

1. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

① -9

② -10

③ -11

④ -12

⑤ -13

해설

$$|x + 5| = 1$$

$$\Rightarrow x + 5 = 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = -6$$

2. $x^2 - 5x + 6 = 0$ 의 근을 근의 공식을 이용하여 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 2$

▷ 정답: $x = 3$

해설

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \times 1 \times 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2}$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = 3$$

3. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 - x - (k+7) = 0$ 의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k 는 상수)

① -2

② $-\frac{5}{3}$

③ $-\frac{4}{3}$

④ -1

⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x = 2$ 를 대입하면

$$k \cdot 2^2 - 2 - (k+7) = 0$$

$$4k - 2 - k - 7 = 0, 3k = 9,$$

$$\therefore k = 3$$

$$3x^2 - x - 10 = 0, (3x+5)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = 2, -\frac{5}{3}$$

4. 방정식 $|x - 1| = 2$ 의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$ 일 때

$|x - 1| = x - 1$ 이므로, $x - 1 = 2$

$\therefore x = 3$

ii) $x < 1$ 일 때

$|x - 1| = -x + 1$ 이므로, $-x + 1 = 2$

$\therefore x = -1$

따라서 (i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -1$

5. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } -2x + 1 = 2$$

$$\therefore x = -\frac{1}{2}$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - (x - 1) = 2 \text{ 이므로 } 0 \cdot x = 1$$

$\therefore$ 해가 없다.

iii) $1 \leq x$ 일 때,

$$x + x - 1 = 2 \text{ 이므로 } 2x = 3$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

(i), (ii), (iii)에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

6. 방정식 $(a^2 - 3)x - 1 = a(2x + 1)$ 의 해가 존재하지 않기 위한 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$(a^2 - 2a - 3)x = a + 1$$

$$(a - 3)(a + 1)x = a + 1$$

$\therefore a = 3$ 이면 해가 없다.

7. 방정식 $a(ax - 1) = 2(ax - 1)$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

① $a = 0$ 일 때, 부정

② $a = 2$ 일 때, 불능

③ $a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

④ $a \neq 0$ 일 때, 해는 없다.

⑤ $a \neq 0, a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

해설

$$a(ax - 1) = 2(ax - 1), a^2x - 2ax = a - 2 \text{에서}$$

$$a(a - 2)x = a - 2$$

i) $a \neq 0, a \neq 2$ 일 때, $x = \frac{1}{a}$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다. (부정)

iii) $a = 0$ 일 때, $0 \cdot x = -2$ 이므로 해가 없다. (불능)

따라서 옳은 것은 ⑤뿐이다.

8. 방정식 $a^2x + 1 = a(x + 1)$ 의 해가 존재하지 않을 때, 상수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$a^2x + 1 = a(x + 1)$ 에서 $a(a - 1)x = a - 1$

i) $a = 1$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

ii) $a = 0$ 이면 $0 \cdot x = -1$ 이므로 해가 없다.

iii) $a \neq 0, a \neq 1$ 일 때, $x = \frac{a - 1}{a(a - 1)} = \frac{1}{a}$

따라서 해가 없을 때의 a 의 값은 0이다.

9. 방정식 $a^2 - (1+x)a + 2x - 2 = 0$ 의 해가 무수히 많을 때, 방정식 $x = (x+3)a - 10$ 의 해는?

① -3

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$a^2 - a - ax + 2x - 2 = 0, (a-2)x = a^2 - a - 2$$

$$(a-2)x = (a-2)(a+1)$$

i) $a \neq 2$ 일 때, $x = a + 1$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

i), ii)에서 $a = 2$ 일 때이다.

