1. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a > b,\ c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.

㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

① ㉠　② ㉠, ㉡　③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢　⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a - b > 0,\ c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.

㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.

㉢ 주어진 식에서 a, b의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

2. $2 \le x \le 5,\ 1 \le y \le a$일 때, $x+y$의 범위가 xy의 범위 안에 포함되기 위한 실수 a의 최솟값은? (단, $a \ge 1$)

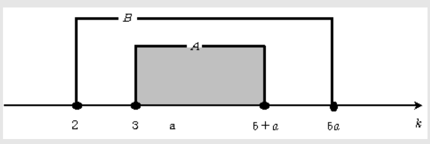
① 1　② $\frac{8}{7}$　③ $\frac{7}{6}$　④ $\frac{5}{4}$　⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3 \le x+y \le 5+a,\ 2 \le xy \le 5a$이므로

$3 \le x+y \le 5+a,$

이때 $x+y$의 범위가 xy의 범위 안에 포함되려면 다음 수직선에서



$5+a \le 5a$ 이어야 하므로 $4a \ge 5$

$\therefore a \ge \frac{5}{4}$

3. 모든 실수 x에 대하여 부등식 $k^2x+1>2kx+k$가 성립할 때, k값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$k^2x+1>2kx+k$에서
$(k^2-2k)x>k-1$,
$k(k-2)x>k-1$
해가 모든 실수이므로
$k(k-2)=0,\ k-1<0$ 이어야 한다.
$\therefore\ k=0$

4. 연립부등식 $\begin{cases} 4x < x+4 \\ 3x-1 \le 5x+7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 6 개

해설

$\begin{cases} 4x < x+4 \\ 3x-1 \le 5x+7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3x < 4 \\ 3x-5x \le 7+1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x < \dfrac{4}{3} \\ x \ge -4 \end{cases}$

따라서 $-4 \le x < \dfrac{4}{3}$ 를 만족하는 정수는 $-4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1$ 의 6 개이다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 11 < 5x + 7 \\ 3(x-1) \le 4(2-x) + 2 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 A , 가장 작은 정수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하면?

① -5 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

ⅰ) $2x - 11 < 5x + 7$

$\Rightarrow\ x > -6$

ⅱ) $3(x-1) \le 4(2-x) + 2$

$\Rightarrow\ 3x - 3 \le 8 - 4x + 2$

$\Rightarrow\ 3x + 4x \le 10 + 3$

$\Rightarrow\ x \le \dfrac{13}{7}$

$-6 < x \le \dfrac{13}{7}$ 이므로

$A = 1,\ B = -5$

$\therefore A + B = 1 + (-5) = -4$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 2x+7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3 개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$2x+7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.
$a \leq x \leq 7$ 을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 10-2x \geq 3x \\ x-a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$ ② $a \leq 2$ ③ $a \geq 5$
④ $a \leq 5$ ⑤ $2 < a < 5$

해설

$\begin{cases} 10-2x \geq 3x & \rightarrow \ 2 \geq x \\ x-a > -3 & \rightarrow \ x > a-3 \end{cases}$

$a-3 \geq 2$

$\therefore \ a \geq 5$

8. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$

$45 < 3x < 55$

$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \dfrac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \dfrac{55}{3}$

$\therefore \ x = 16,\ 17,\ 18$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15 , 17 , 19 이다.

9. 다음 중 옳은 것으로 짝지어진 것은?

(가) $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$

(나) $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 이면 $a > b$

(다) $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} > 0$ 이면 $ad > bc$

(라) $a > b > 0 > c > d$ 이면 $ad < bc$

① (가), (나)　② (나), (라)　③ (다), (라)　④ (나), (다)　⑤ (가), (다)

해설

(가) (반례) $a = 1,\ b = -2$ 일 때 성립하지 않음.
(나) 항상 성립함 ($a > 0,\ b \geq 0$)
(다) (반례) $a = -2,\ b = -1,\ c = 1, d = 1$ 일 때
성립하지 않음.
또는 $\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd} > 0$ 에서
$bd > 0$ 일 때, $ad - bc > 0 \quad \therefore\ ad > bc$
$bd < 0$ 일 때, $ad - bc < 0 \quad \therefore\ ad < bc$
$\therefore$ 성립하지 않음.
(라) $ad < 0,\ bc < 0$ 이므로 $|ad| > |bc|$ 에서 $ad < bc$

10. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c는 실수이다)

