

1. 다음 <보기>의 설명 중 옳은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $a > b, c > d$ 이면 $a + c > b + d$ 이다.

㉡ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$ 이다.

㉢ $a > b > 0$ 이면 $\frac{1}{b} > \frac{1}{a}$ 이다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉠ $a - b > 0, c - d > 0$ 에서 양변을 더해 정리하면 주어진 식이 나온다.

㉡ $a > 0 > b$ 인 경우 b 의 절댓값이 a 보다 크면 주어진 식은 성립하지 않는다.

㉢ 주어진 식에서 a, b 의 부호가 모두 양수이므로 그 역수는 반대가 된다.

2. $2 \leq x \leq 5$, $1 \leq y \leq a$ 일 때, $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되기 위한 실수 a 의 최솟값은? (단, $a \geq 1$)

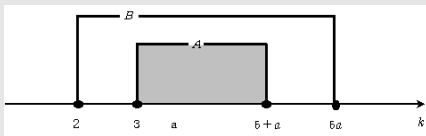
- ① 1 ② $\frac{8}{7}$ ③ $\frac{7}{6}$ ④ $\frac{5}{4}$ ⑤ $\frac{3}{2}$

해설

$3 \leq x+y \leq 5+a$, $2 \leq xy \leq 5a$ 이므로

$3 \leq x+y \leq 5+a$,

이때 $x+y$ 의 범위가 xy 의 범위 안에 포함되려면 다음 수직선에서



$5+a \leq 5a$ 이어야 하므로 $4a \geq 5$

$$\therefore a \geq \frac{5}{4}$$

3. 모든 실수 x 에 대하여 부등식 $k^2x + 1 > 2kx + k$ 가 성립할 때, k 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$k^2x + 1 > 2kx + k$ 에서

$(k^2 - 2k)x > k - 1,$

$k(k - 2)x > k - 1$

해가 모든 실수이므로

$k(k - 2) = 0, k - 1 < 0$ 이어야 한다.

$\therefore k = 0$

4. 연립부등식 $\begin{cases} 4x < x + 4 \\ 3x - 1 \leq 5x + 7 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 6 개

해설

$$\begin{aligned} \begin{cases} 4x < x + 4 \\ 3x - 1 \leq 5x + 7 \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} 3x < 4 \\ 3x - 5x \leq 7 + 1 \end{cases} \\ &\Rightarrow \begin{cases} x < \frac{4}{3} \\ x \geq -4 \end{cases} \end{aligned}$$

따라서 $-4 \leq x < \frac{4}{3}$ 를 만족하는 정수는 $-4, -3, -2, -1, 0, 1$ 의 6개이다.

5. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 11 < 5x + 7 \\ 3(x - 1) \leq 4(2 - x) + 2 \end{cases}$ 을 만족하는 x 의 값 중 가장

큰 정수를 A , 가장 작은 정수를 B 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하면?

① -5

② -4

③ -2

④ 0

⑤ 2

해설

i) $2x - 11 < 5x + 7$

$$\Rightarrow x > -6$$

ii) $3(x - 1) \leq 4(2 - x) + 2$

$$\Rightarrow 3x - 3 \leq 8 - 4x + 2$$

$$\Rightarrow 3x + 4x \leq 10 + 3$$

$$\Rightarrow x \leq \frac{13}{7}$$

$$-6 < x \leq \frac{13}{7} \text{ 이므로}$$

$$A = 1, B = -5$$

$$\therefore A + B = 1 + (-5) = -4$$

6. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$2x + 7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.

$a \leq x \leq 7$ 을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

7. 연립부등식 $\begin{cases} 10 - 2x \geq 3x \\ x - a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$

② $a \leq 2$

③ $a \geq 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $2 < a < 5$

해설

$$\begin{cases} 10 - 2x \geq 3x & \rightarrow 2 \geq x \\ x - a > -3 & \rightarrow x > a - 3 \end{cases}$$

$$a - 3 \geq 2$$

$$\therefore a \geq 5$$

8. 연속하는 세 홀수의 합이 45 보다 크고 55 보다 작을 때, 세 홀수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

▷ 정답 : 17

▷ 정답 : 19

해설

연속하는 세 홀수를 $x-2, x, x+2$ 라 하면

$$45 < (x-2) + x + (x+2) < 55$$

$$45 < 3x < 55$$

$$\rightarrow \begin{cases} 45 < 3x \\ 3x < 55 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > 15 \\ x < \frac{55}{3} \end{cases} \rightarrow 15 < x < \frac{55}{3}$$

$$\therefore x = 16, 17, 18$$

x 는 홀수이므로 17 이다.

따라서 세 홀수는 15, 17, 19 이다.

9. 다음 중 옳은 것으로 짝지어진 것은?

(가) $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$

(나) $\sqrt{a} > \sqrt{b}$ 이면 $a > b$

(다) $\frac{a}{b} > \frac{c}{d} > 0$ 이면 $ad > bc$

(라) $a > b > 0 > c > d$ 이면 $ad < bc$

① (가), (나)

② (나), (라)

③ (다), (라)

④ (나), (다)

⑤ (가), (다)

해설

(가) (반례) $a = 1, b = -2$ 일 때 성립하지 않음.

