

1. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠  $a > b, c > d$  이면  $a + c > b + d$  이다.

㉡  $a > b$  이면  $a^2 > b^2$  이다.

㉢  $a > b > 0$  이면  $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$  이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠  $a - b > 0, c - d > 0$  에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.

㉡  $a > 0 > b$  인 경우  $b$ 의 절댓값이  $a$  보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.

㉢ 주어진 식에서  $a, b$ 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

2. 연립부등식  $\begin{cases} 0.3x - 0.5 \leq 0.4 \\ x - 3 > -2(9 + x) \end{cases}$  를 만족하는 정수  $x$  는 모두 몇 개인가?

- ① 9 개    ② 8 개    ③ 7 개    ④ 6 개    ⑤ 5 개

해설

$$\begin{cases} 0.3x - 0.5 \leq 0.4 \\ x - 3 > -2(9 + x) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x \leq 9 \\ 3x > -15 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \leq 3 \\ x > -5 \end{cases}$$

$$\therefore -5 < x \leq 3$$

위의 범위를 만족하는 정수는  $-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$  이다.

3. 부등식  $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + a$  의 해가  $b \leq x \leq 9$  일 때,  $a + b$  의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 19

⑤ 22

해설

$$3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + a$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3x - 2 \leq 5x + 8 \\ 5x + 8 \leq 4x + a \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 3x - 5x \leq 8 + 2 \\ 5x - 4x \leq a - 8 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x \geq -5 \\ x \leq a - 8 \end{cases}$$

$-5 \leq x \leq a - 8$ 에서  $a - 8 = 9$  이므로  $a = 17$

또한  $b = -5$

$$\therefore a = 17, b = -5$$

따라서  $a + b = 17 - 5 = 12$  이다.

4.  $2x - 1 > 0$ ,  $x^2 - 3x - 4 < 0$ 를 동시에 만족하는  $x$  중에서 정수인 것의 개수는?

① 0 개

② 1 개

③ 2 개

④ 3 개

⑤ 4 개

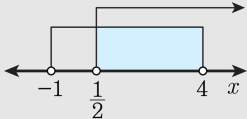
해설

$$2x - 1 > 0$$

$$\therefore x > \frac{1}{2} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$(x + 1)(x - 4) < 0$$

$$\therefore -1 < x < 4 \dots\dots \textcircled{㉡}$$



㉠, ㉡의 공통 부분은

$$\therefore \frac{1}{2} < x < 4$$

따라서  $x$  중에서

정수인 것은 1, 2, 3의 3개다.

5.  $x^2 - x + 1 = 0$  일 때,  $x^{51}$  의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$x^2 - x + 1 = 0$  에서

$$(x^2 - x + 1)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x^3 + 1 = 0$$

$$x^3 = -1$$

$$x^{51} = (x^3)^{17} = (-1)^{17} = -1$$

6. 연립방정식  $\begin{cases} x^2 + xy - 2y^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 10 \end{cases}$  을 만족하는  $x, y$ 에 대하여  $x$ 값이  
될 수 없는 것은?

①  $2\sqrt{2}$

②  $-\sqrt{3}$

③  $\sqrt{5}$

④  $-2\sqrt{2}$

⑤  $-\sqrt{5}$

해설

$$x^2 + xy - 2y^2 = (x - 2y)(x + y) = 0$$

㉠  $x = 2y$  일 때

$$(2y)^2 + y^2 = 5y^2 = 10$$

$$y^2 = 2, y = \pm\sqrt{2}$$

$$x = 2\sqrt{2}, y = \sqrt{2}$$

$$x = -2\sqrt{2}, y = -\sqrt{2}$$

㉡  $x = -y$  일 때

$$(-y)^2 + y^2 = 2y^2 = 10, y^2 = 5, y = \pm\sqrt{5}$$

$$x = -\sqrt{5}, y = \sqrt{5}$$

$$x = \sqrt{5}, y = -\sqrt{5}$$

7. 빗변의 길이가  $\frac{5}{2}$  인 직각 삼각형의 넓이가  $\frac{3}{2}$  일 때, 빗변이 아닌 두 변의 길이의 합은?