보기

㉠ $a > b$이면 $ac > bc$

㉡ $a > b$이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$

㉢ $a > b$이면 $\frac{c^2}{a} > \frac{c^2}{b}$

㉣ $a > b$이면 $a^2 > b^2$

① ㉠　② ㉡　③ ㉢

④ ㉠, ㉡　⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠의 반례 : $a > b$이고 $c = 0$인 모든 실수 (거짓)

㉡. $a > b$이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$(참)

㉢의 반례 : $a > b$이고 $c = 0$인 모든 실수 (거짓)

㉣. $a > b$이고 $|a| < |b|$인 모든 실수 (거짓)

11. 부등식 $(a+b)x+(2a-b)>0$의 해가 $x<-1$일 때, 부등식 $ax+b>0$의 해를 구하면?

① $x<-\frac{1}{2}$　② $x<-\frac{1}{3}$　③ $x>-\frac{1}{2}$
④ $x>-\frac{1}{3}$　⑤ $x>-1$

해설

$(a+b)x+(2a-b)>0$의 해가 $x<-1$이려면
$a+b<0$ ...... ㉠
$-\frac{2a-b}{a+b}=-1$ ...... ㉡
㉡에서 $a=2b$이고 $a+b=2b+b=3b<0$
$\therefore\ b<0$
$ax+b>0$에서 $2bx+b>0,\ 2bx>-b$
$b<0$이므로 $x<-\frac{1}{2}$

12. 다음 부등식의 해집합을 S 라고 하면 $S = \{x \mid a < x \leq 6\}$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 8 < 5x + 4 \\ 3x + 4 \leq x - b \end{cases}$$

▶ 답:

▷ 정답: 64

해설

$2x - 8 < 5x + 4$
$3x > -12$
$x > -4$
$\therefore\ a = -4$
$3x + 4 \leq x - b$
$2x \leq -4 - b$
$x \leq \dfrac{-4-b}{2}$
$\dfrac{-4-b}{2} = 6$
$-4 - b = 12$
$\therefore b = -16$
따라서 $ab = (-4) \times (-16) = 64$ 이다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 5x \geq 2x - 8 \\ \dfrac{3x-1}{2} \leq \dfrac{x+3}{3} + 2 \end{cases}$ 를 만족하는 가장 큰 정수 x를 M, 가장 작은 정수 x를 m이라 할 때, $\mathrm{M} - m$ 의 값을 구하면?

① 2 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$\begin{cases} 5x \geq 2x - 8 & \cdots ㉠ \\ \dfrac{3x-1}{2} \leq \dfrac{x+3}{3} + 2 & \cdots ㉡ \end{cases}$

㉠을 풀면 $x \geq -\dfrac{8}{3}$, ㉡을 풀면 $x \leq 3$

따라서, $-\dfrac{8}{3} \leq x \leq 3$ 이므로 $\mathrm{M} = 3$, $m = -2$

$\therefore \mathrm{M} - m = 3 - (-2) = 5$

14. 연립부등식을 풀어서 범위를 구했을 때, 가장 많은 자연수를 포함하는 연립부등식을 골라라.

㉠ $\begin{cases} \frac{2x-3}{5} < -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5} \\ 3.5x + 0.5 \geq -\frac{x+3}{2} \end{cases}$

㉡ $\begin{cases} 0.3x + 1.4 \geq 0.2(x+5) \\ 4(0.2x - 1.3) < -0.5x \end{cases}$

㉢ $\begin{cases} -\frac{5x+2}{3} < -2x \\ 2(x-1) > \frac{5x-9}{3} \end{cases}$

㉣ $\begin{cases} -1.2(x-2) < 0.1x - 1.5 \\ 2(x-1) > \frac{x-9}{2} \end{cases}$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉠ $\begin{cases} \frac{2x-3}{5} < -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5} \\ 3.5x + 0.5 \geq -\frac{x+3}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x - 3 < -x + 6 \\ 7x + 1 \geq -x - 3 \end{cases} \rightarrow$

$\begin{cases} x < 3 \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$

$-\frac{1}{2} \leq x < 3$ 이므로 자연수는 1, 2 로 2 개

㉡ $\begin{cases} 0.3x + 1.4 \geq 0.2(x+5) \\ 4(0.2x - 1.3) < -0.5x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 14 \geq 2(x+5) \\ 4(2x - 13) < -5x \end{cases} \rightarrow$

$\begin{cases} x \geq -4 \\ x < 4 \end{cases}$

$-4 \leq x < 4$ 이므로 자연수는 1, 2, 3 으로 3 개

㉢ $\begin{cases} -\frac{5x+2}{3} < -2x \\ 2(x-1) > \frac{5x-9}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -5x - 2 < -6x \\ 6x - 6 > 5x - 9 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -3 \end{cases}$

$-3 < x < 2$ 이므로 자연수는 1 로 1 개

㉣ $\begin{cases} -1.2(x-2) < 0.1x - 1.5 \\ 2(x-1) > \frac{x-9}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -12(x-2) < x - 15 \\ 4(x-1) > x - 9 \end{cases} \rightarrow$

$\begin{cases} x > 3 \\ x > -\frac{5}{3} \end{cases}$

$x > 3$ 이므로 자연수는 무수히 많다.