따라서 방정식 $x = (x+3)a - 10$ 에 $a = 2$ 를 대입하면

$$x = (x+3) \cdot 2 - 10, x = 2x - 4 \therefore x = 4$$

10. 연산 $*$ 를 $a * b = ab + 2(a + b)$ 라 정의할 때, 다음 방정식의 두 근을 α, β 라 한다. 이때, $|\alpha - \beta|$ 의 값은?

$$(3x * x) - (3 * x) + \{(-1) * 2\} = 0$$

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

연산 $*$ 의 정의에 따라서

$$3x * x = 3x \cdot x + 2(3x + x) = 3x^2 + 8x, \quad 3 * x = 3 \cdot x + 2(3 + x) = 5x + 6,$$

$$-1 * 2 = (-1) \cdot 2 + 2(-1 + 2) = -2 + 2 = 0$$

$$\text{주어진 식은 } 3x^2 + 8x - (5x + 6) + 0 = 0$$

$$3x^2 + 3x - 6 = 0 \text{ 에서 } 3(x + 2)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 1 \quad \therefore |\alpha - \beta| = 3$$

11. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
 ㉡ $k = 1$ 이면 중근을 갖는다.
 ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
 ㉤ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$

㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>

㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 중근을 갖는다.<참>

㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>

㉤ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1+k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai (a \neq 1)$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.

12. 이차방정식 $(\sqrt{2}-1)x^2 - (3-\sqrt{2})x + \sqrt{2} = 0$ 의 두 근은?

- ① $\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ ② $-\sqrt{2}, 1 + \sqrt{2}$ ③ $\sqrt{2}, 1 - \sqrt{2}$
④ $-\sqrt{2}, -1 - \sqrt{2}$ ⑤ $\sqrt{2}, -1 + \sqrt{2}$

해설

양변에 $\sqrt{2} + 1$ 을 곱하면

$$x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$$

$$(x - \sqrt{2})\{x - (\sqrt{2} + 1)\} = 0$$

$$\therefore x = \sqrt{2}, \sqrt{2} + 1$$

해설

$x^2 - (2\sqrt{2} + 1)x + \sqrt{2}(\sqrt{2} + 1) = 0$ 로 고친 후 근의 공식을 이용하여 풀어도 좋다.

13. 다음 이차방정식을 풀면?

$$(1-i)x^2 + (1+i)x - 2 = 0$$

① $x = -1$ 또는 $x = -i$

② $x = -1$ 또는 $x = -1 - i$

③ $x = -1$ 또는 $x = -1 + i$

④ $x = 1$ 또는 $x = -1 - i$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -1 + i$

해설

x^2 의 계수를 실수로 만들기 위해 양변에 $1+i$ 를 곱하면

$$(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)^2x - 2(1+i) = 0$$

$$2x^2 + 2ix - 2(1+i) = 0$$

$$(x-1)\{x+(1+i)\} = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -1 - i$$

14. 이차방정식 $(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 해는 $x = a$ 또는 $x = p + qi$ 이다. 이 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라. (단, a, p, q 는 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(1-i)x^2 + (-3+i)x + 2 = 0$ 의 양변에 $1+i$ 를 곱하면

$$(1+i)(1-i)x^2 + (1+i)(-3+i)x + 2(1+i) = 0$$

$$2x^2 - 2(2+i)x + 2(1+i) = 0$$

$$x^2 - (2+i)x + 1+i = 0$$

$$(x-1)\{x-(1+i)\} = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 1+i$$

$$\therefore a + p + q = 3$$

15. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 + 3|x| - 4 = 0$$

① 0

② ± 1

③ $\pm \sqrt{2}$

④ $\pm \sqrt{3}$

⑤ ± 2

해설

(i) $x \geq 0$ 일 때 $|x| = x$ 이므로 주어진 방정식은

$$x^2 + 3x - 4 = 0, (x + 4)(x - 1) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 1$$

이 때, $x \geq 0$ 이므로 $x = -4$ 는 부적합

$$\therefore x = 1$$

(ii) $x < 0$ 일 때 $|x| = -x$ 이므로 주어진 방정식은

$$x^2 - 3x - 4 = 0, (x - 4)(x + 1) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -1$$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -1$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -1$$

이 때, $x < 0$ 이므로 $x = 4$ 는 부적합

(i), (ii)에서 $x = \pm 1$

16. 방정식 $x^2 - 2|x| - 3 = 0$ 의 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

i) $x \geq 0$ 일 때

$$x^2 - 2x - 3 = 0, (x+1)(x-3) = 0$$

$$x = -1 \text{ 또는 } x = 3$$

그런데 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$

ii) $x < 0$ 일 때

$$x^2 + 2x - 3 = 0, (x-1)(x+3) = 0$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = -3$$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -3$

(i), (ii)에서 $x = 3$ 또는 $x = -3$

따라서 근의 합은 0이다.

