1. $y = ax^2 + bx + c$ 가 이차함수가 되기 위한 조건은?

① $a \neq 0$ ② $b \neq 0$ ③ $c \neq 0$

④ $b^2 - 4ac = 0$ ⑤ $b^2 - 4ac \neq 0$

해설

x^2 의 계수가 0 이 아니어야 이차함수이다.

$\therefore a \neq 0$

2. 다음 이차함수 중 $y=\frac{7}{5}x^2$ 의 그래프와 x 축 대칭인 것은?

① $y=\frac{5}{7}x^2$ ② $y=-\frac{5}{7}x^2$ ③ $y=-\frac{7}{5}x^2$

④ $y=-x^2$ ⑤ $y=\frac{2}{7}x^2$

해설

x 축 대칭이므로 $y=-\frac{7}{5}x^2$

3. 다음 포물선 중에 폭이 가장 넓은 것은?

① $y = x^2$ ② $y = \frac{1}{2}x^2$ ③ $y = -\frac{1}{3}x^2$

④ $y = -\frac{5}{4}x^2$ ⑤ $y = \frac{2}{3}x^2$

해설

$y = ax^2$ 에서 a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

4. 이차함수 $y = -ax^2$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

① 직선 $y = 0$ 을 축으로 한다.

② $y = ax^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

③ $a > 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프가 $y = -\frac{1}{3}ax^2$ 의 그래프보다 폭이 좁다.

④ 꼭짓점의 좌표는 $(1,\ 1)$ 이다.

⑤ $a > 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이다.

해설

① 직선 $x = 0$을 축으로 한다.

④ 꼭짓점의 좌표 : $(0, 0)$

5. 이차함수 $y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 평행이동하면 점 $(1,\ 3)$ 을 지난다. 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(3,\ 0)$ ② $(0,\ 3)$ ③ $(0,\ 2)$

④ $(1,\ 3)$ ⑤ $(2,\ 5)$

해설

$y = x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 k 만큼 평행이동하면

$y = x^2 + k$

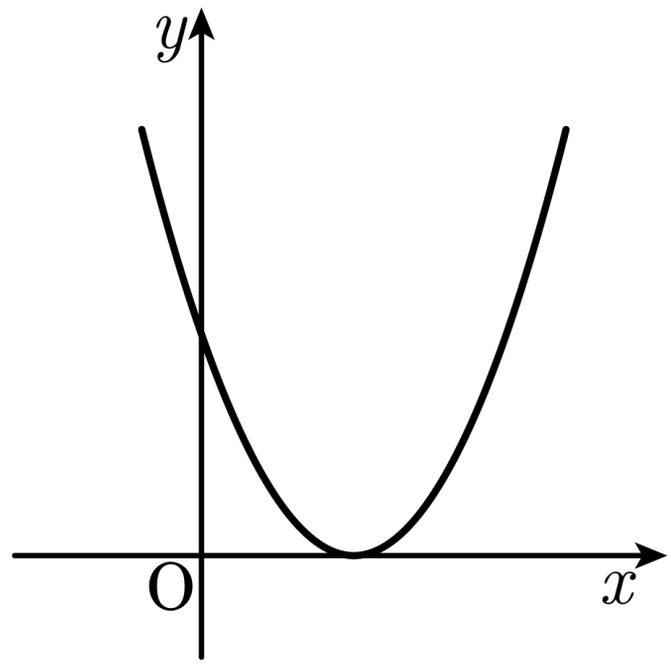
점 $(1, 3)$ 을 지나므로

$3 = 1 + k$

$k = 2$

$\therefore y = x^2 + 2$

6. 이차함수 $y = a(x-p)^2$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, a, p 의 부호는?



① $a > 0$, $p > 0$ ② $a > 0$, $p < 0$ ③ $a < 0$, $p = 0$

④ $a < 0$, $p < 0$ ⑤ $a < 0$, $p > 0$

해설

이차함수 그래프의 모양이 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이다.
또한, 꼭짓점의 좌표는 $(p,\ 0)$ 이고 x 축의 오른쪽에 있으므로 $p > 0$ 이다.
따라서 $a > 0,\ p > 0$ 이다.

7. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표를 a , y 축과 교점의 y 좌표를 b 라 할 때, a 와 b 의 값을 구하면?