15. 연립부등식 $-4+5x<3x-7\le 4x+1$ 을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

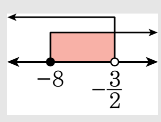
▷ 정답 : -10

해설

$-4+5x<3x-7\le 4x+1$

$\Rightarrow \begin{cases} -4+5x<3x-7 \\ 3x-7\le 4x+1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x<-\dfrac{3}{2} \\ x\ge -8 \end{cases}$



가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$\therefore\ (-2)+(-8)=-10$

16. x에 관한 연립부등식 $-1 \le -\frac{1}{2}x - a \le 3$의 해가 $-2 \le x \le 6$일 때, a의 값은?

① 2　② 3　③ 4　④ -3　⑤ -2

해설

(ⅰ) $-1 \le -\frac{1}{2}x - a$, $x \le -2a + 2$

(ⅱ) $-\frac{1}{2}x - a \le 3$, $x \ge -2a - 6$

$-2a - 6 \le x \le -2a + 2$와 $-2 \le x \le 6$이 같으므로

$-2a - 6 = -2$, $a = -2$

$-2a + 2 = 6$, $a = -2$

$\therefore\ a = -2$

17. 연립부등식 $3x-2 \le 5x+8 \le 4x+a$의 해가 $b \le x \le 9$일 때, $a+b$의 값은? (단, a, b 는 상수)

① -6　　② -4　　③ 12　　④ 14　　⑤ 22

해설

$3x-2 \le 5x+8$, $3x-5x \le 8+2$, $-2x \le 10$

$\therefore\ x \ge -5$

$5x+8 \le 4x+a$, $5x-4x \le a-8$

$\therefore\ x \le a-8$

$-5 \le x \le a-8$

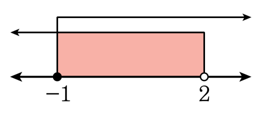
그런데 해가 $b \le x \le 9$이므로

$b=-5$, $a-8=9$

$\therefore\ a+b = 17+(-5) = 12$

18. 연립부등식

$$\begin{cases} 3x > 5x - 4 \\ 3x + a \geq 2x \end{cases}$$



의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

해는 $-1 \leq x < 2$ 이다.

$$\begin{cases} 3x > 5x - 4 \\ 3x + a \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \geq -a \end{cases}$$

$-a = -1 \qquad \therefore\ a = 1$

19. 연립부등식 $\begin{cases} x-4>5 \\ 3x-2<a \end{cases}$ 의 해가 $9<x<14$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$x-4>5$
$x>9$
$3x-2<a$
$3x<a+2$
$x<\dfrac{a+2}{3}$
$9<x<\dfrac{a+2}{3}$ 가 $9<x<14$ 이므로
$\dfrac{a+2}{3}=14$
$a+2=42$
$\therefore\ a=40$

20. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 9 < 6x \\ 4x + 12 > 8x + 12a \end{cases}$ 의 해가 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$ ② $a > -2$ ③ $a \leq -2$
④ $a < 2$ ⑤ $a > 2$

해설
① $3x - 9 < 6x$, $x > -3$
② $4x + 12 > 8x + 12a$, $x < -3a + 3$
해가 존재하려면 $-3a + 3 > -3$, $a < 2$

21. 연속하는 세 자연수의 합이 66 보다 크고 70 보다 작을 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 24

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라 하면

$66 < (x-1) + x + (x+1) < 70$

$66 < 3x < 70$

$\rightarrow \begin{cases} 66 < 3x \\ 3x < 70 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 22 \\ x < \frac{70}{3} \end{cases} \rightarrow 22 < x < \frac{70}{3}$

따라서 $x = 23$ 이므로 세 수는 22 , 23 , 24 이다.