(나) 항상 성립함 ($a > 0, b \geq 0$)

(다) (반례) $a = -2, b = -1, c = 1, d = 1$ 일 때
성립하지 않음.

$$\text{또는 } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd} > 0 \text{에서}$$

$$bd > 0 \text{ 일 때, } ad - bc > 0 \quad \therefore ad > bc$$

$$bd < 0 \text{ 일 때, } ad - bc < 0 \quad \therefore ad < bc$$

$\therefore$ 성립하지 않음.

(라) $ad < 0, bc < 0$ 이므로 $|ad| > |bc|$ 에서 $ad < bc$

10. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, a, b, c 는 실수이다)

보기

㉠ $a > b$ 이면 $ac > bc$

㉡ $a > b$ 이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$

㉢ $a > b$ 이면 $\frac{c^2}{a} > \frac{c^2}{b}$

㉣ $a > b$ 이면 $a^2 > b^2$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠의 반례 : $a > b$ 이고 $c = 0$ 인 모든 실수 (거짓)

㉡. $a > b$ 이면 $\frac{a}{c^2} > \frac{b}{c^2}$ (참)

㉢의 반례 : $a > b$ 이고 $c = 0$ 인 모든 실수 (거짓)

㉣. $a > b$ 이고 $|a| < |b|$ 인 모든 실수 (거짓)

11. 부등식 $(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 일 때, 부등식 $ax + b > 0$ 의 해를 구하면?

① $x < -\frac{1}{2}$

② $x < -\frac{1}{3}$

③ $x > -\frac{1}{2}$

④ $x > -\frac{1}{3}$

⑤ $x > -1$

해설

$(a+b)x + (2a-b) > 0$ 의 해가 $x < -1$ 이려면

$a+b < 0$ ㉠

$-\frac{2a-b}{a+b} = -1$ ㉡

㉡에서 $a = 2b$ 이고 $a+b = 2b+b = 3b < 0$

$\therefore b < 0$

$ax+b > 0$ 에서 $2bx+b > 0$, $2bx > -b$

$b < 0$ 이므로 $x < -\frac{1}{2}$

12. 다음 부등식의 해집합을 S 라고 하면 $S = \{x \mid a < x \leq 6\}$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 2x - 8 < 5x + 4 \\ 3x + 4 \leq x - b \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 64

해설

$$2x - 8 < 5x + 4$$

$$3x > -12$$

$$x > -4$$

$$\therefore a = -4$$

$$3x + 4 \leq x - b$$

$$2x \leq -4 - b$$

$$x \leq \frac{-4 - b}{2}$$

$$\frac{-4 - b}{2} = 6$$

$$-4 - b = 12$$

$$\therefore b = -16$$

따라서 $ab = (-4) \times (-16) = 64$ 이다.

13. 연립부등식 $\begin{cases} 5x \geq 2x - 8 \\ \frac{3x-1}{2} \leq \frac{x+3}{3} + 2 \end{cases}$ 를 만족하는 가장 큰 정수 x 를

M , 가장 작은 정수 x 를 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$$\begin{cases} 5x \geq 2x - 8 & \dots \textcircled{㉠} \\ \frac{3x-1}{2} \leq \frac{x+3}{3} + 2 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠을 풀면 $x \geq -\frac{8}{3}$, ㉡을 풀면 $x \leq 3$

따라서, $-\frac{8}{3} \leq x \leq 3$ 이므로 $M = 3, m = -2$

$$\therefore M - m = 3 - (-2) = 5$$

14. 연립부등식을 풀어서 범위를 구했을 때, 가장 많은 자연수를 포함하는 연립부등식을 골라라.

$$\begin{aligned} \textcircled{㉠} & \begin{cases} \frac{2x-3}{5} < -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5} \\ 3.5x + 0.5 \geq -\frac{x+3}{2} \end{cases} \\ \textcircled{㉡} & \begin{cases} 0.3x + 1.4 \geq 0.2(x+5) \\ 4(0.2x - 1.3) < -0.5x \end{cases} \\ \textcircled{㉢} & \begin{cases} -\frac{5x+2}{3} < -2x \\ 2(x-1) > \frac{5x-9}{3} \end{cases} \\ \textcircled{㉣} & \begin{cases} -1.2(x-2) < 0.1x - 1.5 \\ 2(x-1) > \frac{x-9}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$$\textcircled{㉠} \begin{cases} \frac{2x-3}{5} < -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5} \\ 3.5x + 0.5 \geq -\frac{x+3}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2x-3 < -x+6 \\ 7x+1 \geq -x-3 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x < 3 \\ x \geq -\frac{1}{2} \end{cases}$$

$-\frac{1}{2} \leq x < 3$ 이므로 자연수는 1, 2 로 2 개

$$\textcircled{㉡} \begin{cases} 0.3x + 1.4 \geq 0.2(x+5) \\ 4(0.2x - 1.3) < -0.5x \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 3x + 14 \geq 2(x+5) \\ 4(2x - 13) < -5x \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x \geq -4 \\ x < 4 \end{cases}$$