①  $\frac{\sqrt{37}}{2}$

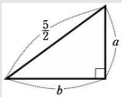
②  $\frac{\sqrt{34}}{2}$

③  $\frac{\sqrt{31}}{2}$

④ 4

⑤  $\frac{7}{2}$

해설



직각을 낀 두 변의 길이를 각각  $a, b$  라 하면 넓이는

$$\frac{1}{2}ab = \frac{3}{2} \quad \dots \textcircled{1}$$

$$a^2 + b^2 = \frac{25}{4} \quad \dots \textcircled{2}$$

①, ②식에서

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$= \frac{25}{4} + 6 = \frac{49}{4}$$

$$\therefore a + b = \frac{7}{2}$$

8. 방정식  $2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0$  을 만족시키는 실수  $x, y$ 의 곱  $xy$ 를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-4$

해설

$$2x^2 + y^2 + 2xy - 4x + 4 = 0 \text{ 에서}$$

$$(x^2 + 2xy + y^2) + (x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$(x + y)^2 + (x - 2)^2 = 0$$

$$x, y \text{가 실수이므로 } x + y = 0, x - 2 = 0$$

$$\therefore x = 2, y = -2$$

$$\therefore xy = -4$$

9. 다음 연립부등식 중 해가 없는 것을 모두 골라라.

보기

$$\textcircled{\text{㉠}} \begin{cases} 3x - 2 \leq -2(x - 4) \\ -(x - 5) \leq x + 1 \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \begin{cases} x - 3 \geq 2x + 1 \\ 6x - 1 > 2x + 11 \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \begin{cases} -x - 5 < 3x + 7 \\ \frac{1}{2}x + 3 > \frac{2x - 2}{3} \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{㉣}} \begin{cases} 2(x + 1) < x - 6 \\ 2x - 4 < 5(x - 2) \end{cases}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} 2x - 3 \leq 3x + 1 < x + 9$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉣

해설

$$\textcircled{\text{㉡}} \begin{cases} x - 3 \geq 2x + 1 & \therefore x \leq -4 \\ 6x - 1 > 2x + 11 & \therefore x > 3 \end{cases}$$

$\therefore x \leq -4, x > 3$  (해가 없다.)

$$\textcircled{\text{㉣}} \begin{cases} 2(x + 1) < x - 6 \text{에서 } 2x + 2 < x - 6 \\ \therefore x < -8 \\ 2x - 4 < 5(x - 2) \text{에서 } 2x - 4 < 5x - 10 \\ \therefore 2 < x \end{cases}$$

$\therefore x < -8, x > 2$  (해가 없다.)

$$\textcircled{\text{㉠}} \begin{cases} 3x - 2 \leq -2(x - 4) \text{에서 } 5x \leq 10 & \therefore x \leq 2 \\ -(x - 5) \leq x + 1 \text{에서 } 4 \leq 2x & \therefore 2 \leq x \end{cases}$$

$\therefore x = 2$

$$\textcircled{\text{㉢}} \begin{cases} -x - 5 < 3x + 7 & \therefore x > -3 \\ \frac{1}{2}x + 3 > \frac{2x - 2}{3} \text{에서 } 3x + 18 > 2(2x - 2) \\ \therefore x < 22 \end{cases}$$

$\therefore -3 < x < 22$

$$\textcircled{\text{㉤}} \begin{cases} 2x - 3 \leq 3x + 1 & \therefore x \geq -4 \\ 3x + 1 < x + 9 & \therefore x < 4 \end{cases}$$

$\therefore -4 \leq x < 4$

10.  $x$ 에 관한 이차부등식  $ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ①  $a < b$ 일 때,  $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ②  $a < b$ 일 때,  $x \leq -1$ ,  $x \leq 3$ 이다.
- ③  $a < 0$ 일 때,  $-1 \leq x \leq 3$ 이다.
- ④  $b < 0$ 일 때,  $x \leq -1$ ,  $x \geq 3$ 이다.
- ⑤  $a \geq b$ 일 때, 부등식은 모든 실수  $x$ 에 대하여 성립한다.