17. 방정식 $x^2 + |x| = |x - 1| + 5$ 를 만족하는 두 근의 곱은?

① $-2\sqrt{6}$

② $-\sqrt{6}$

③ 0

④ $\sqrt{6}$

⑤ $2\sqrt{6}$

해설

i) $x < 0$ 일 때

$$x^2 - x = -(x - 1) + 5, x^2 = 6$$

$$\therefore x = \pm\sqrt{6}$$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -\sqrt{6}$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때

$$x^2 + x = -(x - 1) + 5$$

$$x^2 + 2x - 6 = 0$$

$$\therefore x = -1 \pm \sqrt{7}$$

그런데 $0 \leq x < 1$ 이므로 해가 없다.

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$x^2 + x = x - 1 + 5, x^2 = 4$$

$$\therefore x = \pm 2$$

그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 2$

i), ii), iii)에서 주어진 방정식의 해는

$x = 2$ 또는 $x = -\sqrt{6}$ 이므로

두 근의 곱은 $-2\sqrt{6}$

18. 이차방정식 $x^2 + 2|x| - 8 = 0$ 의 해는 ?

① -2, 4

② -2, 2

③ -4, 4

④ -4, 2

⑤ -4, -2, 2, 4

해설

$$x^2 + 2|x| - 8 = 0 \text{에서}$$

i) $x > 0$ 일 때,

$$x^2 + 2x - 8 = 0, (x + 4)(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = 2$$

그런데 $x > 0$ 이므로 $x = 2$

ii) $x < 0$ 일 때,

$$x^2 + 2x - 8 = 0, (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

그런데 $x < 0$ 이므로 $x = -2$

i), ii)에서 구하는 해는 -2, 2

19. $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수를 나타낸다. $0 \leq x < 2$ 일 때, $4[x]x^2 - 4x - 1 = 0$ 의 해를 α 라 하면 2α 의 값은?

① $\sqrt{2} - 1$

② $\sqrt{2} + 1$

③ $\sqrt{3} + 2$

④ $\sqrt{3} - 1$

⑤ $\sqrt{3} - 2$

해설

(i) $0 \leq x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로
 $-4x - 1 = 0$

$\therefore x = -\frac{1}{4}$ (부적합)

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로
 $4x^2 - 4x - 1 = 0$

$\therefore x = \frac{1 \pm \sqrt{2}}{2}$

$1 \leq x < 2$ 이므로 $x = \frac{\sqrt{2} + 1}{2}$

$\therefore 2\alpha = \sqrt{2} + 1$

20. $1 < x < 3$ 인 x 에 대하여 방정식 $x^2 - [x]x - 2 = 0$ 의 해를 구하여라.
(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① 2

② $1 + \sqrt{2}$

③ $1 + \sqrt{3}$

④ $\sqrt{5} - 1$

⑤ $2\sqrt{2} - 1$

해설

(i) $1 < x < 2$ 일 때, $[x] = 1$

준식은 $x^2 - x - 2 = 0$, $(x - 2)(x + 1) = 0$

$\therefore x = -1$ 또는 $x = 2$

그런데 $1 < x < 2$ 이므로 만족하는 해가 없다.

(ii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $[x] = 2$

준식은 $x^2 - 2x - 2 = 0$ 이고 근의 공식에 의하여 $x = 1 \pm \sqrt{3}$

그런데 $2 \leq x < 3$ 이므로 만족하는 해는

$x = 1 + \sqrt{3}$

21. 방정식 $x^2 - [x] - 4 = 0$ ($0 < x < 4$)의 모든 근의 합은?

① $2\sqrt{6}$

② $\sqrt{10}$

③ 3

④ $\sqrt{7}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

이차방정식 $x^2 - [x] - 4 = 0$ 에서

(i) $0 < x < 1$ 일 때, $[x] = 0$ 이므로

$$x^2 - 4 = 0, (x+2)(x-2) = 0$$

$$\therefore x = -2 \text{ 또는 } x = 2$$

그런데 $0 < x < 1$ 이므로 해가 없다.