$-4 \leq x < 4$ 이므로 자연수는 1, 2, 3 으로 3 개

$$\textcircled{㉢} \begin{cases} -\frac{5x+2}{3} < -2x \\ 2(x-1) > \frac{5x-9}{3} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -5x-2 < -6x \\ 6x-6 > 5x-9 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x > -3 \end{cases}$$

$-3 < x < 2$ 이므로 자연수는 1 로 1 개

$$\textcircled{㉣} \begin{cases} -1.2(x-2) < 0.1x - 1.5 \\ 2(x-1) > \frac{x-9}{2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -12(x-2) < x-15 \\ 4(x-1) > x-9 \end{cases} \rightarrow$$

$$\begin{cases} x > 3 \\ x > -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$x > 3$ 이므로 자연수는 무수히 많다.

15. 연립부등식 $-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$ 을 만족하는 가장 작은 정수와 가장 큰 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -10

해설

$$-4 + 5x < 3x - 7 \leq 4x + 1$$

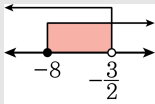
$$\Rightarrow \begin{cases} -4 + 5x < 3x - 7 \\ 3x - 7 \leq 4x + 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x < -\frac{3}{2} \\ x \geq -8 \end{cases}$$

가장 큰 정수 : -2

가장 작은 정수 : -8

$$\therefore (-2) + (-8) = -10$$



16. x 에 관한 연립부등식 $-1 \leq -\frac{1}{2}x - a \leq 3$ 의 해가 $-2 \leq x \leq 6$ 일 때, a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ -3

⑤ -2

해설

$$(i) -1 \leq -\frac{1}{2}x - a, x \leq -2a + 2$$

$$(ii) -\frac{1}{2}x - a \leq 3, x \geq -2a - 6$$

$-2a - 6 \leq x \leq -2a + 2$ 와 $-2 \leq x \leq 6$ 이 같으므로

$$-2a - 6 = -2, a = -2$$

$$-2a + 2 = 6, a = -2$$

$$\therefore a = -2$$

17. 연립부등식 $3x - 2 \leq 5x + 8 \leq 4x + a$ 의 해가 $b \leq x \leq 9$ 일 때, $a + b$ 의 값은? (단, a, b 는 상수)

① -6

② -4

③ 12

④ 14

⑤ 22

해설

$$3x - 2 \leq 5x + 8, 3x - 5x \leq 8 + 2, -2x \leq 10$$

$$\therefore x \geq -5$$

$$5x + 8 \leq 4x + a, 5x - 4x \leq a - 8$$

$$\therefore x \leq a - 8$$

$$-5 \leq x \leq a - 8$$

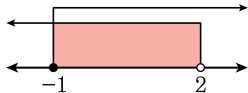
그런데 해가 $b \leq x \leq 9$ 이므로

$$b = -5, a - 8 = 9$$

$$\therefore a + b = 17 + (-5) = 12$$

18. 연립부등식

$$\begin{cases} 3x > 5x - 4 \\ 3x + a \geq 2x \end{cases}$$



의 해가 다음과 같을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

해는 $-1 \leq x < 2$ 이다.

$$\begin{cases} 3x > 5x - 4 \\ 3x + a \geq 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < 2 \\ x \geq -a \end{cases}$$

$$-a = -1 \quad \therefore a = 1$$

19. 연립부등식 $\begin{cases} x-4 > 5 \\ 3x-2 < a \end{cases}$ 의 해가 $9 < x < 14$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$x - 4 > 5$$

$$x > 9$$

$$3x - 2 < a$$

$$3x < a + 2$$

$$x < \frac{a+2}{3}$$

$$9 < x < \frac{a+2}{3} \text{ 가 } 9 < x < 14 \text{ 이므로}$$

$$\frac{a+2}{3} = 14$$

$$a + 2 = 42$$

$$\therefore a = 40$$

20. 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 9 < 6x \\ 4x + 12 > 8x + 12a \end{cases}$ 의 해가 존재하도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a < -2$

② $a > -2$

③ $a \leq -2$

④ $a < 2$

⑤ $a > 2$

해설

① $3x - 9 < 6x, x > -3$

② $4x + 12 > 8x + 12a, x < -3a + 3$

해가 존재하려면 $-3a + 3 > -3, a < 2$

21. 연속하는 세 자연수의 합이 66 보다 크고 70 보다 작을 때, 세 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 22

▷ 정답 : 23

▷ 정답 : 24

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라 하면

$$66 < (x-1) + x + (x+1) < 70$$

$$66 < 3x < 70$$

$$\rightarrow \begin{cases} 66 < 3x \\ 3x < 70 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x > \frac{22}{1} \\ x < \frac{70}{3} \end{cases} \rightarrow 22 < x < \frac{70}{3}$$

따라서 $x = 23$ 이므로 세 수는 22, 23, 24 이다.