① a : -2 또는 0 , b : 0

② a : -5 또는 -1 , b : -5

③ a : 1 또는 -3 , b : $\frac{3}{2}$

④ a : 1 또는 5 , b : 5

⑤ a : 0 또는 2 , b : 0

해설

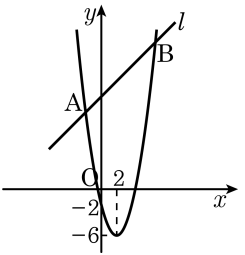
$y = 0$ 을 대입하면 $-2x^2 + 4x = 0$

$x^2 - 2x = x(x-2) = 0$

$\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

$x = 0$ 을 대입하면 $y = 0$

8. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 그래프가 직선 l 과 두 점 $\mathrm{A}(m,\ 10)$, $\mathrm{B}(7,\ n)$ 에서 만날 때, 직선 l의 방정식을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: $y = x + 12$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 $(2,\ -6)$, y 절편이 -2 이므로
$y = a(x-2)^2 - 6$ 에 $(0,\ -2)$ 를 대입하면
$-2 = 4a - 6$, $a = 1$ 이다.
$y = (x-2)^2 - 6$ 에 $\mathrm{A}(m,\ 10)$, $\mathrm{B}(7,\ n)$ 을 대입하면
(i) $10 = (m-2)^2 - 6$
$(m-2)^2 = 16$, $m - 2 = \pm 4$
$m < 0$ 이므로 $m = -2$, $\mathrm{A}(-2,\ 10)$
(ii) $n = 25 - 6 = 19$, $\mathrm{B}(7,\ 19)$
직선의 기울기는 $\dfrac{10-19}{-2-7} = 1$
$y = x + p$ 에 $(-2,\ 10)$ 을 대입하면
$10 = -2 + p$, $p = 12$ $\quad\therefore\ y = x + 12$

9. 이차함수 $f(x) = x^2 + ax + 6$ 에 대하여 $f(-2) = 8,\ f(1) = b$를 만족할 때, $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$f(-2) = 4 - 2a + 6 = 8, a = 1$ 이고 $f(1) = 1 + 1 + 6 = 8 = b$ 이므로 $b - a = 8 - 1 = 7$ 이다.

10. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 점 $(2, -8)$ 을 지날 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$-8 = a \times 2^2$

$-8 = 4a$

$\therefore\ a = -2$

11. 원점을 꼭짓점으로 하고 점 $(1, -3)$ 을 지나는 이차함수의 그래프가 제 3 사분면 위의 점 $(a, -27)$ 과 제 4 사분면 위의 점 $(b, -27)$ 을 지날 때, $b-a$ 의 값은?

① -3 ② 3 ③ 0 ④ 6 ⑤ -6

해설

원점을 꼭짓점으로 하는 이차함수의 식은 $y = ax^2$ 이고, 점 $(1, -3)$ 을 지나므로

$-3 = a \times (1)^2$, $a = -3$ $\therefore y = -3x^2$

점 $(m, -27)$ 를 지나므로 $-27 = -3 \times m^2$, $m^2 = 9$ $\therefore m = \pm 3$

제 3 사분면 위의 점은 (x 좌표) < 0 이고, 제 4 사분면 위의 점은 (x 좌표) > 0 이므로

$a = -3$, $b = 3$

따라서 $b - a = 3 - (-3) = 6$ 이다.

12. 이차함수 $y = -2(x+1)^2 + 4$의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 2, -5만큼 평행이동한 그래프가 점 $(a, -9)$를 지날 때, 양수 a의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$y = -2(x+1)^2 + 4$의 그래프를 x축, y축의 방향으로 각각 2, -5만큼 평행이동하면

$y = -2(x+1-2)^2 + 4 - 5$, $y = -2(x-1)^2 - 1$ 이고 점 $(a, -9)$를 지나므로 대입하면

$-9 = -2(a-1)^2 - 1$, $4 = (a-1)^2$, $a-1 = \pm 2$이다. $a > 0$이므로 $a = 3$이다.

13. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 평행이동 시키면 점 $(3, m)$ 을 지난다. m 의 값은?

① 8 ② 12 ③ 18 ④ 20 ⑤ 32

해설

$y = 2(x-1)^2$ 의 그래프가
점 $(3, m)$ 을 지나므로
$m = 2(3-1)^2$, $m = 8$ 이다.

14. 이차함수 $y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 5)$ 일 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$y = 2x^2 + mx + n$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(1,\ 5)$ 이므로

$y = 2(x-1)^2 + 5 = 2x^2 - 4x + 7$

$\therefore\ m = -4,\ n = 7,\ m + n = -4 + 7 = 3$

15. 이차함수 $y = -3x^2 + kx + 7$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위가 $x < 4$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

축의 방정식 $x = 4$ 이므로

$y = -3x^2 + kx + 7$

$= -3(x-4)^2 + 55$

$= -3x^2 + 24x + 7$

$\therefore k = 24$

16. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동한 후 y 축에 대하여 대칭이동한 식이 $y = a(x+p)^2 + q$ 일 때, 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값은?

① 30 ② 20 ③ 10 ④ -6 ⑤ -5

해설

이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 3 만큼, y 축의 방향으로 -5 만큼 평행이동하면 $y = -2(x-3)^2 - 5$ 이고, y 축에 대하여 대칭이동하면 $y = -2(-x-3)^2 - 5 = -2(x+3)^2 - 5$ 이다.

