의 최솟값은 -1 이다.

7. 이차방정식 $\{1 + (a + b)^2\}x^2 - 2(1 - a - b)x + 2 = 0$ 의 근이 실수일 때, 실수 $a + b + 2$ 의 값을 구하면?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

근이 실수이면 $D \geq 0$ 이므로

$$\frac{D}{4} = (1 - a - b)^2 - 2\{1 + (a + b)^2\} \geq 0$$

$$(a + b)^2 + 2(a + b) + 1 \leq 0$$

$$\therefore (a + b + 1)^2 \leq 0$$

$$a, b \text{ 는 실수이므로 } a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a + b + 2 = 1$$

8. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + a^2 + a - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 근 α, β 를 가질 때, $\alpha + \beta$ 의 범위는 $m < \alpha + \beta < n$ 이다.
 $m + n$ 의 값은?

① 1

② $\frac{4}{3}$

③ $\frac{5}{3}$

④ 2

⑤ $\frac{7}{3}$

해설

근과 계수의 관계에서

$$\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a^2 + a - 1$$

서로 다른 두 근을 가지므로

$$a^2 - 4a^2 - 4a + 4 > 0$$

$$(3a - 2)(a + 2) < 0$$

$$-2 < a < \frac{2}{3}$$

그런데 $\alpha + \beta = -a$ 이므로

$$-\frac{2}{3} < \alpha + \beta < 2$$

$$\therefore m + n = \frac{4}{3}$$

9. 다음 이차방정식이 중근을 가질 때 k , $k+5$ 를 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은? (단, $k < 0$)

$$2x^2 + kx + 8 = 0$$

① $x^2 - 11x + 24 = 0$

② $x^2 + 11x + 24 = 0$

③ $x^2 - 11x - 24 = 0$

④ $x^2 + 11x - 24 = 0$

⑤ $x^2 + 5x - 12 = 0$

해설

$$k^2 - 4 \times 2 \times 8 = 0, k = \pm 8$$

$$k < 0 \text{ 이므로 } k = -8$$

$-8, -3$ 을 두 근으로 하고 이차항의 계수가 1 인 이차방정식은
 $x^2 + 11x + 24 = 0$

10. 자연수 1에서 $n-1$ 까지의 합은 $\frac{(n-1)n}{2}$ 이다. 자연수 6부터 $n-1$ 까지의 합이 21일 때, n 의 값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$$(6 + 7 + 8 + \cdots + n - 1) \\ = (1 + 2 + \cdots + n - 1) - (1 + 2 + 3 + 4 + 5)$$

$$\frac{(n-1)n}{2} - 15 = 21 \text{ 이므로}$$

$$n(n-1) = 72$$

$$n^2 - n - 72 = (n+8)(n-9) = 0$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } n = 9 \text{ 이다.}$$

11. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 2$ 또는 $x = -4$ 일 때, A 의 값을 구하여라.

① -8

② -6

③ -2

④ 6

⑤ 8

해설

$$(x - 2)(x + 4) = 0$$

$$x^2 + 2x - 8 = 0, A = -8$$

12. 이차방정식 $x - \frac{5}{x} = 7$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$ 의 값을 구하면?

① 21

② 35

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에 $x = \alpha, \beta$ 를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$

13. 두 개의 이차방정식 $x^2 + ax + 2 = 0$ 과 $x^2 - 2x - a = 0$ 은 단 한 개의 공통 해를 갖는다고 한다. 이 때, 공통 해와 양의 실수 a 의 값을 구하면?

① $x = 2, a = -3$

② $x = 2, a = 3$

③ $x = 1, a = 3$

④ $x = -1, a = -3$

⑤ $x = -1, a = 3$

해설

두 방정식의 공통인 해를 α 라 하고 $x = \alpha$ 를 두 방정식에 각각 대입하면

$$\alpha^2 + a\alpha + 2 = 0 \cdots \textcircled{㉠}, \alpha^2 - 2\alpha - a = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠} - \textcircled{㉡}$ 하면

$$(a+2)\alpha + (a+2) = 0, (a+2)(\alpha+1) = 0$$

$a = -2$ 또는 $\alpha = -1$ 에서 $a > 0$ 이므로 $\alpha = -1$

$\alpha = -1$ 을 $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면

$$1 - a + 2 = 0 \quad \therefore a = 3$$

14. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{18}$

해설

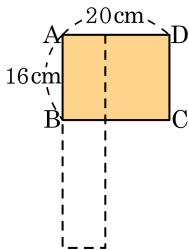
중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{ 이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.

15. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 20cm, 16cm 인 직사각형에서 가로의 길이는 매초 2cm 씩 줄어들고, 세로의 길이는 매초 4cm 씩 늘어났다고 할 때, 넓이가 처음 직사각형의 넓이와 같아 지는데 걸리는 시간은?



① 2 초

② 4 초

③ 6 초

④ 8 초

⑤ 10 초

해설

구하는 시간을 x 초 라 하면

처음 넓이는 $20 \times 16 = 320$

x 초 후의 넓이는 $(20 - 2x)(16 + 4x)$ 이다.

따라서 $(20 - 2x)(16 + 4x) = 320$

$-8x^2 + 48x = 0 \rightarrow x(x - 6) = 0$

$x > 0$ 이므로 $x = 6$