22. 분모와 분자의 합이 55 인 기약분수를 소수로 고쳤더니 정수 부분은 0 이고, 소수 첫째 자리는 3 이었다. 이 기약분수를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{14}{41}$

▶ 정답 : $\frac{13}{42}$

해설

$$0.3 \leq \frac{55-x}{x} < 0.4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 0.3x \leq 55-x \\ 55-x < 0.4x \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \leq \frac{550}{13} \\ x > \frac{550}{14} \end{cases}$$

$$\frac{550}{14} < x \leq \frac{550}{13} \text{ 인 정수 : } x = 40, 41, 42$$

$x = 40$ 일 때 $\frac{15}{40}$ 이므로 기약분수가 아니다.

$$x = 41 \text{ 일 때 } \frac{14}{41}$$

$$x = 42 \text{ 일 때 } \frac{13}{42}$$

따라서 기약분수는 $\frac{14}{41}, \frac{13}{42}$ 이다.

23. 1 개에 1600 원하는 열쇠 고리와 1 개에 2,000 원 하는 핸드폰 줄을 합쳐서 20 개를 사려고 한다. 전체 가격이 34000 원 보다 크고 35000 원 보다 작게 하려고 할 때, 열쇠 고리는 최대 몇 개를 사야 하는지 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 14 개

해설

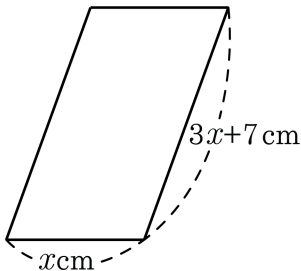
열쇠 고리의 수를 x 개라고 하면 핸드폰 줄의 수는 $(20 - x)$ 개이다. 따라서 열쇠 고리를 x 개 사고 핸드폰 줄을 $(20 - x)$ 개 샀을 때의 전체 가격은 $1600x + 2000(20 - x)$ 이다. 전체 가격이 34,000 원 보다 크고 35,000 원 보다 작으므로 $34000 < 1600x + 2000(20 - x) < 35000$ 이다. 이를 연립 부등식으로 나

타내면,
$$\begin{cases} 1600x + 2000(20 - x) > 34000 \\ 1600x + 2000(20 - x) < 35000 \end{cases}$$
 이므로 간단히 하면,

$$\begin{cases} x < 15 \\ x > \frac{50}{4} \end{cases}$$
 이다. 따라서 $\frac{25}{2} < x < 15$ 이고, $\frac{25}{2} = 12.5$ 이므로,

열쇠 고리는 13 개 또는 14 개를 사야 한다.
따라서 최대 14 개를 사야 한다.

24. 다음과 같은 평생사변형 모양의 상자를 만드는 데, 세로의 길이가 가로의 길이의 3 배 보다 7 cm 더 길게 하고, 둘레의 길이를 120cm 초과 150cm 이하로 만들려고 할 때, 가로의 길이가 될 수 없는 것은?



- ① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

둘레의 길이는 $2x + 2(3x + 7)$ 임으로, $120 < 8x + 14 \leq 150$ 이다.
 $120 < 8x + 14 \leq 150$ 를 연립부등식으로 나타내면

$$\begin{cases} 120 < 8x + 14 \\ 8x + 14 \leq 150 \end{cases} \quad \text{이다. 간단히 하면} \quad \begin{cases} x > \frac{106}{8} \\ x \leq \frac{136}{8} \end{cases} \quad \text{이다. 따}$$

라서 x 의 범위는 $\frac{53}{4} < x \leq 17$ 이다. 그럼으로 가로의 길이는

$\frac{53}{4} < x \leq 17$ 이다. $\frac{53}{4} = 13.25$ 이므로 13 은 x 가 될 수 없다.

25. 8% 설탕물 100 g 이 있다. 이 설탕물에서 물을 증발시켜 농도를 15% 이상 20% 이하로 만들려고 한다. 이 때 증발시켜야 하는 물의 양이 아닌 것은?

- ① 45 g ② 48 g ③ 50 g ④ 55 g ⑤ 60 g

해설

8% 의 소금물 100 g 의 소금의 양은

$$\frac{8}{100} \times 100 = 8(\text{g}) \text{ 이다.}$$

따라서 물 x g 을 증발시켰을 때의 농도를 나타내면 $\frac{8}{100-x} \times 100$ 이다.

이 값이 15% 이상 20% 이하 이므로,

$$15 \leq \frac{8}{100-x} \times 100 \leq 20 \text{ 이고,}$$

이를 연립방정식으로 나타내면

$$\begin{cases} 15 \leq \frac{8}{100-x} \times 100 \\ \frac{8}{100-x} \times 100 \leq 20 \end{cases}$$

이다. 간단히 나타내면

$$\begin{cases} x \geq \frac{140}{3} \\ x \leq 60 \end{cases}$$

이다. 따라서 x 의 범위는 $\frac{140}{3} \leq x \leq 60$ 이다.

26. 규진이는 지금까지 본 세 번의 수학시험에서 각각 92 점, 83 점, 89 점
을 받았다. 네 번까지 치른 시험점수의 평균이 85 점 이상 91 점 이하가
되게 하려면 네 번째 시험에서 몇 점 이상을 받아야 하는지 구하여라.
(단, 수학시험은 100 점 만점이다.)