$\therefore a = -2,\ p = 3,\ q = -5$

$\therefore apq = (-2) \times 3 \times (-5) = 30$

17. 포물선 $y = 3x^2 + 5$ 과 x 축에 대하여 대칭인 포물선의 식은?

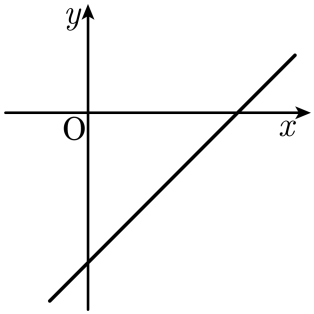
① $y = -3x^2 + 5$ ② $y = 3x^2 - 5$ ③ $y = -3x^2 - 5$

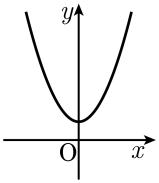
④ $y = 3x^2$ ⑤ $y = 3x^2 + 10$

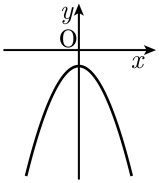
해설

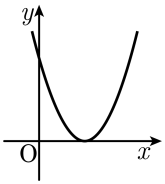
$y = ax^2 + q$ 와 x 축에 대하여 대칭을 이루는 포물선의 식은 $y = -ax^2 - q$ 이다.

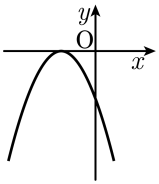
18. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프의 개형은?

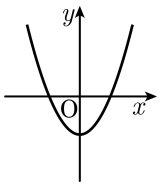


① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$y = ax + b$ 의 그래프에서
$a > 0, b < 0$ 이다.

19. 이차방정식 $y = -2(x-1)^2 + 1$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 보기에서 모두 골라라.

보기

㉠ 꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이다.

㉡ 축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

㉢ 모든 사분면을 지난다.

㉣ $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼 y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 그래프이다.

㉤ $\{x|x > 1\}$ 에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

▶ 답:

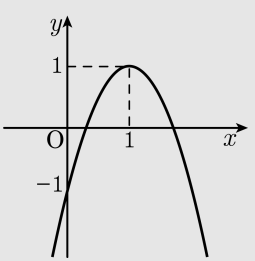
▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

해설

그래프를 그려 보면 다음과 같다.



㉡ $x = 1$ 을 축으로 한다. ㉢ 제2 사분면을 지나지 않는다.

20. 포물선 $y = (x + a - 1)^2 + (a^2 - 3a - 10)$ 의 꼭짓점이 $(2,\ k)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

꼭짓점의 좌표 $(1 - a,\ a^2 - 3a - 10)$ 이 $(2,\ k)$ 이므로

$1 - a = 2$

$\therefore a = -1$

$a^2 - 3a - 10$ 에 $a = -1$ 을 대입하면

$1 + 3 - 10 = k$

$\therefore\ k = -6$

21. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값은?

① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

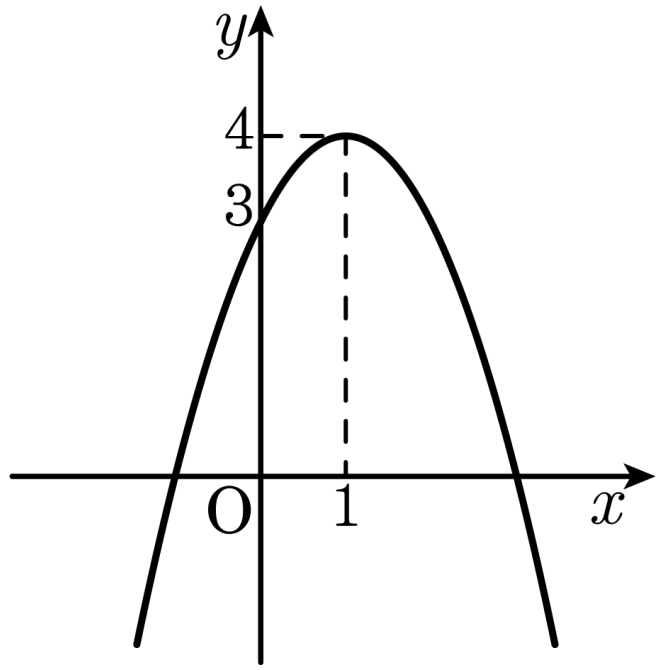
해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -\left(x^2 - 2x + 1 - 1\right) + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

$\therefore\ p = 1,\ q = 4$

$\therefore\ p + q = 1 + 4 = 5$

22. 다음 포물선의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $3a - b + c$ 의 값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(1, 4)$ 이므로

$y = a(x-1)^2 + 4$ 에 점 $(0, 3)$ 을 대입하면

$a(0-1)^2 + 4 = 3$, $a + 4 = 3$, $a = -1$

$y = -(x-1)^2 + 4 = -x^2 + 2x + 3$

$a = -1$, $b = 2$, $c = 3$

$\therefore 3a - b + c = 3 \times (-1) - 2 + 3 = -2$

23. 이차함수 $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 점 $(m, -12)$ 를 지난다고 한다. 이 때, m 의 값들의 합은?