22. 분모와 분자의 합이 55 인 기약분수를 소수로 고쳤더니 정수 부분은 0 이고, 소수 첫째 자리는 3 이었다. 이 기약분수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{14}{41}$

▷ 정답 : $\frac{13}{42}$

해설

$0.3 \le \frac{55-x}{x} < 0.4$

$\Rightarrow \begin{cases} 0.3x \le 55-x \\ 55-x < 0.4x \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} x \le \frac{550}{13} \\ x > \frac{550}{14} \end{cases}$

$\frac{550}{14} < x \le \frac{550}{13}$ 인 정수 : $x = 40, 41, 42$

$x = 40$ 일 때 $\frac{15}{40}$ 이므로 기약분수가 아니다.

$x = 41$ 일 때 $\frac{14}{41}$

$x = 42$ 일 때 $\frac{13}{42}$

따라서 기약분수는 $\frac{14}{41}$, $\frac{13}{42}$ 이다.

23. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

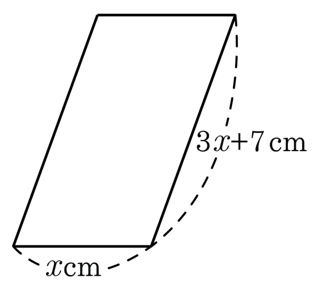
▶ 답 : ______ 개

▷ 정답 : 14 개

해설

열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20-x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20-x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x+2000(20-x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x+2000(20-x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나타내면, $\begin{cases} 1600x+2000(20-x) > 34000 \\ 1600x+2000(20-x) < 35000 \end{cases}$ 이므로 간단히 하면, $\begin{cases} x < 15 \\ x > \dfrac{50}{4} \end{cases}$ 이다. 따라서 $\dfrac{25}{2} < x < 15$ 이고, $\dfrac{25}{2} = 12.5$ 이므로,
열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.
따라서 최대 14 개를 사야 한다.

24. 다음과 같은 평생사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로의 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 없는 것은?



① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

둘레의 길이는 $2x+2(3x+7)$ 임으로, $120 < 8x+14 \le 150$ 이다. $120 < 8x+14 \le 150$ 를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases} 120 < 8x+14 \\ 8x+14 \le 150 \end{cases}$ 이다. 간단히 하면 $\begin{cases} x > \frac{106}{8} \\ x \le \frac{136}{8} \end{cases}$ 이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{53}{4} < x \le 17$ 이다. 그럼으로 가로의 길이는 $\frac{53}{4} < x \le 17$ 이다. $\frac{53}{4} = 13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

25. 8% 설탕물 100 g 이 있다. 이 설탕물에서 물을 증발시켜 농도를 15% 이상 20% 이하로 만들려고 한다. 이 때 증발시켜야 하는 물의 양이 아닌 것은?

① 45 g　② 48 g　③ 50 g　④ 55 g　⑤ 60 g

해설

8% 의 소금물 100 g 의 소금의 양은

$\frac{8}{100} \times 100 = 8(\text{g})$ 이다.

따라서 물 x g 을 증발시켰을 때의 농도를 나타내면 $\frac{8}{100-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하 이므로,

$15 \le \frac{8}{100-x} \times 100 \le 20$ 이고,

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \le \frac{8}{100-x} \times 100 \\ \frac{8}{100-x} \times 100 \le 20 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \ge \frac{140}{3} \\ x \le 60 \end{cases}$$

이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{140}{3} \le x \le 60$ 이다.

26. 규진이는 지금까지 본 세 번의 수학시험에서 각각 92 점, 83 점, 89 점을 받았다. 네 번까지 치른 시험점수의 평균이 85 점 이상 91 점 이하가 되게 하려면 네 번째 시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는지 구하여라. (단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답: ______ 점

▷ 정답: 76 점

해설

$$85 \le \frac{92+83+89+x}{4} \le 91$$

$$85 \times 4 \le 92+83+89+x \le 91 \times 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 340 \le 264 + x \\ 264 + x \le 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x \le 264 - 340 \\ 264 + x \le 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \ge 76 \\ x \le 100 \end{cases}$$

$$\therefore\ 76 \le x \le 100$$

27. 부등식 $|x+1|+|x-2|+1<x+4$을 만족시키는 정수 x의 개수는?