▶ 답 : 점

▷ 정답 : 76점

해설

$$85 \leq \frac{92 + 83 + 89 + x}{4} \leq 91$$

$$85 \times 4 \leq 92 + 83 + 89 + x \leq 91 \times 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 340 \leq 264 + x \\ 264 + x \leq 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -x \leq 264 - 340 \\ 264 + x \leq 364 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 76 \\ x \leq 100 \end{cases}$$

$$\therefore 76 \leq x \leq 100$$

27. 부등식 $|x+1|+|x-2|+1 < x+4$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$|x+1|+|x-2|+1 < x+4$$

i) $x < -1$

$$-x-1-x+2+1 < x+4, x > -\frac{2}{3}$$

공통범위 없음

ii) $-1 \leq x < 2$

$$x+1-x+2+1 < x+4, x > 0$$

$$\text{공통범위 : } 0 < x < 2 \rightarrow \text{정수 : } 1$$

iii) $x \geq 2$

$$x+1+x-2+1 < x+4, x < 4$$

$$\text{공통범위 : } 2 \leq x < 4 \rightarrow \text{정수} = 2, 3$$

$\therefore$ 정수 x 의 개수 : 1, 2, 3으로 3개

28. 부등식 $|x+1|+|x-2|<5$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

$$|x+1|+|x-2|<5$$

구간을 나누어 부등식을 풀어보면

i) $x < -1$ 일 때

$$-x-1-x+2<5$$

$$x>-2$$

$\therefore -2 < x < -1$: 정수 없음

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때

$$x+1-x+2<5$$

$2 < 5$: 항상 성립

$\therefore -1 \leq x < 2$: 정수 $-1, 0, 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$x+1+x-2<5$$

$$x<3$$

$\therefore 2 \leq x < 3$: 정수 2

만족하는 정수 $-1, 0, 1, 2$ 이므로 4개

29. 부등식 $|x - 1| + |x + 2| < 5$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하면?

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

i) $x < -2$ 일때

$$-(x - 1) - (x + 2) < 5$$

$$-2x < 6, x > -3 \therefore -3 < x < -2 : \text{정수 없음}$$

ii) $-2 \leq x < 1$ 일때

$$-(x - 1) + x + 2 < 5$$

$$3 < 5 \text{ 항상 성립 } \therefore -2 \leq x < 1 : \text{정수 } -2, -1, 0$$

iii) $x \geq 1$ 일때

$$x - 1 + x + 2 < 5$$

$$2x < 4, x < 2 \therefore 1 \leq x < 2 : \text{정수 } 1$$

$\therefore$ 정수 x 의 개수 : 4개 $(-2, -1, 0, 1)$

30. 부등식 $2|x-1|-|x-2|<1$ 해는 $\alpha < x < \beta$ 이다. 이 때, $\alpha\beta$ 의 값은?

① $-\frac{8}{3}$

② $-\frac{5}{3}$

③ $-\frac{3}{3}$

④ $-\frac{3}{3}$

⑤ $-\frac{9}{3}$

해설

i) $x < 1$ 일 때

$$-2(x-1) + (x-2) < 1$$

$$x > -1 \quad \therefore \text{공통부분은 } -1 < x < 1$$

ii) $1 \leq x < 2$ 일 때

$$2(x-1) + (x-2) < 1$$

$$x < \frac{5}{3}$$

$$\therefore \text{공통부분은 } 1 \leq x < \frac{5}{3}$$

iii) $x \geq 2$ 일 때

$$2(x-1) - (x-2) < 1$$

$$x < 1 \quad \therefore \text{공통부분은 없음}$$

i), ii), iii)을 모두 합하면 $-1 < x < \frac{5}{3}$

$$\therefore \alpha\beta = -\frac{5}{3}$$

31. 부등식 $|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x < 1$

해설

$|x + 1| < 1 + |2 - x|$ 에서

i) $x < -1$ 일 때,

$$-(x + 1) < 1 + (2 - x)$$

$\therefore -1 < 3$ 이므로 성립

$$\therefore x < -1$$

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 + 2 - x$$

$$\therefore 2x < 2$$

$$\therefore x < 1$$

조건과 공통 범위를 구하면 $-1 \leq x < 1$

iii) $x \geq 2$ 일 때,

$$x + 1 < 1 - (2 - x)$$

$\therefore 1 < -1$ 이므로 모순

i), ii), iii)에서 구하는 부등식의 해는 $x < 1$

32. 부등식 $|2x - 1| < 8 - x$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 7개

② 8개

③ 9개

④ 10개

⑤ 11개

해설

$$(i) 8 - x > 0 \therefore x < 8$$

$$(ii) |2x - 1| < 8 - x \text{에서 } -8 + x < 2x - 1 < 8 - x$$

$$-8 + x < 2x - 1 \text{에서 } -x < 7, x > -7$$

$$2x - 1 < 8 - x \text{에서 } 3x < 9, x < 3$$

$$\therefore -7 < x < 3$$

33. 부등식 $2|x - 3| \leq x$ 를 만족시키는 정수 x 의 개수는?