① -1 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2$ 을 x 축의 방향으로 -1 만큼 평행이동하면 $y = -3(x+1)^2$ 이고, 점 $(m, -12)$ 을 지나므로 $-12 = -3(m+1)^2$ 이다.
따라서 $m = 1$ 또는 $m = -3$ 이므로 합은 -2 이다.

24. 이차함수 $y = x^2 + px + 4$ 의 그래프가 점 $(1, 6)$ 을 지난다. 이 그래프에서 x 의 값이 증가할 때 y 의 값이 증가하는 범위가 될 수 있는 것은?

① $x < 1$ ② $x < -1$ ③ $x > \frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{2}$ ⑤ $x > 2$

해설

$(1, 6)$ 을 대입하여 p 의 값을 구하면 $p = 1$ 이다.

$p = 1$ 을 대입하면 $y = x^2 + x + 4 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 4 - \frac{1}{4}$ 이다.

따라서 축의 방정식은 $x = -\frac{1}{2}$ 이므로 $x > -\frac{1}{2}$ 일 때 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 증가한다. 따라서 ④이다.

25. 포물선 $y = -2x^2 + 4x + 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = -2x^2 + 4x + 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점은
$-2x^2 + 4x + 6 = 0$ 의 근과 같다.

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x - 3)(x + 1) = 0$

$x = 3$ 또는 $x = -1$

$A(3,\ 0),\ B(-1,\ 0)$

$\therefore \overline{AB} = 4$

26. 직선 $y = x + m$ 과 포물선 $y = x^2 + 3x + 3$ 이 한 점에서 만날 때, m 의 값을 구하면?

① -4 ② -3 ③ -1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x + m = x^2 + 3x + 3$ 이 중근을 가진다.

$x^2 + 2x + 3 - m = 0$ 에서 $D/4 = 1^2 - (3 - m) = 0$

$\therefore\ m = 2$

27. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점의 좌표가 (p, q) 이고, $p > 0$, $q < 0$, $a > 0$, $c > 0$ 일 때, 이 이차함수의 그래프가 지나는 사분면을 보기에서 모두 고른 것은?

보기

㉠ 제1 사분면　　㉡ 제2 사분면

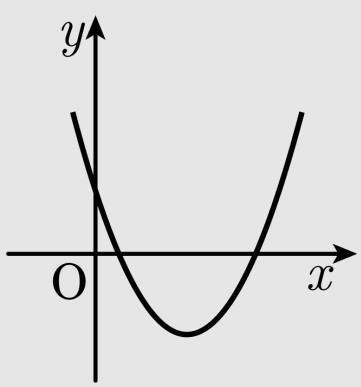
㉢ 제3 사분면　　㉣ 제4 사분면

① ㉠, ㉡, ㉢　② ㉠, ㉡, ㉣　③ ㉡, ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉣　⑤ ㉠, ㉡, ㉣

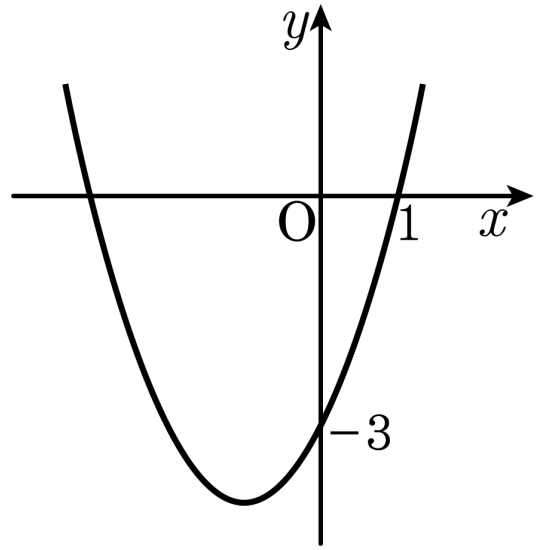
해설

꼭짓점은 제4 사분면에 있고, y 절편이 양수이고, 아래로 볼록한 그래프를 그려 본다.



따라서 제3 사분면을 지나지 않는다.

28. 다음은 이차함수 $y = x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b^2 - c^2$ 의 값을 구하면?