① 0 개　② 1 개　③ 2 개　④ 3 개　⑤ 4 개

해설

$|x+1|+|x-2|+1<x+4$

i) $x<-1$

$-x-1-x+2+1<x+4,\ x>-\dfrac{2}{3}$

공통범위 없음

ii) $-1 \le x < 2$

$x+1-x+2+1<x+4,\ x>0$

공통범위 : $0<x<2 \rightarrow$ 정수 : 1

iii) $x \ge 2$

$x+1+x-2+1<x+4,\ x<4$

공통범위 : $2 \le x < 4 \rightarrow$ 정수$=2,\ 3$

$\therefore$ 정수 x의 개수 : 1, 2, 3으로 3 개

28. 부등식 $|x+1|+|x-2|<5$를 만족하는 정수 x의 개수는?

① 0개　② 1개　③ 2개　④ 3개　⑤ 4개

해설

$|x+1|+|x-2|<5$

구간을 나누어 부등식을 풀어보면

i) $x<-1$일 때

$-x-1-x+2<5$

$x>-2$

$\therefore -2<x<-1$: 정수 없음

ii) $-1 \le x<2$일 때

$x+1-x+2<5$

$2<5$: 항상 성립

$\therefore -1 \le x<2$: 정수 -1, 0, 1

iii) $x \ge 2$일 때

$x+1+x-2<5$

$x<3$

$\therefore 2 \le x<3$: 정수 2

만족하는 정수 -1, 0, 1, 2이므로 4개

29. 부등식 $|x-1|+|x+2|<5$를 만족시키는 정수 x의 개수를 구하면?

① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

i) $x<-2$ 일때

$-(x-1)-(x+2)<5$

$-2x<6,\ x>-3 \therefore -3<x<-2$: 정수 없음

ii) $-2 \le x < 1$ 일때

$-(x-1)+x+2<5$

$3<5$ 항상 성립 $\therefore -2 \le x < 1$: 정수 $-2,\ -1,\ 0$

iii) $x \ge 1$ 일때

$x-1+x+2<5$

$2x<4, x<2 \therefore 1 \le x < 2$: 정수 1

$\therefore$ 정수 x의 개수 : 4개 $(-2,\ -1,\ 0,\ 1)$

30. 부등식 $2|x-1|-|x-2|<1$ 해는 $\alpha<x<\beta$ 이다. 이 때, $\alpha\beta$의 값은?

① $-\frac{8}{3}$　② $-\frac{5}{3}$　③ $-\frac{-3}{3}$　④ $-\frac{3}{3}$　⑤ $-\frac{9}{3}$

해설

i) $x<1$일 때

$-2(x-1)+(x-2)<1$

$x>-1$　$\therefore$ 공통부분은 $-1<x<1$

ii) $1\le x<2$일 때

$2(x-1)+(x-2)<1$

$x<\frac{5}{3}$

$\therefore$ 공통부분은 $1\le x<\frac{5}{3}$

iii) $x\ge 2$일 때

$2(x-1)-(x-2)<1$

$x<1$　$\therefore$ 공통부분은 없음

i), ii), iii)을 모두 합하면 $-1<x<\frac{5}{3}$

$\therefore \alpha\beta=-\frac{5}{3}$

31. 부등식 $|x+1| < 1 + |2-x|$을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x+1| < 1 + |2-x|$ 에서

ⅰ) $x < -1$일 때,

$-(x+1) < 1 + (2-x)$

$\therefore -1 < 3$이므로 성립

$\therefore\ x < -1$

ⅱ) $-1 \le x < 2$일 때,

$x + 1 < 1 + 2 - x$

$\therefore\ 2x < 2$

$\therefore\ x < 1$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \le x < 1$

ⅲ) $x \ge 2$ 일 때,

$x + 1 < 1 - (2-x)$

$\therefore\ 1 < -1$ 이므로 모순

ⅰ), ⅱ), ⅲ) 에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

32. 부등식 $|2x-1| < 8-x$를 만족하는 정수 x의 개수는?

① 7개 ② 8개 ③ 9개 ④ 10개 ⑤ 11개

해설

(i) $8-x>0 \quad \therefore x<8$

(ii) $|2x-1|<8-x$에서 $-8+x<2x-1<8-x$

$-8+x<2x-1$에서 $-x<7,\ x>-7$

$2x-1<8-x$에서 $3x<9,\ x<3$

$\therefore -7<x<3$

33. 부등식 $2|x-3| \le x$를 만족시키는 정수 x의 개수는?

① 3개　② 4개　③ 5개　④ 6개　⑤ 7개

해설

(ⅰ) $x < 3$일 때

$2(-x+3) \le x,\ -3x \le -6 \quad \therefore x \ge 2$

그런데 $x < 3$이므로 $2 \le x < 3$

(ⅱ) $x \ge 3$일 때

$2(x-3) \le x \quad \therefore x \le 6$

그런데 $x \ge 3$이므로 $3 \le x \le 6$

(ⅰ), (ⅱ)에서 $2 \le x \le 6$

$\therefore$ 정수의 개수는 $6-2+1=5$(개)

34. 부등식 $|x-1| \le 3x-1$ 의 해를 바르게 구한 것은?