(ii) $1 \leq x < 2$ 일 때, $[x] = 1$ 이므로

$$x^2 - 5 = 0, (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = 0$$

$$\therefore x = -\sqrt{5} \text{ 또는 } x = \sqrt{5}$$

그런데 $1 \leq x < 2$ 이므로 해가 없다.

(iii) $2 \leq x < 3$ 일 때, $[x] = 2$ 이므로

$$x^2 - 6 = 0, (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6}) = 0$$

$$\therefore x = -\sqrt{6} \text{ 또는 } x = \sqrt{6}$$

그런데 $2 \leq x < 3$ 이므로 $x = \sqrt{6}$

(iv) $3 \leq x < 4$ 일 때, $[x] = 3$ 이므로

$$x^2 - 7 = 0, (x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7}) = 0$$

$$\therefore x = -\sqrt{7} \text{ 또는 } x = \sqrt{7}$$

그런데 $3 \leq x < 4$ 이므로 해가 없다.

따라서 모든 근의 합은 $\sqrt{6}$

22. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $-1 + \sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

▷ 정답 : $b = -1$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = -1 + \sqrt{2}$ 를 대입하여 정리하면

$$3 - 2\sqrt{2} + a(-1 + \sqrt{2}) + b = 0$$

$$-a + b + 3 + (a - 2)\sqrt{2} = 0$$

$$-a + b + 3 = 0 \text{ 과 } a - 2 = 0 \text{ 에서 } a = 2, b = -1$$

23. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 해가 3 또는 b 라 할 때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

$x = 3$ 이 $x^2 + 2x + a = 0$ 의 근이므로

$$3^2 + 2 \cdot 3 - a = 0 \quad \therefore a = 15$$

$\therefore a = 15$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2 + 2x - 15 = 0, (x + 5)(x - 3) = 0$$

따라서 $x = -5$ 또는 $x = 3$ 이므로 $b = -5$

$$\therefore a + b = 15 + (-5) = 10$$

24. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2 - 2x + 3 = 0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3$$

$$(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$$

$$= \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta$$

$$= (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta$$

$$= 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9$$

25. 이차방정식 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근에 대한 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

- ㉠ $k > 1$ 이면 두 근은 실근이다.
- ㉡ $k = 1$ 이면 두 근은 같다.
- ㉢ 두 근의 곱은 실수이다.
- ㉤ $0 < k < 1$ 이면 두 근은 순허수이다.

① ㉠, ㉡

② ㉡, ㉤

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

근의 공식을 이용하여 $x^2 - 2ix - k = 0$ 의 근을 구하면 $x = i \pm \sqrt{-1+k}$

㉠ $k > 1$ 이어도 x 는 허수이다.<거짓>

㉡ $k = 1$ 이면 $x = i$ 로 두 근은 같다.<참>

㉢ 두 근의 곱 $-k$ 는 허수일 수도 있다.<거짓>

㉤ $0 < k < 1$ 이면 $-1 < -1+k < 0$ 이므로 $\sqrt{-1+k} = ai$ 의 형태가 되어 x 는 순허수이다.<참>

26. m 은 양의 정수이고, x 에 관한 이차방정식 $x^2 - (3 + \sqrt{2})x + m\sqrt{2} - 4 = 0$ 의 한 근은 정수이다. 이 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

정수근을 α 라 하자

$$\alpha^2 - (3 + \sqrt{2})\alpha + m\sqrt{2} - 4 = 0$$

$$(m - \alpha)\sqrt{2} + \alpha^2 - 3\alpha - 4 = 0$$

$$m = \alpha \text{ 그리고 } \alpha^2 - 3\alpha - 4 = 0$$

$$(\alpha + 1)(\alpha - 4) = 0$$

$$\alpha = -1 \text{ 또는 } \alpha = 4$$

m 이 양의 정수이므로 $\alpha = 4$ 에서 $m = 4$

27. 이차방정식 $2x^2 + x - 5 = 0$ 을 만족하는 양수 x 에 대하여 $(4x - \sqrt{41})^2 + (2x - 1)(x + 1)$ 의 값은?

