

1. $y = ax^2 + bx + c$ 가 이차함수가 되기 위한 조건은?

- ① $a \neq 0$ ② $b \neq 0$ ③ $c \neq 0$
④ $b^2 - 4ac = 0$ ⑤ $b^2 - 4ac \neq 0$

해설

x^2 의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.
 $\therefore a \neq 0$

2. 다음 이차함수 중 $y = \frac{7}{5}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y = \frac{5}{7}x^2$

② $y = -\frac{5}{7}x^2$

③ $y = -\frac{7}{5}x^2$

④ $y = -x^2$

⑤ $y = \frac{2}{7}x^2$

해설

x 축 대칭이므로 $y = -\frac{7}{5}x^2$

3. 다음 포물선 중에 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$

② $y = \frac{1}{2}x^2$

③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -\frac{5}{4}x^2$

⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

4. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 직선 $y = 0$ 을 축으로 한다.

② $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

③ $a > 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{3}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

④ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

⑤ $a > 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

해설

① 직선 $x = 0$ 을 축으로 한다.

④ 꼭짓점의 좌표 : $(0, 0)$

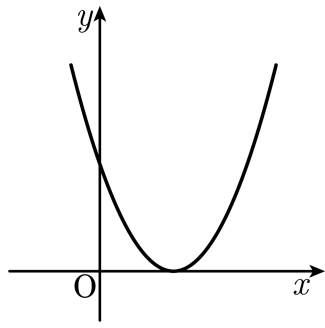
5. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 평행이동하면 점 $(1, 3)$ 을 지난다. 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

- ① $(3, 0)$ ② $(0, 3)$ ③ $(0, 2)$
④ $(1, 3)$ ⑤ $(2, 5)$

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면
 $y = x^2 + k$
점 $(1, 3)$ 을 지나므로
 $3 = 1 + k$
 $k = 2$
 $\therefore y = x^2 + 2$

6. 이차함수 $y = a(x - p)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p 의 부호는?



- ① $a > 0, p > 0$ ② $a > 0, p < 0$ ③ $a < 0, p = 0$
④ $a < 0, p < 0$ ⑤ $a < 0, p > 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p, 0)$ 이고 x 축의 오른쪽에 있으므로 $p > 0$ 이다.
따라서 $a > 0, p > 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① $a : -2$ 또는 $0, b : 0$

② $a : -5$ 또는 $-1, b : -5$

③ $a : 1$ 또는 $-3, b : \frac{3}{2}$

④ $a : 1$ 또는 $5, b : 5$

⑤ $a : 0$ 또는 $2, b : 0$

해설

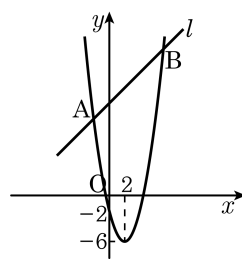
$$y = 0 \text{ 을 대입하면 } -2x^2 + 4x = 0$$

$$x^2 - 2x = x(x - 2) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 2$$

$$x = 0 \text{ 을 대입하면 } y = 0$$

8. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 그래프가 직선 l 과 두 점 $A(m, 10)$, $B(7, n)$ 에서 만날 때, 직선 l 의 방정식을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $y = x + 12$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(2, -6)$, y 절편이 -2 이므로
 $y = a(x-2)^2 - 6$ 에 $(0, -2)$ 를 대입하면

$$-2 = 4a - 6, a = 1 \text{ 이다.}$$

$y = (x-2)^2 - 6$ 에 $A(m, 10)$, $B(7, n)$ 을 대입하면

$$(i) 10 = (m-2)^2 - 6$$

$$(m-2)^2 = 16, m-2 = \pm 4$$

$$m < 0 \text{ 이므로 } m = -2, A(-2, 10)$$

$$(ii) n = 25 - 6 = 19, B(7, 19)$$

$$\text{직선의 기울기는 } \frac{10-19}{-2-7} = 1$$

$$y = x + p \text{ 에 } (-2, 10) \text{ 을 대입하면}$$

$$10 = -2 + p, p = 12 \quad \therefore y = x + 12$$

9. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 6$ 에 대하여 $f(-2) = 8$, $f(1) = b$ 를 만족할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$f(-2) = 4 - 2a + 6 = 8$, $a = 1$ 이고 $f(1) = 1 + 1 + 6 = 8 = b$ 이므로 $b - a = 8 - 1 = 7$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -8)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$-8 = a \times 2^2$$

$$-8 = 4a$$

$$\therefore a = -2$$

11. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수의 그래프가 제 3 사분면 위의 점 $(a, -27)$ 과 제 4 사분면 위의 점 $(b, -27)$ 을 지날 때, $b-a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 0 ④ 6 ⑤ -6