① $x > 0$　　② $x \ge 0$　　③ $x \ge \frac{1}{2}$

④ $x \ge 1$　　⑤ $0 \le x \le \frac{1}{2}$

해설

(i) $x \ge 1$ 일 때

$x-1 \le 3x-1$, $2x \ge 0$ 이므로 $x \ge 0$ $\therefore$ 조건과의 공통범위는 $x \ge 1$

(ii) $x < 1$ 일 때

$-(x-1) \le 3x-1$, $4x \ge 2$, $x \ge \frac{1}{2}$

$\therefore$ 조건과의 공통범위는 $\frac{1}{2} \le x < 1$

(i), (ii) 에서 $x \ge \frac{1}{2}$

35. 부등식 $|x-1|+|x+2|<5$의 해가 $a<x<b$일 때, $a+b$의 값은?

① -1　② -2　③ 0　④ 2　⑤ 1

해설

$|x-1|+|x+2|<5$에서

i) $x<-2$일 때,

$-(x-1)-(x+2)<5$ $\therefore$ $-2x<6$ $\therefore$ $x>-3$

곧, $x<-2$일 때, $x>-3$

$\therefore$ $-3<x<-2\cdots\cdots\cdots$ ㉠

ii) $-2\le x<1$일 때,

$-(x-1)+(x+2)<5$ $\therefore$ $-0\cdot x<2$

이 부등식은 항상 성립하므로

$-2\le x<1\cdots\cdots\cdots$ ㉡

iii) $x\ge 1$일 때,

$(x-1)+(x+2)<5$ $\therefore$ $2x<4$ $\therefore$ $x<2$

곧, $x\ge 1$일 때, $x<2$

$\therefore 1\le x<2\cdots\cdots\cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢으로부터 $-3<x<2$이므로

$a=-3,\ b=2$

$\therefore a+b=-1$

36. 부등식 $\left|\frac{1}{2}-\frac{1}{3}x\right| \le 1$을 만족하는 자연수 x의 개수를 구하면?

① 13 개 ② 9 개 ③ 6 개 ④ 4 개 ⑤ 2 개

해설

$-1 \le \frac{1}{2}-\frac{1}{3}x \le 1$

$-6 \le 3-2x \le 6$

$-9 \le -2x \le 3$

$\therefore -\frac{3}{2} \le x \le \frac{9}{2}$

그런데 x는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

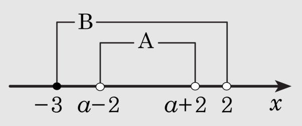
37. $|x-a|<2$가 $-3 \le x < 2$에 완전히 포함된다고 할 때, 정수 a의 가 될 수 있는 수들의 합은?

① -2　　② -1　　③ 0　　④ 1　　⑤ 2

해설

$|x-a|<2 \Leftrightarrow -2<x-a<2 \Leftrightarrow a-2<x<a+2$

다음 그림에서



$-3 \le a-2,\ a+2 \le 2$

$\therefore -1 \le a \le 0$

따라서 위의 부등식을 만족하는 정수 a의 값은

$-1,\ 0$이고, 그 합은 -1이다.

38. 부등식 $x^2-5|x|+4\le 0$을 만족시키는 정수 x의 개수를 구하면?

① 4개 ② 5개 ③ 6개 ④ 7개 ⑤ 8개

해설

(ⅰ) $x>0$
$x^2-5x+4\le 0$
$(x-1)(x-4)\le 0$
$\Rightarrow\quad 1\le x\le 4$
(ⅱ) $x<0$
$x^2+5x+4\le 0$
$(x+1)(x+4)\le 0$
$\Rightarrow\quad -4\le x\le -1$
$\therefore$ 정수의 개수 : 8개

39. $k(x^2-4x+1)<2x$가 모든 실수에 대해 성립하도록 하는 실수 k의 값의 범위를 구하면?