① -5 ② -3 ③ 0

④ 1 ⑤ 5

해설

$y = x^2 + bx + c$ 의 그래프는 두 점 $(1,\ 0)$, $(0,\ -3)$ 을 지나므로 $c = -3$ 이다.

$0 = 1 + b - 3$

$\therefore b = 2$

$\therefore b^2 - c^2 = -5$

29. $y = k(k-2)x^2 - 3x^2 + 5x + 8k$가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2) - 3 \neq 0$, $k(k-2) \neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq -1$, $k \neq 3$ 이다.

30. 축이 $x = 2$ 이고, 두 점 $(0,\ 3),\ (1,\ 6)$ 를 지나는 이차함수의 식은?

① $y = x^2 - 4x - 2$

② $y = x^2 + 4x + 2$

③ $y = -x^2 + 4x - 3$

④ $y = -x^2 + 4x + 3$

⑤ $y = -x^2 - 4x - 3$

해설

축이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점 $(0,\ 3),\ (1,\ 6)$ 을 지나므로

$3 = 4a + q,\ 6 = a + q$

$\therefore a = -1,\ q = 7$

$y = -(x - 2)^2 + 7$

$y = -(x^2 - 4x + 4) + 7$

$y = -x^2 + 4x + 3$

31. 세 점 $(0, -8), (1, -5), (3, -5)$를 지나는 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

① $(1, -3)$ ② $(1, 4)$ ③ $(-2, 3)$

④ $(2, -3)$ ⑤ $(2, -4)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$로 놓고 세 점을 각각 대입하면

$c = -8,\ a + b - 8 = -5,\ 9a + 3b - 8 = -5$

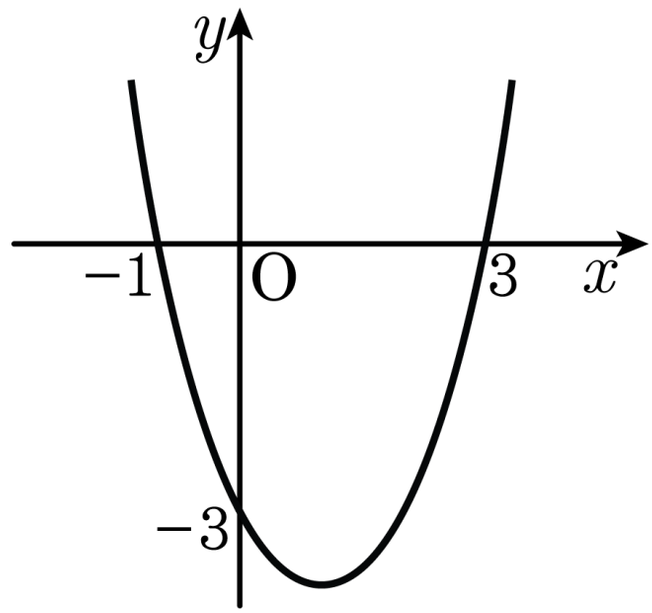
$\therefore a = -1,\ b = 4,\ c = -8$

$\therefore y = -x^2 + 4x - 8$

$= -(x - 2)^2 - 4$

따라서 꼭짓점의 좌표는 $(2, -4)$이다.

32. 다음 그림과 같이 나타내어지는 포물선의 식은?



① $y = 3x^2 - 3x - 6$

② $y = -x^2 + 6x - 8$

③ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2$

④ $y = x^2 - 2x - 3$

⑤ $y = -x^2 + 5x - 4$

해설

$y = a(x-3)(x+1)$ 이고, $(0, \ -3)$ 을 지난다.

$-3 = -3a$

$a = 1$

따라서 $y = (x-3)(x+1) = x^2 - 2x - 3$

33. 이차함수 $y = 2(x+1)(2x-3)$ 의 최솟값은?

① $-\frac{25}{4}$ ② $-\frac{27}{4}$ ③ $-\frac{21}{5}$ ④ $-\frac{23}{5}$ ⑤ $-\frac{25}{7}$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x+1)(2x-3) \\ &= 2(2x^2 - x - 3) \\ &= 4\left(x^2 - \frac{x}{2}\right) - 6 \\ &= 4\left(x^2 - \frac{x}{2} + \frac{1}{16} - \frac{1}{16}\right) - \frac{25}{4} \end{aligned}$$

34. $y = -2x^2 + 4x + 3k$ 의 그래프를 y 축 방향으로 -4 만큼 평행이동시키면 최댓값 10 을 갖는다. 이 때, k 의 값을 구하면?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$y = -2(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3k = -2(x-1)^2 + 2 + 3k$

$y = -2(x-1)^2 + 2 + 3k$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -4 만큼 평행이동한 식은

$y = -2(x-1)^2 + 2 + 3k - 4$ 이다.