해설

$ax^2 - 2ax - 3a \geq bx^2 - 2bx - 3b$ 을 이항하여 정리하면  
 $(a - b)x^2 - 2(a - b)x - 3(a - b) \geq 0$ (이차부등식이므로  $a \neq b$ )

i)  $a < b$ 이면  $x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \leq 0$

$$\therefore -1 \leq x \leq 3$$

ii)  $a > b$ 이면

$$x^2 - 2x - 3 = (x - 3)(x + 1) \geq 0$$

$$\therefore x \leq -1, x \geq 3$$

11.  $ax^2 + 4x - 1 \geq -2x^2 - a$ 가  $x$ 의 임의의 실수값에 대하여 항상 성립할 때, 실수  $a$ 의 범위는?

①  $a \geq 2$

②  $a \leq -3$

③  $a \leq 2$

④  $a \geq -3$

⑤  $a \leq -1$

해설

$$(a+2)x^2 + 4x + (a-1) \geq 0 \text{ 이}$$

임의의 실수  $x$ 에 대하여 성립하려면

$$(i) \ a+2 > 0 \quad \therefore a > -2$$

$$(ii) \ \frac{D}{4} = 4 - (a+2)(a-1) \leq 0 \text{ 에서}$$

$$a^2 + a - 6 \geq 0, \ (a+3)(a-2) \geq 0$$

$$(i), (ii) \text{ 에서 } a \leq -3, \ a \geq 2$$

$$\therefore a \geq 2$$

12.  $x$ 에 대한 이차부등식  $ax^2 + 5x + b < 0$ 의 해가  $x < 2$  또는  $x > 3$  일 때 상수  $a + b$ 의 값은?

① -7

② -3

③ 3

④ 7

⑤ 10

해설

해가  $x < 2$  또는  $x > 3$  이므로  $a < 0$

해가  $x < 2$  또는  $x > 3$  이고 이차항의 계수가 1인 부등식은

$$(x-2)(x-3) > 0, x^2 - 5x + 6 > 0$$

양변에  $-1$ 을 곱하면

$$-x^2 + 5x - 6 < 0$$

$$\therefore a = -1, b = -6$$

$$a + b = -7$$

13.  $x$ 에 관한 이차방정식  $x^2 + (a^2 - 5a - 6)x - a + 1 = 0$ 이 서로 다른 부호의 실근을 갖고, 양근이 음근의 절대값보다 크거나 같을 때, 만족하는 정수  $a$ 의 값을 모두 더하면?

① 15

② 17

③ 19

④ 20

⑤ 21

### 해설

서로 다른 부호의 실근이므로 (두 근의 곱)  $< 0$

양근이 음근의 절대값보다 크거나 같으므로

(두 근의 곱)  $< 0$ 이므로

$$-a + 1 < 0 \quad \therefore a > 1 \cdots \textcircled{1}$$

(두 근의 합)  $\geq 0$ 이므로

$$-(a^2 - 5a - 6) \geq 0$$

$$a^2 - 5a - 6 \leq 0$$

$$(a - 6)(a + 1) \leq 0$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 6 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②에서  $a = 2, 3, 4, 5, 6$

$$\therefore 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$$

14. 좌표 평면 위에서 모든 실수  $x$  에 대하여 직선  $y = 2(kx + 1)$  이 곡선  $y = -(x - 2)^2 + 1$  보다 항상 위쪽에 있도록 실수  $k$  의 값을 정할 때, 다음 중  $k$  의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 0

⑤ -1

### 해설

임의의 실수  $x$  에 대하여 부등식

$$2(kx + 1) > -(x - 2)^2 + 1 \cdots \textcircled{㉠} \text{이}$$

항상 성립하도록  $k$  의 값을 정하면 된다.

㉠식을 정리하면

$$x^2 + 2(k - 2)x + 5 > 0 \cdots \textcircled{㉡} \text{식이}$$

항상 성립하기 위하여

$$\frac{D}{4} = (k - 2)^2 - 5 < 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$$

이때, 0, 1, 2, 3 은  $k$  의 값의 범위에 속하나  
-1 은 속하지 않는다.

15.  $0 < x < 1$  인 모든  $x$  에 대하여 항상  $x^2 - 3 \leq (a - 1)x$  가 성립할 때, 실수의 상수  $a$  의 범위를 구하면?