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로
 $-3 = a \times (1)^2$, $a = -3 \therefore y = -3x^2$
점 $(m, -27)$ 를 지나므로 $-27 = -3 \times m^2$, $m^2 = 9 \therefore m = \pm 3$
제 3 사분면 위의 점은 (x 좌표) < 0 이고, 제 4 사분면 위의 점은 (x 좌표) > 0 이므로
 $a = -3, b = 3$
따라서 $b - a = 3 - (-3) = 6$ 이다.

12. 이차함수 $y = -2(x+1)^2 + 4$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 2, -5만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a, -9)$ 를 지날 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = -2(x+1)^2 + 4$ 의 그래프를 x 축, y 축의 방향으로 각각 2, -5만큼 평행이동하면

$y = -2(x+1-2)^2 + 4 - 5$, $y = -2(x-1)^2 - 1$ 이고 점 $(a, -9)$ 를 지나므로 대입하면

$-9 = -2(a-1)^2 - 1$, $4 = (a-1)^2$, $a-1 = \pm 2$ 이다. $a > 0$ 이므로 $a = 3$ 이다.

13. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값은?

① 8 ② 12 ③ 18 ④ 20 ⑤ 32

해설

$y = 2(x-1)^2$ 의 그래프가
점 $(3, m)$ 을 지나므로
 $m = 2(3-1)^2, m = 8$ 이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 5) 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 (1, 5)이므로

$$y = 2(x-1)^2 + 5 = 2x^2 - 4x + 7$$

$$\therefore m = -4, n = 7, m + n = -4 + 7 = 3$$

15. 이차함수 $y = -3x^2 + kx + 7$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < 4$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

축의 방정식 $x = 4$ 이므로

$$y = -3x^2 + kx + 7$$

$$= -3(x-4)^2 + 55$$

$$= -3x^2 + 24x + 7$$

$$\therefore k = 24$$

16. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동한 식이 $y = a(x + p)^2 + q$ 일 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은?

- ① 30 ② 20 ③ 10 ④ -6 ⑤ -5

해설

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면 $y = -2(x-3)^2 - 5$ 이고, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -2(-x-3)^2 - 5 = -2(x+3)^2 - 5$ 이다.
 $\therefore a = -2, p = 3, q = -5$
 $\therefore apq = (-2) \times 3 \times (-5) = 30$

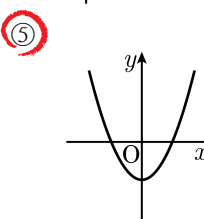
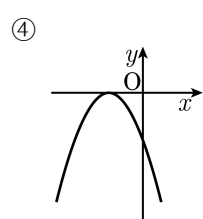
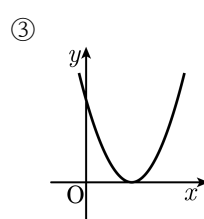
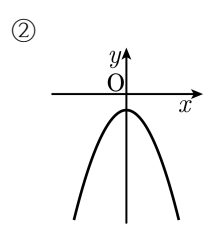
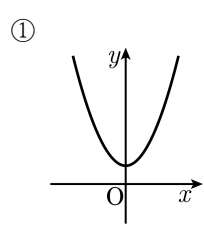
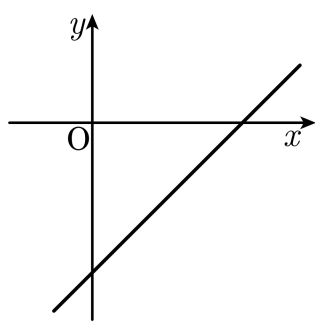
17. 포물선 $y = 3x^2 + 5$ 과 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

- ① $y = -3x^2 + 5$ ② $y = 3x^2 - 5$ ③ $y = -3x^2 - 5$
④ $y = 3x^2$ ⑤ $y = 3x^2 + 10$

해설

$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대하여 대칭을 이루는 포물선의 식은 $y = -ax^2 - q$ 이다.