최댓값이 10 이 되었으므로

$2 + 3k - 4 = 10$

$3k = 12$

$\therefore k = 4$

35. 이차함수 $y = -2x^2 + b(1-a)x + 3$ 은 축의 방정식이 $x = -1$ 이고, 최댓값은 b 이다. 이때, 상수 a , b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{34}{5}$

해설

$$y = -2(x+1)^2 + b$$
$$= -2(x^2 + 2x + 1) + b$$
$$= -2x^2 - 4x - 2 + b$$

$-2 + b = 3$

$\therefore b = 5$

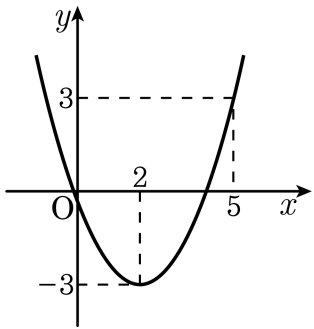
$b - ab = -4,\ 5 - 5a = -4$

$-5a = -9$

$\therefore a = \frac{9}{5}$

$\therefore a + b = \frac{9}{5} + \frac{25}{5} = \frac{34}{5}$

36. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프이다. apq 의 값을 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: -4

해설

꼭짓점 좌표가 $(2,\ -3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 - 3$

$y = a(x-2)^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(5,\ 3)$ 을 지나므로

$3 = 9a - 3 \qquad \therefore\ a = \dfrac{2}{3}$

$y = \dfrac{2}{3}(x-2)^2 - 3$

$\therefore\ a = \dfrac{2}{3},\ p = 2,\ q = -3$

$\therefore\ apq = \dfrac{2}{3} \times 2 \times (-3) = -4$

37. 차가 12 인 두 수가 있다. 이 두 수의 곱이 최소가 될 때, 두 수 중 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

두 수를 각각 x, $x+12$ 라 하면

$y = x(x+12)$

$= x^2 + 12$

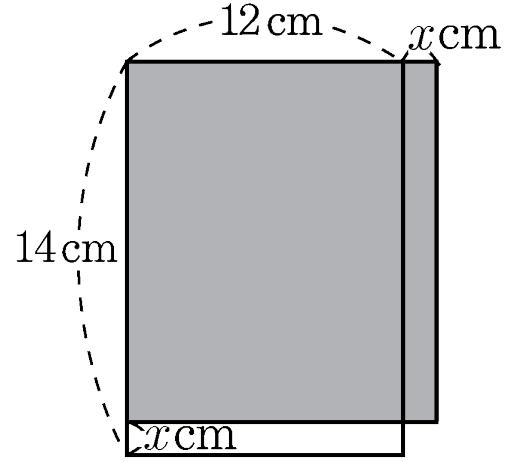
$x = (x+6)^2 - 36$

$x = -6$ 일 때, 최솟값 -36 을 갖는다.

$x = -6$, $-6 + 12 = 6$

따라서 두 수 중에서 큰 수는 6 이다.

38. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 14cm 인 직사각형에 가로의 길이는 $x$cm 만큼 늘이고, 세로의 길이는 $x$cm 만큼 줄였을 때, 얻은 직사각형의 넓이를 $y\text{cm}^2$ 라고 하면 y 가 최대가 되게 하는 x 의 값을 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 1 cm

해설

$$\begin{aligned} y &= (12+x)(14-x) \\ &= -x^2+2x+168 \\ &= -(x^2-2x+1-1)+168 \\ &= -(x-1)^2+169 \end{aligned}$$

$x=1$ 일 때, y 의 최댓값 169 을 갖는다.

39. 둘레의 길이가 16cm 인 철사를 구부려서 부채꼴모양을 만들려고 한다. 부채꼴의 넓이가 최대가 되도록 하는 부채꼴의 반지름을 a , 이때 부채꼴의 넓이를 b 라 할 때, ab 의 값을 구하면?

① 16 ② 20 ③ 36 ④ 55 ⑤ 64

해설

부채꼴의 반지름을 a, 넓이를 b 라 하면

$$b = \frac{1}{2} \times a \times (16 - 2a) = a(8 - a)$$
$$= -a^2 + 8a$$
$$= -(a^2 - 8a + 16 - 16)$$
$$= -(a - 4)^2 + 16$$

이 그래프가 위로 볼록이므로 꼭짓점이 최댓값을 나타낸다.
꼭짓점은 $(4, 16)$ 이므로 반지름 $a = 4$ 일 때, 부채꼴의 넓이 $b = 16$ 으로 최대가 된다.
따라서 $ab = 64$ 이다.

40. 지상 40m 높이에서 vm/s 의 속도로 똑바로 위로 쏘아올린 공이 t 초 후에 지면으로부터 hm 만큼의 높이가 될 때, $h = vt + 40 - 5t^2$ 의 식이 성립한다. 공이 3 초 후에 최고 높이에 도달했을 때, 이 최고 높이를 구하여라.