①  $a = -1$

②  $a > -1$

③  $a \geq -1$

④  $a < -1$

⑤  $a \leq -1$

해설

$f(x) = x^2 - (a - 1)x - 3$  이라 두어,  
 $0 < x < 1$  에서  $f(x) \leq 0$  되도록 하자.

$f(0) \leq 0$  그리고  $f(1) \leq 0$  이면 된다.

그런데,  $f(0) = -3$  이므로

$f(1) = 1 - (a - 1) - 3 \leq 0$  에서  $a \geq -1$

16. 연립이차부등식  $\begin{cases} x^2 + x - 6 \leq 0 \\ x^2 + ax + b > 0 \end{cases}$  의 해가  $-3 \leq x < -2$  또는  $0 < x \leq 2$  일 때,  $a, b$  를 구하여  $a \times b$  를 계산하면?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2) \leq 0 \text{ 에서}$$

$$-3 \leq x < 2 \text{ 이므로}$$

연립부등식의 해가 다음 그림과 같으려

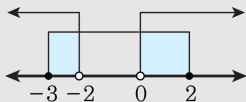
면  $x^2 - ax + b > 0$  의 해는

$x < -2, x > 0$  이어야 한다.

$$x^2 + ax + b = x(x + 2) = x^2 + 2x > 0$$

$$\therefore a = 2, b = 0$$

$$\therefore a \cdot b = 0$$



17. 이차방정식  $ax^2 - (a+1)x - 4 = 0$ 의 한 근이  $-1$ 과  $0$  사이에 있고, 다른 한 근이  $1$ 과  $2$  사이에 있을 때, 상수  $a$ 의 범위는?

①  $a > 3$

②  $0 < a < 3$

③  $a \geq \frac{1}{2}$

④  $a \geq 1$

⑤  $-1 < a < 3$

### 해설

주어진 조건을 만족시키려면  $f(-1) > 0, f(0) < 0, f(1) < 0, f(2) > 0$  이어야 한다.

따라서  $f(-1) = a + (a+1) - 4 > 0$  에서

$$2a > 3 \quad \therefore a > \frac{3}{2} \cdots \textcircled{㉠}$$

$f(2) = 4a - 2a - 2 - 4 > 0$  에서

$$2a > 6 \quad \therefore a > 3 \cdots \textcircled{㉡}$$

①, ②을 모두 만족해야 하므로  
구하는  $a$ 의 값의 범위는  $a > 3$

18. 두 점 A(-2, 1), B(4, 5)에서 같은 거리에 있는 y축 위의 점 P의 좌표는?

①  $\left(0, \frac{1}{2}\right)$

②  $\left(0, \frac{5}{2}\right)$

③  $\left(0, \frac{9}{2}\right)$

④  $\left(0, \frac{13}{2}\right)$

⑤  $\left(0, \frac{17}{2}\right)$

해설

y축 위의 점 P의 좌표를  $(0, a)$ 라 하면

$\overline{PA} = \overline{PB}$ 이므로

$$\begin{aligned} & \sqrt{\{0 - (-2)\}^2 + (a - 1)^2} \\ &= \sqrt{(0 - 4)^2 + (a - 5)^2} \end{aligned}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$$a^2 - 2a + 5 = a^2 - 10a + 41$$

$$8a = 36$$

$$\therefore a = \frac{9}{2}$$

따라서 점 P의 좌표는  $\left(0, \frac{9}{2}\right)$ 이다.



20. 수직선 위의 두 점 A, B에 대하여 선분 AB를  $m : n$ 으로 내분한 점을 C, 외분한 점을 D라 할 때,  $\frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} = \frac{\boxed{\phantom{000}}}{AB}$ 가 성립한다.  $\boxed{\phantom{000}}$  안에 알맞은 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

### 해설

네 점의 좌표를 각각 A(0), B(b), C(c), D(d)라 하면

$$c = \frac{mb}{m+n}, d = \frac{mb}{m-n}$$

( $\because$  A의 좌표가 0)

$$\therefore \overline{AC} = c - 0 = \frac{mb}{m+n}$$

$$\overline{AD} = d - 0 = \frac{mb}{m-n}$$

$$\overline{AB} = b - 0 = b$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD} &= \frac{m+n}{mb} + \frac{m-n}{mb} \\ &= \frac{2m}{mb} = \frac{2}{b} = \frac{2}{AB} \end{aligned}$$

21. 세 점  $A(0, 0)$ ,  $B(3, 4)$ ,  $C(-1, 0)$ 에 대하여 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, 점 D의 좌표는?