① $k<-\frac{1}{3}$ ② $k<0$ ③ $k>-1$
④ $-\frac{1}{3}<k<0$ ⑤ $-1<k<-\frac{1}{3}$

해설

$kx^2-4kx+k-2x<0$
$\Rightarrow\ kx^2-2(2k+1)x+k<0$
모든 실수에 대해 성립하므로 $k<0, D<0$
$\frac{D}{4}=(2k+1)^2-k^2<0$
$3k^2+4k+1<0,\ (3k+1)(k+1)<0$
$\therefore -1<k<-\frac{1}{3}$

40. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-\frac{1}{3} < x < 1$ 일 때, $cx^2 + bx + a < 0$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{2} < x < 1$ ② $-3 < x < 2$ ③ $-3 < x < \frac{1}{2}$
④ $-2 < x < 1$ ⑤ $-3 < x < 1$

해설

㉠ $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-\frac{1}{3} < x < 1$ 이면

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 \ (a < 0)$

$\Leftrightarrow (x + \frac{1}{3})(x - 1) < 0$

$\Leftrightarrow x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} < 0$

$\therefore \frac{b}{a} = -\frac{2}{3}, \frac{c}{a} = -\frac{1}{3}$

㉡ $cx^2 + bx + a < 0$ 에서 양변을 a로 나누면

$\frac{c}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + 1 > 0, -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 1 > 0$

$x^2 + 2x - 3 < 0, (x + 3)(x - 1) < 0$

$\therefore -3 < x < 1$

41. 연립부등식 $A : 5(x+2) \leq 26+x$, $B : 1-x < 3(2x+1)$, $C : 3x-5 < -(x+1)$ 에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$A : 5(x+2) \leq 26+x \;\Rightarrow\; x \leq 4$

$B : 1-x < 3(2x+1) \;\Rightarrow\; x > -\frac{2}{7}$

$C : 3x-5 < -(x+1) \;\Rightarrow\; x < 1$

$\therefore\; -\frac{2}{7} < x < 1$

42. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \end{cases}$$

▶ 답: ＿＿＿＿ 개

▷ 정답: 2 개

해설

$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x$ 의 양변에 6 을 곱하면 $2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x$,

$4x + 8 \geq 3x - 6 - 6x$,

$x \geq -2$

$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3$ 의 양변에 10 을 곱하면 $3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3$,

$6x - 9 \leq 2x + 12 + 3$,

$x \leq 6$

$1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5}$ 의 양변에 10 을 곱하면

$12x - 5 < 8x + 6$,

$4x < 11$,

$x < \frac{11}{4}$

연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 1, 2 의 2 개이다.

43. x 가 양이 아닌 정수일 때, $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \le 3 - 0.6x$ 의 해의 개수를 구하여라.

▶ 답: ______ 개

▷ 정답: 9 개

해설

i) $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10}$ 의 양변에 10을 곱하면

$2x - 30 < 5x - 3$

$-3x < 27$

$x > -9$

ii) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \le 3 - 0.6x$ 의 양변에 10을 곱하면

$5x - 3 \le 30 - 6x$

$11x \le 33$

$x \le 3$

부등식의 해는 $-9 < x \le 3$, x 가 양이 아닌 정수이므로 $-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$ 의 9 개이다.

44. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

㉠ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉡ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.

㉢ $a > b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉣ $a < b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.

㉤ $a = b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 1개이다.

▶ 답: ____ 개

▷ 정답: 4 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 옳다.

㉣ $a < b$ 의 양변에 -1 을 곱하면 $-a > -b$

$-a > -b$ 의 양변에 같은 수 1 을 더하면 $1 - a > 1 - b$

$\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases}$ 을 정리하면 $\begin{cases} x < -a + 1 \\ x > -b + 1 \end{cases}$

그런데 위에서 $1 - b < 1 - a$ 가 성립되었기 때문에 $-b + 1 < x < -a + 1$ 이 성립한다.

따라서 해가 있다.

45. 연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$의 해가 $-2 \leq x < 1$일 때, 상수 a의 값은?

① $\frac{7}{2}$ ② 3 ③ 1 ④ $-\frac{1}{2}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$를

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} & \cdots ㉠ \\ \frac{5-x}{2} \leq a & \cdots ㉡ \end{cases}$$

으로 바꾸어 연립부등식의 해를 구한다.

㉠을 풀면

$\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2}$, $4x+8 < 15-3x$, $7x < 7$

$\therefore\ x < 1 \cdots$ (ⅰ)

㉡을 풀면 $\frac{5-x}{2} \leq a$, $5-x \leq 2a$

$\therefore\ x \geq 5-2a \cdots$ (ⅱ)

(ⅰ), (ⅱ)를 모두 만족시키는 x의 범위는 $5-2a \leq x < 1$이다.