18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?



해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
 $a > 0, b < 0$ 이다.

19. 이차방정식 $y = -2(x-1)^2 + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

- ㉠ 꼭짓점의 좌표는 (1, 1) 이다.
- ㉡ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.
- ㉢ 모든 사분면을 지난다.
- ㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ㉤ $\{x > 1\}$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

▶ 답:

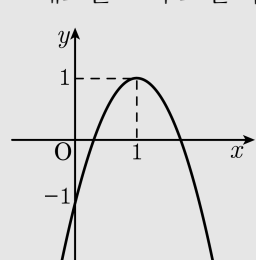
▶ 답:

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉢

해설

그래프를 그려 보면 다음과 같다.



㉡ $x = 1$ 을 축으로 한다. ㉢ 제2 사분면을 지나지 않는다.

20. 포물선 $y = (x + a - 1)^2 + (a^2 - 3a - 10)$ 의 꼭짓점이 $(2, k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

꼭짓점의 좌표 $(1 - a, a^2 - 3a - 10)$ 이 $(2, k)$ 이므로

$$1 - a = 2$$

$$\therefore a = -1$$

$a^2 - 3a - 10$ 에 $a = -1$ 을 대입하면

$$1 + 3 - 10 = k$$

$$\therefore k = -6$$

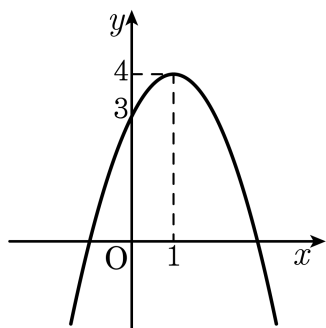
21. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \\ \therefore p &= 1, q = 4 \\ \therefore p+q &= 1+4 = 5 \end{aligned}$$

22. 다음 포물선의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $3a - b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 4)$ 이므로
 $y = a(x - 1)^2 + 4$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면
 $a(0 - 1)^2 + 4 = 3, a + 4 = 3, a = -1$
 $y = -(x - 1)^2 + 4 = -x^2 + 2x + 3$
 $a = -1, b = 2, c = 3$
 $\therefore 3a - b + c = 3 \times (-1) - 2 + 3 = -2$

23. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 점 $(m, -12)$ 를 지난다고 한다. 이 때, m 의 값들의 합은?

- ① -1 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 $y = -3(x+1)^2$ 이고, 점 $(m, -12)$ 을 지나므로 $-12 = -3(m+1)^2$ 이다. 따라서 $m = 1$ 또는 $m = -3$ 이므로 합은 -2 이다.

24. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

- ① $x < 1$ ② $x < -1$ ③ $x > \frac{1}{2}$
④ $x > -\frac{1}{2}$ ⑤ $x > 2$

해설

$(1, 6)$ 을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

25. 포물선 $y = -2x^2 + 4x + 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 할 때, \overline{AB} 의 길이를 구하면?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -2x^2 + 4x + 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점은 $-2x^2 + 4x + 6 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = -1$$

$$A(3, 0), B(-1, 0)$$

$$\therefore \overline{AB} = 4$$

26. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

- ① -4 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.
 $x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$
 $\therefore m = 2$

27. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 이고, $p > 0, q < 0, a > 0, c > 0$ 일 때, 이 이차함수의 그래프가 지나는 사분면을 보기에서 모두 고른 것은?

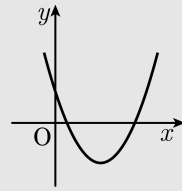
보기

- | | |
|----------|----------|
| ㉠ 제1 사분면 | ㉡ 제2 사분면 |
| ㉢ 제3 사분면 | ㉣ 제4 사분면 |

- ① ㉠, ㉡, ㉣ ② ㉠, ㉡, ㉣ ③ ㉡, ㉢, ㉣
 ④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

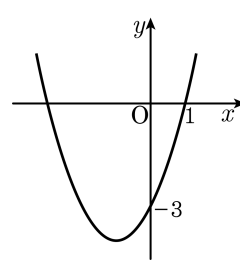
꼭짓점은 제4 사분면에 있고, y 절편이 양수이고, 아래로 볼록한 그래프를 그려 본다.