① 4

② 2

③ -1

④ 5

⑤ -5

해설

근의 공식을 이용하여 x 를 구하면

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4}$$

$$4x - \sqrt{41} = -1, 2x^2 + x = 5$$

$$(\text{준식}) = (-1)^2 + (2x^2 + x - 1) = 1 + (5 - 1) = 5$$

28. $|1-|1-|1-x|| = x-1$ 을 만족시키는 x 의 최솟값, 최댓값을 각각 m, M 이라 할 때, $m+M$ 의 값을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x-1 = |1-|1-|1-x|| \geq 0$$

$$\therefore x \geq 1$$

$$x \geq 1 \text{ 이면 } |1-x| = x-1$$

$$\therefore |1-|1-x|| = |1-(x-1)| = |2-x|$$

$$1 \leq x \leq 2 \text{ 이면}$$

$$|2-x| = 2-x \text{ 이므로}$$

$$(\text{좌변}) = |1-(2-x)|$$

$$= |x-1|$$

$$= x-1 = (\text{우변})$$

$$\therefore 1 \leq x \leq 2 \text{ 인 모든 실수 } x$$

$$\therefore m=1, M=2, M+m=3$$

29. 방정식 $|x^2 + (a-2)x - 2| = 1$ 의 모든 근의 합이 0 일 때 상수 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$|x^2 + (a-2)x - 2| = 1 \Leftrightarrow x^2 + (a-2)x - 2 = \pm 1$$

$x^2 + (a-2)x - 2 = 1$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = -(a-2)$

... ㉠

$x^2 + (a-2)x - 2 = -1$ 의 두 근을 γ, δ 라 하면 $\gamma + \delta = -(a-2)$

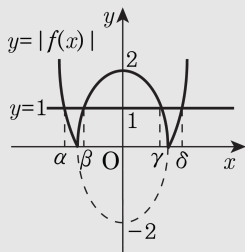
... ㉡

㉠+㉡하면 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = -2(a-2)$

모든 근의 합이 0 이므로 $a-2 = 0 \therefore a = 2$

해설

$f(x) = x^2 + (a-2)x - 2$ 라 놓으면 y 절편이 -2 이므로 방정식 $|f(x)| = 1$ 의 근을 $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ 라 할 때 $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 0$ 이기 위해서는 $y = |f(x)|$ 의 그래프는 다음 그림과 같이 y 축에 대하여 대칭이다. (우함수)



$$\therefore a-2 = 0, a = 2$$

30. 양수 x 에 대하여 $[x] = n$ 이라 할 때, $x^2 + (x - n)^2 = 20$ 이다. 이 때, $2x - n$ 의 값은? (단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대 정수)

① $\sqrt{6}$

② $2\sqrt{6}$

③ $\sqrt{5}$

④ $2\sqrt{5}$

⑤ $\sqrt{10}$

해설

$x - n = \alpha$ 라 하면 $0 \leq \alpha < 1$

$x^2 = 20 - \alpha^2$ 에서 $19 < x^2 \leq 20$

즉, $\sqrt{19} < x \leq \sqrt{20}$ 이므로 $[x] = n = 4$ 이다.

따라서, 주어진 식은 $x^2 + (x - 4)^2 = 20$ 이 되고,

식을 정리하면 $x^2 - 4x - 2 = 0$

$\therefore x = 2 + \sqrt{6} (\because x > 0)$

$\therefore 2x - n = 4 + 2\sqrt{6} - 4 = 2\sqrt{6}$

31. 방정식 $x^3 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 α , $x^2 - \alpha x + 1 = 0$ 의 한 근을 β 라 할 때, $\beta^3 + \frac{1}{\beta}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$\alpha^3 - 3\alpha + 1 = 0 \text{에서 } \alpha^3 - 3\alpha = -1$$

$\beta^2 - \alpha\beta + 1 = 0$ 에서 양변을 β 로 나누면

$$\beta + \frac{1}{\beta} = \alpha (\because \beta \neq 0)$$

$$\begin{aligned} \therefore \beta^3 + \frac{1}{\beta} &= \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right)^3 - 3\beta \cdot \frac{1}{\beta} \left(\beta + \frac{1}{\beta}\right) \\ &= \alpha^3 - 3\alpha = -1 \end{aligned}$$