

1. $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} + b\sqrt{6}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab = -28$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}(2-4\sqrt{3})}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - (\sqrt{2}-2\sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{6}-6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &a = -7, \quad b = 4 \\ &\therefore ab = -28 \end{aligned}$$

2. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는?

① $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$

② $\frac{\sqrt{12} + \sqrt{4}}{\sqrt{4}}$

③ $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$

④ $1 + \sqrt{3}$

⑤ $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{14}}{\sqrt{7}}$

해설

①, ②, ③, ④ $1 + \sqrt{3}$, ⑤ $1 + \sqrt{2}$

3. 다음 중 근호를 꼭 사용하여야만 나타낼 수 있는 제곱근은?

① $-\sqrt{4}$

② $\pm\sqrt{11}$

③ $\sqrt{25}$

④ $\pm\sqrt{100}$

⑤ 0

해설

① $-\sqrt{4} = -2$

② $\pm\sqrt{11}$

③ $\sqrt{25} = 5$

④ $\pm\sqrt{100} = \pm 10$

⑤ 0

4. 다항식 $-81 + x^2$ 을 인수분해하면?

① $(x - 9)^2$

② $(x + 9)^2$

③ $(x - 9)(x + 9)$

④ $-(x + 9)(x - 9)$

⑤ $(9 - x)(9 + x)$

해설

$$-81 + x^2 = x^2 - 81 = x^2 - 9^2 = (x + 9)(x - 9)$$

5. $y = -2x^2$ 을 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 했더니 점 $(2, a)$ 를 지난다고 한다. a 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$y = -2x^2 \rightarrow y = -2(x - 3)^2 + 1$$

점 $(2, a)$ 를 지나므로,

$$a = -2(2 - 3)^2 + 1 = -1$$

6. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ② 서로 다른 두 유리수 사이에는 유한 개의 무리수가 있다.
- ③ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 유리수가 있다.
- ④ 서로 다른 두 무리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.
- ⑤ 서로 다른 두 유리수 사이에는 무한 개의 무리수가 있다.

해설

서로 다른 두 유리수나 무리수 사이에는 무수히 많은 유리수와 무리수가 있다.

7. $\frac{3}{\sqrt{3}-2}$ 의 분모를 유리화하는데 이용되는 곱셈 공식은?

① $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

② $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

③ $(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$

④ $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2 + (ad+bc)x + bd$

해설

$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ 을 이용하여

$$\begin{aligned}\frac{3}{\sqrt{3}-2} &= \frac{3(\sqrt{3}+2)}{(\sqrt{3}-2)(\sqrt{3}+2)} \\ &= \frac{3\sqrt{3}+6}{3-4} \\ &= -3\sqrt{3}-6\end{aligned}$$

8. $x - xy^2 - y + y^3$ 의 인수가 아닌 것은?

- ① $y + 1$ ② $y - 1$ ③ $x + y$ ④ $x - y$ ⑤ $y - x$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x(1 - y^2) - y(1 - y^2) \\ &= (x - y)(1 - y^2) \\ &= (x - y)(1 + y)(1 - y)\end{aligned}$$

$$\textcircled{2} \ y - 1 = -(1 - y)$$

$$\textcircled{5} \ y - x = -(x - y)$$

9. 이차방정식 $x^2 + 12x + m = 6x - 1$ 이 중근을 가질 때, 상수 m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$x^2 + 6x + m + 1 = 0$$

$$\frac{D}{4} = 9 - (m + 1) = 0$$

$$\therefore m = 8$$

10. $(x + y + 4)(x - y + 4) - 16x$ 를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x - y + 4)$

② $(x + y - 4)^2$

③ $(x - y - 2)(x + y + 8)$

④ $(x + y - 4)(x - y - 4)$

⑤ $(-x - y + 4)(x - y + 4)$

해설

$$\begin{aligned}x + 4 &= t \text{ 라 하면} \\(t + y)(t - y) - 16x \\&= t^2 - y^2 - 16x \\&= (x + 4)^2 - 16x - y^2 \\&= (x^2 + 8x + 16 - 16x) - y^2 \\&= (x^2 - 8x + 16) - y^2 \\&= (x - 4)^2 - y^2 \\&= (x + y - 4)(x - y - 4)\end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 + 3x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + 1, \beta + 1$ 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 2 인 이차방정식은?

① $2x^2 - 2x + 8 = 0$

② $2x^2 - 8x + 4 = 0$

③ $2x^2 + 4x - 8 = 0$

④ $2x^2 - x - 4 = 0$

⑤ $2x^2 + 2x - 8 = 0$

해설

$$\alpha + \beta = -3, \alpha\beta = -2$$

구하는 이차방정식에서

$$\text{두 근의 합은 } (\alpha + 1) + (\beta + 1) = -1$$

$$\text{두 근의 곱은 } (\alpha + 1)(\beta + 1) = \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 = -4$$

$$\therefore x^2 + x - 4 = 0$$

$$\text{이차항의 계수가 2 이므로 } 2x^2 + 2x - 8 = 0$$

12. 이차함수 $y = x^2 - 4x + 1$ 의 꼭짓점이 일차함수 $y = ax + 1$ 의 위를 지날 때, a 의 값은?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

$y = x^2 - 4x + 1 = (x - 2)^2 - 3$ 이다.