따라서 제3 사분면을 지나지 않는다.

28. 다음은 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b^2 - c^2$ 의 값을 구하면?

- ① -5 ② -3 ③ 0
④ 1 ⑤ 5



해설

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프는 두 점 $(1, 0)$, $(0, -3)$ 을 지나므로 $c = -3$ 이다.

$$0 = 1 + b - 3$$

$$\therefore b = 2$$

$$\therefore b^2 - c^2 = -5$$

29. $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$ 가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

- ① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

30. 축이 $x = 2$ 이고, 두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = x^2 - 4x - 2$

② $y = x^2 + 4x + 2$

③ $y = -x^2 + 4x - 3$

④ $y = -x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -x^2 - 4x - 3$

해설

축이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점 $(0, 3)$, $(1, 6)$ 을 지나므로

$$3 = 4a + q, 6 = a + q$$

$$\therefore a = -1, q = 7$$

$$y = -(x - 2)^2 + 7$$

$$y = -(x^2 - 4x + 4) + 7$$

$$y = -x^2 + 4x + 3$$

31. 세 점 $(0, -8), (1, -5), (3, -5)$ 를 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, -3)$

② $(1, 4)$

③ $(-2, 3)$

④ $(2, -3)$

⑤ $(2, -4)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 로 놓고 세 점을 각각 대입하면

$$c = -8, a + b - 8 = -5, 9a + 3b - 8 = -5$$

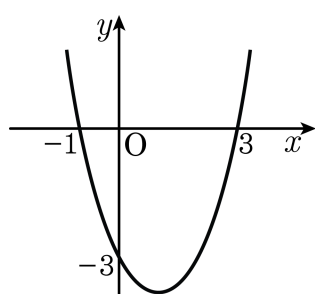
$$\therefore a = -1, b = 4, c = -8$$

$$\therefore y = -x^2 + 4x - 8$$

$$= -(x-2)^2 - 4$$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -4)$ 이다.

32. 다음 그림과 같이 나타내어지는 포물선의 식은?



- ① $y = 3x^2 - 3x - 6$ ② $y = -x^2 + 6x - 8$
③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$ ④ $y = x^2 - 2x - 3$
⑤ $y = -x^2 + 5x - 4$

해설

$y = a(x-3)(x+1)$ 이고, $(0, -3)$ 을 지난다.

$$-3 = -3a$$

$$a = 1$$

$$\text{따라서 } y = (x-3)(x+1) = x^2 - 2x - 3$$

33. 이차함수 $y = 2(x+1)(2x-3)$ 의 최솟값은?

- ① $-\frac{25}{4}$ ② $-\frac{27}{4}$ ③ $-\frac{21}{5}$ ④ $-\frac{23}{5}$ ⑤ $-\frac{25}{7}$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2(x+1)(2x-3) \\ &= 2(2x^2 - x - 3) \\ &= 4\left(x^2 - \frac{x}{2}\right) - 6 \\ &= 4\left(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) - \frac{25}{4}\end{aligned}$$

34. $y = -2x^2 + 4x + 3k$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -4 만큼 평행이동시키면 최댓값 10 을 갖는다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$y = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3k = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k$$

$y = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 식은

$$y = -2(x - 1)^2 + 2 + 3k - 4 \text{ 이다.}$$

최댓값이 10 이 되었으므로

$$2 + 3k - 4 = 10$$

$$3k = 12$$

$$\therefore k = 4$$

35. 이차함수 $y = -2x^2 + b(1-a)x + 3$ 은 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 최댓값은 b 이다. 이때, 상수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값을 구하여라.