①  $(-2, 3)$

②  $(-4, -4)$

③  $(2, -1)$

④  $(1, 3)$

⑤  $(-2, -3)$

### 해설

평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로

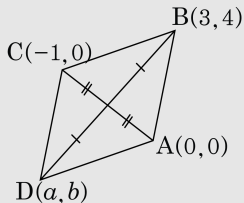
$\overline{AC}$ 의 중점과  $\overline{BD}$ 의 중점이 일치한다.

즉, D의 좌표를  $(a, b)$ 라 하면

$$\frac{0 + (-1)}{2} = \frac{a + 3}{2}, \quad \frac{0 + 0}{2} = \frac{b + 4}{2}$$

$$\therefore a = -4, \quad b = -4$$

$$\therefore D(-4, -4)$$



22. 세 점 A(0,0), B(1,0), C(1,2)에 대하여  $\overline{PA}^2 + \overline{PB}^2 + \overline{PC}^2$  이 최소가 되도록 점 P의 좌표를 정하면?

- ①  $P\left(-\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}\right)$       ②  $P\left(\frac{1}{2}, -\frac{2}{3}\right)$       ③  $P\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}\right)$   
 ④  $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$       ⑤  $P\left(-\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$

### 해설

P(x, y) 라 두면

$$x^2 + y^2 + (x-1)^2 + y^2 + (x-1)^2 + (y-2)^2$$

$$= 3x^2 - 4x + 3y^2 - 4y + 6$$

$$= 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + 3\left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \frac{10}{3}$$

∴  $P\left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$  일 때 최소

※ 점 P 는  $\triangle ABC$  의 무게중심이 된다.

$$\left(\frac{0+1+1}{3}, \frac{0+0+2}{3}\right) = \left(\frac{2}{3}, \frac{2}{3}\right)$$

23.  $2x + (a + 3)y - 1 = 0$ ,  $(a - 2)x + ay + 2 = 0$ 에 대하여 두 식을 동시에 만족하는  $(x, y)$ 가 하나도 없도록 하는 상수  $a$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

두 직선  $2x + (a + 3)y - 1 = 0$ ,  
 $(a - 2)x + ay + 2 = 0$ 이 평행해야 하므로

$$\frac{2}{a - 2} = \frac{a + 3}{a} \neq \frac{-1}{2}$$

$$(a - 2)(a + 3) = 2a, (a + 2)(a - 3) = 0$$

$$\therefore a = -2 \text{ 또는 } a = 3$$

그런데  $\frac{a + 3}{a} \neq \frac{-1}{2}$ 에서  $a \neq -2$ 이므로

구하는  $a$ 의 값은 3이다.

24. 이차함수  $y = kx^2 + k(k+1)x + 2k^2 - 2k + 1$  은  $k$  의 값에 관계없이 항상 일정한 점을 지난다. 이 점의 좌표를  $P(a, b)$  라 할 때  $a + b$  의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$k$ 에 관하여 정리하면

$$(x+2)k^2 + (x^2 + x - 2)k + (1 - y) = 0$$

$k$ 에 관한 항등식이므로

$$x+2=0, x^2+x-2=0, 1-y=0$$

$$\therefore x = -2, y = 1$$

$\therefore$  구하는 점의 좌표는  $(-2, 1)$

$$\therefore a = -2, b = +1$$

$$\therefore a + b = -1$$

25. 두 직선  $ax + by + 1 = 0$ ,  $bx + ay + 1 = 0$  이 서로 평행할 때, 두 직선 사이의 거리를  $a$  에 대한 식으로 나타내면?