① 3개

② 4개

③ 5개

④ 6개

⑤ 7개

해설

(i) $x < 3$ 일 때

$$2(-x + 3) \leq x, \quad -3x \leq -6 \quad \therefore x \geq 2$$

그런데 $x < 3$ 이므로 $2 \leq x < 3$

(ii) $x \geq 3$ 일 때

$$2(x - 3) \leq x \quad \therefore x \leq 6$$

그런데 $x \geq 3$ 이므로 $3 \leq x \leq 6$

(i), (ii)에서 $2 \leq x \leq 6$

$\therefore$ 정수의 개수는 $6 - 2 + 1 = 5$ (개)

34. 부등식 $|x - 1| \leq 3x - 1$ 의 해를 바르게 구한 것은?

① $x > 0$

② $x \geq 0$

③ $x \geq \frac{1}{2}$

④ $x \geq 1$

⑤ $0 \leq x \leq \frac{1}{2}$

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때

$x - 1 \leq 3x - 1$, $2x \geq 0$ 이므로 $x \geq 0 \therefore$ 조건과의 공통범위는
 $x \geq 1$

(ii) $x < 1$ 일 때

$$-(x - 1) \leq 3x - 1, 4x \geq 2, x \geq \frac{1}{2}$$

$\therefore$ 조건과의 공통범위는 $\frac{1}{2} \leq x < 1$

(i), (ii)에서 $x \geq \frac{1}{2}$

35. 부등식 $|x-1|+|x+2|<5$ 의 해가 $a < x < b$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 1

해설

$|x-1|+|x+2|<5$ 에서

i) $x < -2$ 일 때,

$$-(x-1)-(x+2)<5 \quad \therefore -2x<6 \quad \therefore x>-3$$

곧, $x < -2$ 일 때, $x > -3$

$$\therefore -3 < x < -2 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$

ii) $-2 \leq x < 1$ 일 때,

$$-(x-1)+(x+2)<5 \quad \therefore -0 \cdot x < 2$$

이 부등식은 항상 성립하므로

$$-2 \leq x < 1 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$(x-1)+(x+2)<5 \quad \therefore 2x<4 \quad \therefore x<2$$

곧, $x \geq 1$ 일 때, $x < 2$

$$\therefore 1 \leq x < 2 \cdots \cdots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡, ㉢으로부터 $-3 < x < 2$ 이므로

$$a = -3, b = 2$$

$$\therefore a+b = -1$$

36. 부등식 $\left| \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \right| \leq 1$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하면?

① 13개

② 9개

③ 6개

④ 4개

⑤ 2개

해설

$$-1 \leq \frac{1}{2} - \frac{1}{3}x \leq 1$$

$$-6 \leq 3 - 2x \leq 6$$

$$-9 \leq -2x \leq 3$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{9}{2}$$

그런데 x 는 자연수 이므로 1, 2, 3, 4이다.

37. $|x - a| < 2$ 가 $-3 \leq x < 2$ 에 완전히 포함된다고 할 때, 정수 a 의 가 될 수 있는 수들의 합은?

① -2

② -1

③ 0

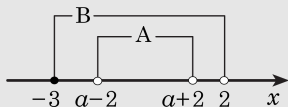
④ 1

⑤ 2

해설

$$|x - a| < 2 \Leftrightarrow -2 < x - a < 2 \Leftrightarrow a - 2 < x < a + 2$$

다음 그림에서



$$-3 \leq a - 2, a + 2 \leq 2$$

$$\therefore -1 \leq a \leq 0$$

따라서 위의 부등식을 만족하는 정수 a 의 값은 -1, 0이고, 그 합은 -1이다.

38. 부등식 $x^2 - 5|x| + 4 \leq 0$ 을 만족시키는 정수 x 의 개수를 구하면?

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$(i) \quad x > 0$$

$$x^2 - 5x + 4 \leq 0$$

$$(x-1)(x-4) \leq 0$$

$$\Rightarrow 1 \leq x \leq 4$$

$$(ii) \quad x < 0$$

$$x^2 + 5x + 4 \leq 0$$

$$(x+1)(x+4) \leq 0$$

$$\Rightarrow -4 \leq x \leq -1$$

$\therefore$ 정수의 개수 : 8개

39. $k(x^2 - 4x + 1) < 2x$ 가 모든 실수에 대해 성립하도록 하는 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $k < -\frac{1}{3}$

② $k < 0$

③ $k > -1$

④ $-\frac{1}{3} < k < 0$

⑤ $-1 < k < -\frac{1}{3}$

해설

$$kx^2 - 4kx + k - 2x < 0$$

$$\Rightarrow kx^2 - 2(2k + 1)x + k < 0$$

모든 실수에 대해 성립하므로 $k < 0, D < 0$

$$\frac{D}{4} = (2k + 1)^2 - k^2 < 0$$

$$3k^2 + 4k + 1 < 0, (3k + 1)(k + 1) < 0$$

$$\therefore -1 < k < -\frac{1}{3}$$

40. 부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-\frac{1}{3} < x < 1$ 일 때, $cx^2 + bx + a < 0$ 의 해를 구하면?