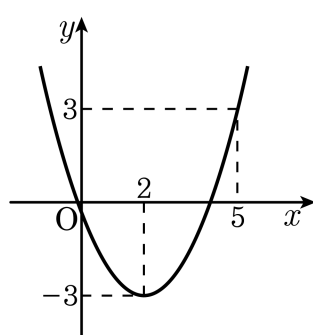
▶ 답:

▷ 정답: $\frac{34}{5}$

해설

$$\begin{aligned}y &= -2(x+1)^2 + b \\ &= -2(x^2 + 2x + 1) + b \\ &= -2x^2 - 4x - 2 + b \\ -2 + b &= 3 \\ \therefore b &= 5 \\ b - ab &= -4, \quad 5 - 5a = -4 \\ -5a &= -9 \\ \therefore a &= \frac{9}{5} \\ \therefore a + b &= \frac{9}{5} + \frac{25}{5} = \frac{34}{5}\end{aligned}$$

36. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프이다. apq 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

꼭짓점 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 - 3$
 $y = a(x-2)^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(5, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 9a - 3 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}(x-2)^2 - 3$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}, p = 2, q = -3$$

$$\therefore apq = \frac{2}{3} \times 2 \times (-3) = -4$$

37. 차가 12인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수 중 큰 수를 구하여라.

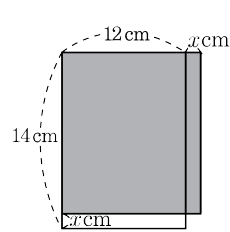
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 각각 x , $x + 12$ 라 하면
 $y = x(x + 12)$
 $= x^2 + 12x$
 $x = (x + 6)^2 - 36$
 $x = -6$ 일 때, 최솟값 -36 을 갖는다.
 $x = -6$, $-6 + 12 = 6$
따라서 두 수 중에서 큰 수는 6 이다.

38. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 x cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 x cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 1 cm

해설

$$\begin{aligned}
 y &= (12 + x)(14 - x) \\
 &= -x^2 + 2x + 168 \\
 &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 168 \\
 &= -(x - 1)^2 + 169 \\
 x &= 1 \text{ 일 때, } y \text{의 최댓값 } 169 \text{ 을 갖는다.}
 \end{aligned}$$

39. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

- ① 16 ② 20 ③ 36 ④ 55 ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a , 넓이를 b 라 하면

$$\begin{aligned} b &= \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a) \\ &= -a^2 + 8a \\ &= -(a^2 - 8a + 16 - 16) \\ &= -(a - 4)^2 + 16 \end{aligned}$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

40. 지상 40m 높이에서 v m/s 의 속도로 똑바로 위로 쏘아올린 공이 t 초 후에 지면으로부터 h m 만큼의 높이가 될 때, $h = vt + 40 - 5t^2$ 의 식이 성립한다. 공이 3 초 후에 최고 높이에 도달했을 때, 이 최고 높이를 구하여라.

▶ 답: m

▷ 정답: 85 m

해설

$$h = -5t^2 + vt + 40 = -5\left(t - \frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v^2}{20} + 40$$

이 물체는 $t = \frac{v}{10}$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v^2}{20} + 40$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} = 3$

이므로 $v = 30$ 이다.

따라서 최고 높이는 85m 이다.

41. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k, 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k, 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3, -5$ 이다.

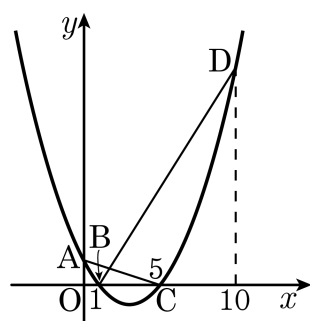
42. 이차함수 $y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -(x - 3)^2 + 8 + 4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3, 4m + 8)$ 이다.
꼭짓점이 직선 $-2x + y + 6 = 0$ 을 지나므로 $-6 + 4m + 8 + 6 = 0$,
 $4m = -8$, $m = -2$ 이다.

43. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD의 넓이를 구하면?



- ① 106 ② 107 ③ 108 ④ 109 ⑤ 110

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times c = 12 \text{ 이다.}$$

$$c = 6, \text{ 즉 } A(0, 6) \text{ 이다.}$$

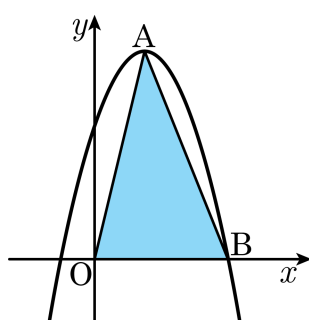
$$y = ax^2 + bx + 6 = a(x - 1)(x - 5) = ax^2 - 6ax + 5a \text{ 이다.}$$

$$5a = 6, a = \frac{6}{5}, b = -\frac{36}{5} \text{ 이다.}$$

$$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6 \text{ 이므로 } D(10, 54) \text{ 이다.}$$

$$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5 - 1) \times 54 = 108$$

44. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 3x + 4$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는?