꼭짓점 $(2, -3)$ 이 $y = ax + 1$ 의 위에 있으므로 $-3 = 2a + 1$ 이다.

$\therefore a = -2$

13. 포물선 $y = x^2 + ax + a - 1$ 이 x 축과 만나는 두 점의 사이의 거리가 2 일 때, a 의 값들의 합을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + ax + a - 1$ 의
 x 절편을 α, β ($\alpha > \beta$) 라고 하면
 $\alpha + \beta = -a, \alpha\beta = a - 1$ 이다.
 $\alpha - \beta = 2$ 이므로
 $(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$
 $4 = a^2 - 4a + 4$
 $a^2 - 4a = 0$
 $a(a - 4) = 0$
 $\therefore a = 0$ 또는 $a = 4$
따라서 a 의 값의 합은 4이다.

14. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

- ㉠ $-\frac{7}{8}$ ㉡ -1 ㉢ $\frac{1}{8}$ ㉣ 1 ㉤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

15. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - 1}}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}-1} &= \sqrt{2}+1 \text{ 이므로} \\ (\text{준식}) &= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2} - (\sqrt{2}+1)}} \\ &= \sqrt{2} - \frac{1}{\sqrt{2}+1} \\ &= \sqrt{2} - (\sqrt{2}-1) \\ &= 1 \end{aligned}$$

16. x 에 관한 이차식 $12x^2 + 20xy + ky^2$ 이 $(6x + ay)(2x + by)$ 로 인수분해될 때, k 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b 는 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$12x^2 + (2a + 6b)xy + aby^2$
 $a + 3b = 10$ 이 되는 경우는
(1, 3), (4, 2), (7, 1)이므로
 k 의 최댓값은 $a = 4, b = 2$ 일 때이다.
 $\therefore (k \text{의 최댓값}) = 8$

17. 다항식 $x(x+3)(x+4)(x-1)+p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $p = 4$

해설

$$\begin{aligned} & x(x+3)(x+4)(x-1)+p \\ &= (x^2+3x)(x^2+3x-4)+p \\ & x^2+3x=A \text{ 로 치환하면} \\ & A(A-4)+p=A^2-4A+p \\ & A^2-4A+p=(A-2)^2 \\ & \therefore p=2^2=4 \end{aligned}$$

18. x 에 관한 이차방정식 $mx^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 2(m - 1) = 0$ 의 한 근이 1일 때, 나머지 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

한 근이 $x = 1$ 이므로
주어진 방정식에 $x = 1$ 을 대입하면
 $-m^2 + m = 0, m(m - 1) = 0$
 $\therefore m = 0$ 또는 $m = 1$
 $m = 0$ 이면 이차방정식이 아니므로 $m = 1$
주어진 방정식은 $x^2 - x = 0$
 $x(x - 1) = 0$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 1$
따라서 나머지 한 근은 0이다.

19. 자연수 n 에 대하여 $x^2 - \frac{x}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} + 1 = 0$ 의 두 근을 p_n, q_n 이라 할 때, $(p_1 + p_2 + p_3 + \cdots p_{100}) + (q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_{100})$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{101} - 1$

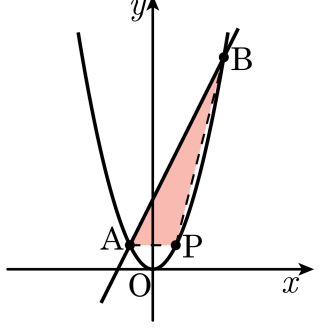
해설

근과 계수의 관계에서

$$p_n + q_n = \frac{1}{\sqrt{n+1} + \sqrt{n}} = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$$

$$\begin{aligned} &\therefore (p_1 + p_2 + p_3 + \cdots p_{100}) + (q_1 + q_2 + q_3 + \cdots q_{100}) \\ &= (p_1 + q_1) + (p_2 + q_2) + (p_3 + q_3) + \cdots + (p_{100} + q_{100}) \\ &= \sqrt{2} - \sqrt{1} + \sqrt{3} - \sqrt{2} + \sqrt{4} - \sqrt{3} + \cdots + \sqrt{101} - \sqrt{100} \\ &= \sqrt{101} - 1 \end{aligned}$$

20. 포물선 $y = x^2$ 과 직선 $y = 2x + 3$ 의 교점을 A, B 라하고, 원점을 O 라 한다. 점 P 가 원점을 출발하여 포물선을 따라 B 까지 움직일 때, $\triangle APB$ 의 넓이와 $\triangle OAB$ 의 넓이가 같게 되는 점 P 의 좌표는?



- ① (1,1) ② (1,2) ③ (2,1) ④ (2,4) ⑤ (3,2)

해설

$\triangle APB$ 와 $\triangle AOB$ 의 넓이가 같으면 직선 AB와 직선 OP는 평행하므로
직선 OP의 기울기는 2이고 직선 OP는 $y = 2x$ 이다. 점 P는 $y = x^2$ 과 $y = 2x$ 의 교점이므로
 $x^2 = 2x, x^2 - 2x = 0, x(x - 2) = 0$
 $\therefore x = 2, y = 4$ 또는 $x = 0, y = 0$ (원점)
그런데 P는 원점이 아니므로 P(2, 4)이다.