①  $\frac{\sqrt{1}}{|a|}$

②  $\frac{\sqrt{2}}{|a|}$

③  $\frac{\sqrt{3}}{|a|}$

④  $\frac{2}{|a|}$

⑤  $\frac{\sqrt{5}}{|a|}$

### 해설

두 직선이 평행하면  $\frac{a}{b} = \frac{b}{a} \neq \frac{1}{1}$

$\therefore a = -b$  ( $\because a \neq b$ )

직선  $ax + by + 1 = ax - ay + 1 = 0$  위의 한 점을

잡으면  $P\left(0, \frac{1}{a}\right)$  이므로 직선

$bx + ay + 1 = 0$  에서  $-ax + ay + 1 = 0$  까지의

$$\text{거리는 } \frac{\left|(-a) \cdot 0 + a \cdot \frac{1}{a} + 1\right|}{\sqrt{a^2 + a^2}} = \frac{\sqrt{2}}{|a|}$$

26. 꼭짓점의 좌표가 A(0, 0), B(36, 15), C(a, b) 인 삼각형 ABC가 있다.  
a, b가 정수일 때,  $\triangle ABC$ 의 넓이의 최소는?

①  $\frac{1}{2}$

② 1

③  $\frac{3}{2}$

④  $\frac{13}{2}$

⑤ 최솟값은 없다

### 해설

직선  $\overline{AB}$ 의 방정식은  $5x - 12y = 0$

$\triangle ABC$ 의 높이  $h$ 는

$$h = \frac{|5a - 12b|}{\sqrt{5^2 + 12^2}}$$

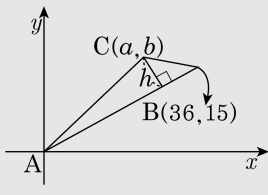
$\triangle ABC$ 의 넓이  $S$ 는  $S = \frac{1}{2} \cdot \overline{AB} \cdot h$

$$= \frac{1}{2} \cdot 3\sqrt{12^2 + 5^2} \cdot \frac{|5a - 12b|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{3}{2} |5a - 12b|$$

a, b는 정수이므로,  $|5a - 12b| = 1$ 일 때,

S의 최소는  $\frac{3}{2}$

실제로  $(a, b) = (5, 2)$  또는  $(7, 3)$ 일 때이다.



27. 사차방정식  $x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$ 을 만족하는 모든 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-1$

해설

$x^4 + x^3 + 2x^2 + x + 1 = 0$ 의 양변을  $x^2$ 으로 나누면

$$x^2 + x + 2 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 0$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{x}\right) = 0$$

$x + \frac{1}{x} = t$ 로 치환하면

$$t^2 + t = 0, t(t+1) = 0$$

$$\therefore t = 0 \text{ 또는 } t = -1$$

$$(i) \ x + \frac{1}{x} = 0 \text{ 일 때, } x^2 + 1 = 0$$

$$\therefore x = \pm i$$

$$(ii) \ x + \frac{1}{x} = -1 \text{ 일 때,}$$

$$x^2 + 1 = -x, x^2 + x + 1 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

(i), (ii)에서 주어진 방정식의 근은

$$x = \pm i \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore (-i) + i + \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} + \frac{-1 - \sqrt{3}i}{2} = -1$$

28. 삼차방정식  $x^3 - 2x^2 - 4x + k = 0$  의 세 근  $\alpha, \beta, \gamma$  에 대하여  $(\alpha + \beta)(\beta + \gamma)(\gamma + \alpha) = \alpha\beta\gamma$  를 만족할 때,  $k$  의 값을 구하면?

① 7

② 6

③ 5

④ 4

⑤ 3

해설

$\alpha + \beta + \gamma = 2$ ,  $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha = -4$ ,  $\alpha\beta\gamma = -k$  이므로

$\alpha + \beta = 2 - \gamma$ ,  $\beta + \gamma = 2 - \alpha$ ,  $\gamma + \alpha = 2 - \beta$

주어진 식은  $(2 - \alpha)(2 - \beta)(2 - \gamma) = \alpha\beta\gamma$

$\therefore 8 - 4(\alpha + \beta + \gamma) + 2(\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha) - \alpha\beta\gamma = \alpha\beta\gamma$

$\therefore 8 - 8 - 8 + k = -k$

$\therefore k = 4$

29. 12%의 설탕물 300g이 있을 때, 물  $x$ g을 증발시켜 15% 이상 20% 이하의 설탕물을 만들려고 한다.  $x$ 의 값으로 옳지 않은 것은?