① $-\frac{1}{2} < x < 1$

② $-3 < x < 2$

③ $-3 < x < \frac{1}{2}$

④ $-2 < x < 1$

⑤ $-3 < x < 1$

해설

㉠ $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-\frac{1}{3} < x < 1$ 이면

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} < 0 \quad (a < 0)$$

$$\Leftrightarrow (x + \frac{1}{3})(x - 1) < 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{1}{3} < 0$$

$$\therefore \frac{b}{a} = -\frac{2}{3}, \frac{c}{a} = -\frac{1}{3}$$

㉡ $cx^2 + bx + a < 0$ 에서 양변을 a 로 나누면

$$\frac{c}{a}x^2 + \frac{b}{a}x + 1 > 0, -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 1 > 0$$

$$x^2 + 2x - 3 < 0, (x + 3)(x - 1) < 0$$

$$\therefore -3 < x < 1$$

41. 연립부등식 $A : 5(x + 2) \leq 26 + x$, $B : 1 - x < 3(2x + 1)$, $C : 3x - 5 < -(x + 1)$ 에 대하여 해를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{2}{7} < x < 1$

해설

$$A : 5(x + 2) \leq 26 + x \Rightarrow x \leq 4$$

$$B : 1 - x < 3(2x + 1) \Rightarrow x > -\frac{2}{7}$$

$$C : 3x - 5 < -(x + 1) \Rightarrow x < 1$$

$$\therefore -\frac{2}{7} < x < 1$$

42. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \end{cases}$$

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 2 개

해설

$$\frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \text{의 양변에 } 6 \text{을 곱하면 } 2(2x+4) \geq 3(x-2) - 6x,$$

$$4x+8 \geq 3x-6-6x,$$

$$x \geq -2$$

$$0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \text{의 양변에 } 10 \text{을 곱하면 } 3(2x-3) \leq 2(x+6) + 3,$$

$$6x-9 \leq 2x+12+3,$$

$$x \leq 6$$

$$1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \text{의 양변에 } 10 \text{을 곱하면}$$

$$12x - 5 < 8x + 6,$$

$$4x < 11,$$

$$x < \frac{11}{4}$$

연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 1, 2의 2개이다.

43. x 가 양이 아닌 정수일 때, $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$ 의 해의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 9 개

해설

i) $0.2x - 3 < \frac{1}{2}x - \frac{3}{10}$ 의 양변에 10을 곱하면

$$2x - 30 < 5x - 3$$

$$-3x < 27$$

$$x > -9$$

ii) $\frac{1}{2}x - \frac{3}{10} \leq 3 - 0.6x$ 의 양변에 10을 곱하면

$$5x - 3 \leq 30 - 6x$$

$$11x \leq 33$$

$$x \leq 3$$

부등식의 해는 $-9 < x \leq 3$, x 가 양이 아닌 정수이므로 $-8, -7, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0$ 의 9 개이다.

44. 다음 중 옳은 것은 모두 몇 개인가?

- ㉠ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x < b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ㉡ $a \geq b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x > b \end{cases}$ 의 해는 $x > a$ 이다.
- ㉢ $a > b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x > a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ㉣ $a < b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases}$ 의 해는 없다.
- ㉤ $a = b$ 일 때, 연립부등식 $\begin{cases} x \geq a \\ x \leq b \end{cases}$ 의 해는 1개이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

㉠, ㉡, ㉢, ㉤은 모두 옳다.

㉣ $a < b$ 의 양변에 -1 을 곱하면 $-a > -b$

$-a > -b$ 의 양변에 같은 수 1 을 더하면 $1 - a > 1 - b$

$$\begin{cases} x < -a + 1 \\ x - 1 > -b \end{cases} \quad \text{을 정리하면} \quad \begin{cases} x < -a + 1 \\ x > -b + 1 \end{cases}$$

그런데 위에서 $1 - b < 1 - a$ 가 성립되었기 때문에 $-b + 1 < x < -a + 1$ 이 성립한다.

따라서 해가 있다.

45. 연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$ 의 해가 $-2 \leq x < 1$ 일 때, 상수 a 의 값은?

① $\frac{7}{2}$

② 3

③ 1

④ $-\frac{1}{2}$

⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

연립부등식 $\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} \leq a$ 를

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2} & \dots \textcircled{㉠} \\ \frac{5-x}{2} \leq a & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

으로 바꾸어 연립부등식의 해를 구한다.

①을 풀면

$$\frac{2x+4}{3} < \frac{5-x}{2}, 4x+8 < 15-3x, 7x < 7$$

$$\therefore x < 1 \dots (\text{i})$$

$$\textcircled{㉡} \text{을 풀면 } \frac{5-x}{2} \leq a, 5-x \leq 2a$$

$$\therefore x \geq 5-2a \dots (\text{ii})$$

(i), (ii)를 모두 만족시키는 x 의 범위는 $5-2a \leq x < 1$ 이다.

연립부등식의 해가 $-2 \leq x < 1$ 이므로 $5-2a = -2$

$$\therefore a = \frac{7}{2}$$

46. 1 개에 700 원 하는 콜라와 1 개에 600 원 하는 사이다를 합해서 20 개를 사려고 한다. 콜라를 사이다 보다 많이 사고 전체 금액이 13,500 원 이하가 되도록 하려고 한다. 콜라를 최소 a 개 살 수 있고, 최대 b 개 살 수 있다고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b = 26$

해설

콜라의 개수를 x 개라고 놓으면 사이다의 개수는 $(20 - x)$ 개이다. 콜라를 사이다 보다 많이 사게 되면 $x > 20 - x$ 이다.

