

1. 임의의 실수 x, y 에 대하여, $(x+y)a^2 + (x-y)b = 4x + y$ 가 성립할 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① $\frac{13}{4}$

② $\frac{15}{4}$

③ $\frac{17}{4}$

④ $\frac{19}{4}$

⑤ $\frac{21}{4}$

해설

$$(a^2 + b)x + (a^2 - b)y = 4x + y$$

$$a^2 + b = 4 \cdots \textcircled{1}, \quad a^2 - b = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a^2 = \frac{5}{2}, \quad b = \frac{3}{2}$$

$$\therefore a^2 + b^2 = \frac{19}{4}$$

2. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$\textcircled{1} \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

3. 다항식 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 가 모든 실수 x 에 대하여 $f(x+2) - 2f(x+1) + f(x) = 2x$, $f(0) = 1$, $f(1) = 0$ 이 성립할 때, $2a - b + 2c - d$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$f(0) = 1$ 이므로 $d = 1$

$f(1) = 0$ 이므로 $a + b + c = -1 \dots \textcircled{1}$

$f(x+2) - 2f(x+1) + f(x) = 2x$ 에서

$x = -1$ 을 대입하면 $f(-1) = 0$ 이므로

$-a + b - c = -1 \dots \textcircled{2}$

$x = 0$ 을 대입하면 $f(2) = -1$ 이므로

$8a + 4b + 2c = -2 \dots \textcircled{3}$

①, ②, ③을 연립하여 풀면

$$\therefore a = \frac{1}{3}, b = -1, c = -\frac{1}{3}, d = 1$$

$$\therefore 2a - b + 2c - d = 0$$

4. $x^3 - 4x^2 + ax + b$ 를 $(x+1)^2$ 으로 나누면 나머지가 7이 될 때, $a+b$ 의 값은?

① -12

② -10

③ 0

④ 10

⑤ 12

해설

직접 나눠본다.

$$\begin{array}{r}
 x-6 \\
 x^2+2x+1 \overline{) x^3-4x^2+ax+b} \\
 \underline{-(x^3+2x^2+x)} \\
 -6x^2+(a-1)x+b \\
 \underline{-(-6x^2-12x-6)} \\
 (a+11)x+b+6
 \end{array}$$

나머지가 7이므로 $a+11=0$, $b+6=7$

$$\therefore a = -11, b = 1$$

$$\therefore a + b = -10$$

해설

$$\begin{aligned}
 & x^3 - 4x^2 + ax + b \\
 &= (x+1)^2(x+k) + 7 \\
 &= x^3 + (k+2)x^2 + (2k+1)x + k + 7
 \end{aligned}$$

계수를 비교하면

$$k+2=-4, 2k+1=a, k+7=b$$

$$k=-6 \text{ 이므로 } a=-11, b=1$$

$$\therefore a+b=-10$$

5. 등식 $2x^2 + x + 5 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 가 x 에 대한 항등식일 때 $a + b + c$ 의 값은?

① 12

② 15

③ 18

④ 21

⑤ 24

해설

좌변을 전개하여 계수를 비교해서 a, b, c 를 구할 수 있다.

여기에서는 계수의 합을 구하는 것이므로 양변에 $x = 2$ 를 대입해서 구한다.

$$15 = a + b + c$$