① 60

② 80

③ 100

④ 120

⑤ 130

### 해설

12%의 소금물 300g의 소금의 양은  $\frac{12}{100} \times 300 = 36$  (g)이다.

따라서 물  $x$ g을 뺀 때의 농도를 나타내면  $\frac{36}{300-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하이므로,  $15 \leq \frac{36}{300-x} \times 100 \leq 20$

이고,

이를 연립 방정식으로 나타내면  $\begin{cases} 15 \leq \frac{36}{300-x} \times 100 \\ \frac{36}{300-x} \times 100 \leq 20 \end{cases}$ 이다.

간단히 나타내면  $\begin{cases} x \geq 60 \\ x \leq 120 \end{cases}$ 이다.

따라서 빼줘야 하는 물의 양  $x$ 의 범위는  $60 \leq x \leq 120$ 이다.

30. 테니스 공을 한 사람당 7개씩 나누어 주었을 때 30개가 남았고, 9개씩 나누어 주었을 때에는 마지막 받은 사람이 5개 이상 7개 미만으로 테니스 공을 받았다고 한다. 테니스 공의 개수는 몇 개인가?

▶ 답 :                      개

▷ 정답 : 149 개

### 해설

사람의 수를  $x$  명이라고 하였을 때, 테니스 공의 개수는  $(7x+30)$  개다.

“9개씩 나누어 주었을 때에는 마지막 받은 사람이 5개 이상 8개 미만”이라는 것은  $(x-1)$  명까지는 9개를 받았고 나머지 한명이 다르게 받은 것이므로, 마지막 사람이 5개를 받은 경우는  $9(x-1)+5$ (개) 이고, 7개를 받는 경우는  $9(x-1)+7$ (개) 이다. 따라서 테니스 공의 개수는 마지막 사람이 5개 이상 받은 경우와 7개 미만 받은 경우 사이에 있으므로, 이를 식으로 나타내면  $9(x-1)+5 \leq 7x+30 < 9(x-1)+7$  이다. 연립방정식으로 나타

내면 
$$\begin{cases} 9(x-1)+5 \leq 7x+30 \\ 7x+30 < 9(x-1)+7 \end{cases} \quad \text{이다. 간단히 하면, } \begin{cases} x \leq 17 \\ x > 16 \end{cases}$$

이다. 따라서  $x$ 의 범위는  $16 < x \leq 17$  이다.

따라서 테니스의 공의 개수는  $7 \times 17 + 30 = 149$  (개) 이다.

31. 좌표평면 위의 원점에서 직선  $3x - y + 2 - k(x + y) = 0$  까지의 거리의 최대값은?(단,  $k$  는 실수)

①  $\frac{1}{4}$

②  $\frac{\sqrt{2}}{4}$

③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

⑤  $\sqrt{2}$

### 해설

원점  $O$  에서 직선  $(3 - k)x - (1 + k)y + 2 = 0$  까지의 거리는

$$\frac{|2|}{\sqrt{(3 - k)^2 + (1 + k)^2}} = \frac{2}{\sqrt{2k^2 - 4k + 10}}$$

거리가 최대가 되려면 분모가 최소일 때이다.

$$2k^2 - 4k + 10 = 2(k - 1)^2 + 8 \geq 8 \text{ 이므로}$$

$$\frac{2}{\sqrt{2k^2 - 4k + 10}} \leq \frac{2}{\sqrt{8}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\therefore \text{최대값 } \frac{\sqrt{2}}{2}$$

32.  $\begin{cases} xy + 3y - 2z = 0 \\ x + 2y - z = -1 \end{cases}$  이 연립방정식의 해  $x, y, z$ 에 대하여  $x + y + z$

의 값들을 작은 값부터 나열하여라. (단,  $x, y, z$ 는 음이 아닌 정수)

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

▷ 정답 : 20

▷ 정답 : 23

### 해설

$$\begin{cases} xy + 3y - 2z = 0 \cdots ① \\ x + 2y - z = -1 \cdots ② \end{cases}$$