▶ 답 : _____ m

▷ 정답 : 85 m

해설

$h = -5t^2 + vt + 40 = -5\left(t - \frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v^2}{20} + 40$

이 물체는 $t = \frac{v}{10}$ 일 때, 최고 높이 $\frac{v^2}{20} + 40$ 에 도달하고, $\frac{v}{10} = 3$ 이므로 $v = 30$ 이다.

따라서 최고 높이는 85m 이다.

41. 이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 점 $(k,\ 4)$ 를 지난다. 이 때, 상수 k 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -5

해설

이차함수 $y = \frac{1}{4}x^2$ 의 그래프를 꼭짓점의 좌표가 $(-1,\ 0)$ 이 되도록 평행이동하면 $y = \frac{1}{4}(x+1)^2$ 이다. 점 $(k,\ 4)$ 를 지나므로 대입하면 $4 = \frac{1}{4}(k+1)^2$, $16 = (k+1)^2$, $k+1 = \pm 4$ 따라서 $k = 3,\ -5$ 이다.

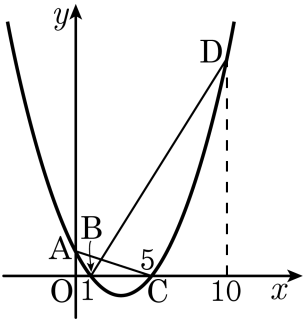
42. 이차함수 $y = -x^2+6x+4m-1$ 의 그래프의 꼭짓점이 직선 $-2x+y+6 = 0$ 의 위에 있을 때, 상수 m 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$y = -x^2 + 6x + 4m - 1$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면 $y = -(x-3)^2+8+4m$ 이므로 꼭짓점의 좌표는 $(3,\ 4m+8)$ 이다. 꼭짓점이 직선 $-2x+y+6 = 0$ 을 지나므로 $-6+4m+8+6 = 0$, $4m = -8$, $m = -2$ 이다.

43. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 삼각형 ABC 의 넓이가 12 일 때, 삼각형 BCD 의 넓이를 구하면?



① 106 ② 107 ③ 108 ④ 109 ⑤ 110

해설

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times (5-1) \times c = 12$ 이다.

$c = 6$, 즉 $A(0, 6)$ 이다.

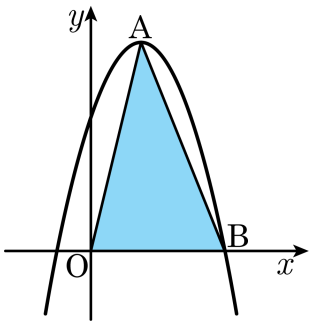
$y = ax^2 + bx + 6 = a(x-1)(x-5) = ax^2 - 6ax + 5a$ 이다.

$5a = 6$, $a = \frac{6}{5}$, $b = -\frac{36}{5}$ 이다.

$y = \frac{6}{5}x^2 - \frac{36}{5}x + 6$ 이므로 $D(10, 54)$ 이다.

$\triangle BCD = \frac{1}{2} \times (5-1) \times 54 = 108$

44. 다음 이차함수 $y = -x^2 + 3x + 4$ 의 그래프에서 점 A 는 꼭짓점, 점 B 는 x 축과의 교점일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이는?



① 3 ② 8 ③ $\frac{25}{2}$ ④ $\frac{25}{4}$ ⑤ $\frac{25}{8}$

해설

$$y = -x^2 + 3x + 4$$
$$= -\left(x^2 - 3x + \frac{9}{4} - \frac{9}{4}\right) + 4$$
$$= -\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \frac{25}{4}$$

따라서 $A\left(\frac{3}{2},\ \frac{25}{4}\right)$

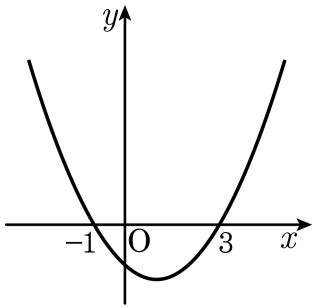
$y = 0$ 을 대입하면 $x^2 - 3x - 4 = 0$

$(x+1)(x-4) = 0$ 이므로 x 절편은 $-1, 4$

$\therefore$ B(4, 0)

$$\therefore \triangle OAB = \frac{1}{2} \times 4 \times \frac{25}{4} = \frac{25}{2}$$

45. 다음은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. <보기> 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?