연립부등식의 해가 $-2 \leq x < 1$이므로 $5-2a = -2$

$\therefore\ a = \frac{7}{2}$

46. 1 개에 700 원 하는 콜라와 1 개에 600 원 하는 사이다를 합해서 20 개를 사려고 한다. 콜라를 사이다 보다 많이 사고 전체 금액이 13, 500 원 이하가 되도록 하려고 한다. 콜라를 최소 a 개 살 수 있고, 최대 b 개 살 수 있다고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a+b=26$

해설

콜라의 개수를 x 개라고 놓으면 사이다의 개수는 $(20-x)$ 개이다.
콜라를 사이다 보다 많이 사게 되면 $x>20-x$ 이다.
콜라와 사이다를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $700x+600(20-x)$ 이다. 또 전체 금액은 13, 500 원 이하가 되어야 하기 때문에 $700x+600(20-x)\le 13500$ 이다.
위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면 $\begin{cases} x>20-x \\ 700x+600(20-x)\le 13500 \end{cases}$ 이다. 이를 간단히 하면 $\begin{cases} x>10 \\ x\le 15 \end{cases}$ 이다. 따라서 $10<x\le 15$ 이다. 그러므로 콜라는 최소로 11 개, 최대로 15 개 살 수 있다. 따라서 $a=11$, $b=15$ 이다.
따라서 $a+b=11+15=26$ 이다.

47. 구슬을 보관함 1상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 <u>틀린</u> 것을 모두 고르면?

① 4 상자　　② 5 상자　　③ 6 상자

④ 7 상자　　⑤ 8 상자

해설

보관함 x상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x+5)$개 이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x-1$ 개 까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x-1)+2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x-1)+4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x-1)+2 \le 4x+5 \le 5(x-1)+4$ 이다. 이를 연립부등식으로 나타내면 $\begin{cases} 5(x-1)+2 \le 4x+5 \\ 4x+5 \le 5(x-1)+4 \end{cases}$ 이다.

간단히 정리하면 $\begin{cases} x \le 8 \\ x \ge 6 \end{cases}$ 이므로 연립부등식의 해는 $6 \le x \le 8$ 이다. 따라서 보관함은 6상자 또는 7상자 또는 8상자가 있다.

48. <보기> x에 대한 부등식 $ax^2+4ax+5a>0$의 설명으로 옳은 것은 모두 고른 것은?

보기

㉠ $a>0$일 때 해는 모든 실수이다.
㉡ $a=0$일 때 해는 $x=0$뿐이다.
㉢ $a<0$일 때 해는 없다.

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2+4ax+5a>0$에서
$a(x^2+4x+5)>0,\ a\{(x+2)^2+1\}>0$
㉠ $a>0$일 때 $(x+2)^2+1>0$ $\therefore$ 모든 실수
㉡ $a=0$일 때 $0\cdot\{(x+2)^2+1\}>0$ $\therefore$ 해는 없다.
㉢ $a<0$일 때 $(x+2)^2+1<0$ $\therefore$ 해는 없다.

49. 이차방정식 $2x^2 + 2kx + k + 2 = 0$은 서로 다른 두 실근을 갖고, 이차부등식 $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$가 절대부등식이 되기 위한 실수 k값의 범위를 구하면?

① $1 - \sqrt{5} < k < 1 + \sqrt{5}$

② $1 - \sqrt{5} \leq k \leq 1 + \sqrt{5}$

③ $-2 < k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k < 6$

④ $-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$

⑤ $-2 < k \leq 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} \leq k < 6$

해설

ⅰ) 서로 다른 두 실근을 가지려면,
$D' = k^2 - (2k + 4) > 0$이므로
$k^2 - 2k - 4 > 0$
$k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $k > 1 + \sqrt{5}$ $\cdots$ ①
ⅱ) $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$이 절대부등식이 되려면
$D = k^2 - 4(k + 3) \leq 0$이므로 $(k + 2)(k - 6) \leq 0$
$-2 \leq k \leq 6$ $\cdots$ ②
①, ②의 공통범위는
$-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$

50. 좌표평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx+1)$ 이 곡선 $y = -(x-2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 0　　⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여
부등식 $2(kx+1) > -(x-2)^2 + 1 \cdots$ ㉠
이 항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.
㉠식을 정리하면
$x^2 + 2(k-2)x + 5 > 0$
㉡식이 항상 성립하기 위하여
$\frac{D}{4} = (k-2)^2 - 5 < 0$
$\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$
$\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$
이 때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나
-1 은 속하지 않는다.