- ① 3 ② 8 ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{25}{8}$

해설

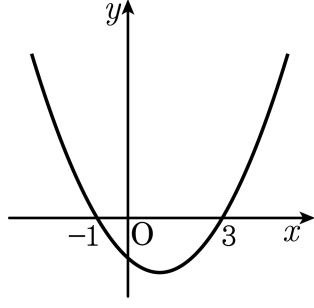
$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 3x + 4 \\ &= -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 4 \\ &= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4} \end{aligned}$$

따라서 A $\left(\frac{3}{2}, \frac{25}{4}\right)$

$$\begin{aligned} y = 0 \text{ 을 대입하면 } x^2 - 3x - 4 &= 0 \\ (x + 1)(x - 4) &= 0 \text{ 이므로 } x \text{ 절편은 } -1, 4 \\ \therefore B(4, 0) \end{aligned}$$

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{25}{4} = \frac{25}{2}$$

45. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

- ㉠ $b^2 - 4ac > 0$
- ㉡ $abc < 0$
- ㉢ $a - b + c < 0$
- ㉣ $9a + 3b + c > 0$
- ㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
 $\therefore b < 0$
 y 절편이 음수이므로 $c < 0$
 ㉠ x 축과의 교점이 2개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
 ㉡ $abc > 0$
 ㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
 ㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
 ㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
 $a + b + c < 4a + 2b + c$

46. $x = -3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{16}{27}$

해설

$$\begin{aligned}y &= a(x+3)^2 + 4 \\ &= a(x^2 + 6x + 9) + 4 \\ &= ax^2 + 6ax + 9a + 4\end{aligned}$$

$$9a + 4 = 2, \quad 9a = -2 \text{ 이므로 } a = -\frac{2}{9}$$

$$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$$

$$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$$

47. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

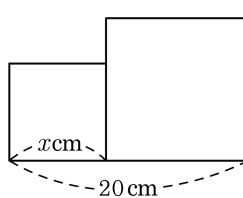
- ㉠ $-\frac{7}{8}$ ㉡ -1 ㉢ $\frac{1}{8}$ ㉣ 1 ㉤ $-\frac{9}{8}$

해설

$$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$$

$$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8} \text{ 이므로 } m \text{ 의 최댓값은 } -\frac{7}{8} \text{ 이다.}$$

48. 다음 그림과 같이 길이가 20cm 인 선분을 두 부분으로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형 두 개를 만들려고 한다. 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



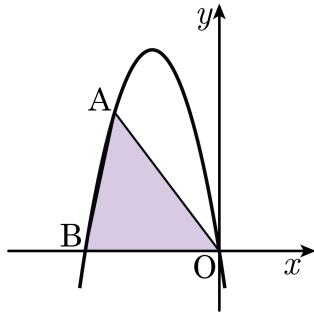
▶ 답: cm

▷ 정답: 10 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x , 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $20 - x$, 넓이를 y 라고 하면
 $y = x^2 + (20 - x)^2$
 $= 2x^2 - 40x + 400$
 $= 2(x - 10)^2 + 200$
따라서 $x = 10$ 일 때, 최솟값 200 을 갖는다.

49. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



- ① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는 $(-6, 0)$ 이다.
 따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점 $(0, 0), (-6, 0)$ 을 지나므로,
 $0 = c, 0 = -36 - 6b$
 $b = -6, c = 0$
 $y = -x^2 - 6x = -(x+3)^2 + 9$
 $\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 \overline{OB} 라고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의 넓이가 최대가 된다.
 즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3, 9)$ 이므로
 $\triangle OAB$ 의 넓이 $= \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

50. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▶ 정답: 4초 후

해설

$$y = 40x - 5x^2$$
$$y = -5(x - 4)^2 + 80$$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.