보기

㉠ $b^2 - 4ac > 0$

㉡ $abc < 0$

㉢ $a - b + c < 0$

㉣ $9a + 3b + c > 0$

㉤ $a + b + c < 4a + 2b + c$

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

아래로 볼록한 포물선이므로 $a > 0$
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $ab < 0$
$\therefore b < 0$
y 절편이 음수이므로 $c < 0$
㉠ x 축과의 교점이 2 개이므로 $b^2 - 4ac > 0$
㉡ $abc > 0$
㉢ $x = -1$ 일 때, $y = a - b + c = 0$
㉣ $x = 3$ 일 때, $y = 9a + 3b + c = 0$
㉤ $x = 1$ 일 때, $y = a + b + c$, $x = 2$ 일 때, $y = 4a + 2b + c$,
$a + b + c < 4a + 2b + c$

46. $x = -3$ 일 때 최댓값 4 를 갖고, y 절편이 2 인 포물선을 그래프로 하는 이차함수의 식을 $y = ax^2 + bx + c$ 라 할 때, 상수 a, b, c 의 곱 abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{16}{27}$

해설

$y = a(x+3)^2 + 4$
$= a(x^2 + 6x + 9) + 4$
$= ax^2 + 6ax + 9a + 4$

$9a + 4 = 2,\ 9a = -2$ 이므로 $a = -\frac{2}{9}$

$y = -\frac{2}{9}x^2 - \frac{4}{3}x + 2$

$\therefore abc = \left(-\frac{2}{9}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right) \times 2 = \frac{16}{27}$

47. 이차함수 $y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, m 의 최댓값은?

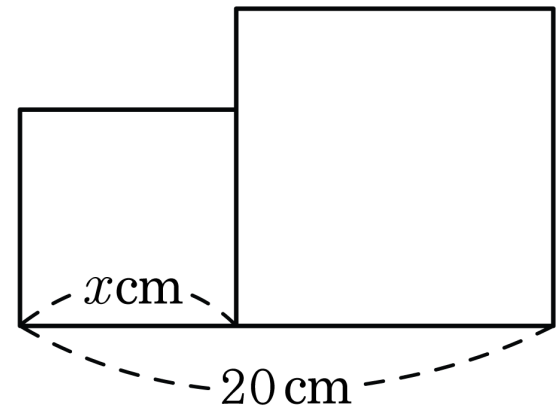
① $-\frac{7}{8}$ ② -1 ③ $\frac{1}{8}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{9}{8}$

해설

$y = x^2 - 4kx + 2k^2 + k - 1 = (x - 2k)^2 - 2k^2 + k - 1$

$m = -2k^2 + k - 1 = -2\left(k - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{7}{8}$ 이므로 m 의 최댓값은 $-\frac{7}{8}$ 이다.

48. 다음 그림과 같이 길이가 20cm 인 선분을 두 부분으로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형 두 개를 만들려고 한다. 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : _____ cm

▷ 정답 : 10 cm

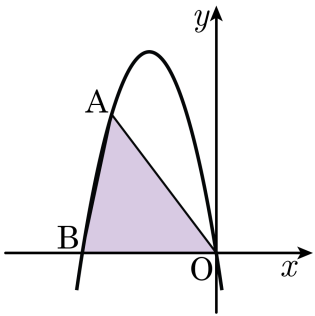
해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x , 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $20 - x$,
넓이를 y 라고 하면

$$\begin{aligned} y &= x^2 + (20 - x)^2 \\ &= 2x^2 - 40x + 400 \\ &= 2(x - 10)^2 + 200 \end{aligned}$$

따라서 $x = 10$ 일 때, 최솟값 200 을 갖는다.

49. 다음 그림은 축의 방정식이 $x = -3$ 인 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 점 O (원점), B 는 x 축과 만나는 점이고, 점 A 가 O 에서 B 까지 포물선을 따라 움직일 때, $\triangle OAB$ 의 넓이의 최댓값은?



① 18 ② 27 ③ 36 ④ 45 ⑤ 54

해설

축이 $x = -3$ 이므로 B 의 좌표는$(-6,\ 0)$ 이다.
따라서 $y = -x^2 + bx + c$ 가 두 점
$(0,\ 0),\ (-6,\ 0)$ 을 지나므로,
$0 = c,\ 0 = -36 - 6b$
$b = -6,\ c = 0$
$y = -x^2 - 6x = -(x+3)^2 + 9$
$\triangle OAB$ 에서 밑변의 길이를 $\overline{OB}$ 라고 하면, 높이가 최대일 때 $\triangle OAB$ 의 넓이가 최대가 된다.
즉, A 가 꼭짓점에 있을 때이다. 꼭짓점의 좌표가 $(-3,\ 9)$ 이므로

$\triangle OAB$ 의 넓이$= \frac{1}{2} \times \overline{OB} \times 9 = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$

50. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 ym 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답 : _____ 초 후

▷ 정답 : 4초 후

해설

$y = 40x - 5x^2$

$y = -5(x-4)^2 + 80$

$x = 4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.