① - 2 × ② 하면

$$xy + 3y - 2x - 4y = 2, xy - 2x - y - 2 = 0$$

$$x(y - 2) - (y - 2) = 4, (x - 1)(y - 2) = 4$$

$x, y$ 는 음이 아닌 정수이므로

$$(x - 1, y - 2) = (1, 4), (2, 2), (4, 1)$$

$$\therefore (x, y, z) = (2, 6, 15), (3, 4, 12), (5, 3, 12)$$

$$\therefore x + y + z = 19, 20, 23$$

33. 연립방정식  $2x + ay = 6$ ,  $-3ax + 2y = -2$  에서  $x < 0$ ,  $y > 0$  이기 위한 자연수  $a$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{cases} 2x + ay = 6 & \cdots \textcircled{㉠} \\ -3ax + 2y = -2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$y$  를 소거하기 위하여  $\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} \times a$  을 하면  
 $(4 + 3a^2)x = 12 + 2a$  에서

$$x = \frac{12 + 2a}{4 + 3a^2} \cdots \textcircled{㉢}$$

$\textcircled{㉢}$ 을  $\textcircled{㉠}$ 에 대입하면,

$$2 \left( \frac{12 + 2a}{4 + 3a^2} \right) + ay = 6, y = \frac{18a - 4}{4 + 3a^2}$$

$x < 0$ ,  $y > 0$  이므로

$$\frac{12 + 2a}{4 + 3a^2} < 0, \frac{18a - 4}{4 + 3a^2} > 0$$

에서  $4 + 3a^2$  는 모든 자연수  $a$  에 대하여 0 보다 크므로  
 $2a + 12 < 0$ ,  $a < -6$

$$18a - 4 > 0, a > \frac{2}{9}$$

따라서  $a > \frac{2}{9}$  를 만족하는 자연수  $a$  의 최솟값은 1 이다.

34. 자연이는 100 원짜리와 500 원짜리 동전으로만 5000 원을 가지고 있다. 100 원짜리 동전의 개수는 500 원짜리 동전의 개수의 2 배보다는 많고 3 배보다는 적을 때, 500 원짜리 동전의 개수를 구하여라.

▶ 답 :                      개

▷ 정답 : 7        개

#### 해설

100 원짜리 동전의 개수를  $x$  개, 500 원짜리 동전의 개수를  $y$  개라고 하면,

$$100x + 500y = 5000, x + 5y = 50, x = 5(10 - y)$$

100 원짜리 동전의 개수는 500 원짜리 동전의 개수의 2 배보다는 많고 3 배보다는 적다고 하였으므로,

$$2y < x < 3y, 2y < 5(10 - y) < 3y, \frac{25}{4} < y < \frac{50}{7} \text{ 이고, 이를}$$

만족하는 자연수  $y = 7$  이다.

500 원짜리 동전의 개수는 7 개이다.

35. 좌표평면 위의 세 점 A(3, 4), B(0, 0), C(8, -8)에 대하여  $\angle BAC$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 교점의 좌표는?

①  $\left(\frac{1}{8}, -\frac{1}{8}\right)$

②  $\left(\frac{20}{9}, -\frac{20}{9}\right)$

③  $\left(\frac{15}{11}, -\frac{15}{11}\right)$

④  $\left(\frac{25}{13}, -\frac{25}{13}\right)$

⑤  $\left(\frac{28}{17}, -\frac{28}{17}\right)$

해설

$$\overline{AB} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

$$\overline{AC} = \sqrt{(8-3)^2 + (-8-4)^2} = \sqrt{5^2 + 12^2} = 13$$

$\angle BAC$ 의 이등분선이 선분 BC와 만나는 교점을 D(x, y) 라 하면 각의 이등분선의 성질에 의하여

$$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 13$$

따라서, 점 D(x, y)는 선분 BC를 5 : 13으로 내분하는 점이므로

$$x = \frac{5 \cdot 8 + 13 \cdot 0}{5 + 13} = \frac{20}{9},$$

$$y = \frac{5 \cdot (-8) + 13 \cdot 0}{5 + 13} = -\frac{40}{18} = -\frac{20}{9}$$

$$\therefore D\left(\frac{20}{9}, -\frac{20}{9}\right)$$