콜라와 사이다를 샀을 때 전체 금액을 식으로 나타내면, $700x + 600(20 - x)$ 이다. 또 전체 금액은 13,500 원 이하가 되어야 하기 때문에 $700x + 600(20 - x) \leq 13500$ 이다.

위의 두 부등식을 이용하여 연립방정식을 만들면

$$\begin{cases} x > 20 - x \\ 700x + 600(20 - x) \leq 13500 \end{cases} \quad \text{이다.} \quad \text{이를 간단히 하면}$$

$$\begin{cases} x > 10 \\ x \leq 15 \end{cases} \quad \text{이다. 따라서 } 10 < x \leq 15 \text{ 이다. 그러므로 콜라}$$

는 최소로 11 개, 최대로 15 개 살 수 있다. 따라서 $a = 11$, $b = 15$ 이다.

따라서 $a + b = 11 + 15 = 26$ 이다.

47. 구슬을 보관함 1상자당 구슬을 4 개씩 넣으면 구슬이 5 개가 남고, 구슬을 5 개씩 넣으면 모두 넣을 수 있지만 마지막 보관함에는 구슬이 2 개 이상 4 개 이하가 들어간다. 보관함의 개수로 가능한 것의 개수로 틀린 것을 모두 고르면?

① 4 상자

② 5 상자

③ 6 상자

④ 7 상자

⑤ 8 상자

해설

보관함 x 상자가 있다고 하면, 구슬의 수는 $(4x + 5)$ 개 이다. 구슬을 5 개씩 넣을 경우 $x - 1$ 개 까지는 5 개씩 들어가 있지만 마지막 보관함에는 2 개 이상 4 개 이하가 들어가게 된다. 2 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면, $5(x - 1) + 2$ 이고, 4 개가 들어갈 경우를 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 4$ 이다. 구슬의 수는 보관함에 5 개씩 넣고 마지막 보관함에 2 개가 들어있는 경우와 4 개가 들어있는 경우 사이에 있으므로, 식으로 나타내면 $5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4$ 이다. 이를 연립부등식으로

$$\text{나타내면 } \begin{cases} 5(x - 1) + 2 \leq 4x + 5 \\ 4x + 5 \leq 5(x - 1) + 4 \end{cases} \quad \text{이다.}$$

$$\text{간단히 정리하면 } \begin{cases} x \leq 8 \\ x \geq 6 \end{cases} \quad \text{이므로 연립부등식의 해는 } 6 \leq x \leq 8$$

이다. 따라서 보관함은 6상자 또는 7상자 또는 8상자가 있다.

48. <보기> x 에 대한 부등식 $ax^2 + 4ax + 5a > 0$ 의 설명으로 옳은 것은 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $a > 0$ 일 때 해는 모든 실수이다.
㉡ $a = 0$ 일 때 해는 $x = 0$ 뿐이다.
㉢ $a < 0$ 일 때 해는 없다.

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$ax^2 + 4ax + 5a > 0$ 에서

$a(x^2 + 4x + 5) > 0$, $a\{(x+2)^2 + 1\} > 0$

㉠ $a > 0$ 일 때 $(x+2)^2 + 1 > 0 \therefore$ 모든 실수

㉡ $a = 0$ 일 때 $0 \cdot \{(x+2)^2 + 1\} > 0 \therefore$ 해는 없다.

㉢ $a < 0$ 일 때 $(x+2)^2 + 1 < 0 \therefore$ 해는 없다.

49. 이차방정식 $2x^2 + 2kx + k + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖고, 이차부등식 $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 가 절대부등식이 되기 위한 실수 k 값의 범위를 구하면?

- ① $1 - \sqrt{5} < k < 1 + \sqrt{5}$
 ② $1 - \sqrt{5} \leq k \leq 1 + \sqrt{5}$
 ③ $-2 < k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k < 6$
 ④ $-2 \leq k < 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} < k \leq 6$
 ⑤ $-2 < k \leq 1 - \sqrt{5}$ 또는 $1 + \sqrt{5} \leq k < 6$

해설

i) 서로 다른 두 실근을 가지려면,

$$D' = k^2 - (2k + 4) > 0 \text{ 이므로}$$

$$k^2 - 2k - 4 > 0$$

$$k < 1 - \sqrt{5} \text{ 또는 } k > 1 + \sqrt{5} \quad \dots \text{ ①}$$

ii) $x^2 - kx + k + 3 \geq 0$ 이 절대부등식이 되려면

$$D = k^2 - 4(k + 3) \leq 0 \text{ 이므로 } (k + 2)(k - 6) \leq 0$$

$$-2 \leq k \leq 6 \quad \dots \text{ ②}$$

①, ②의 공통범위는

$$-2 \leq k < 1 - \sqrt{5} \text{ 또는 } 1 + \sqrt{5} < k \leq 6$$

50. 좌표평면 위에서 모든 실수 x 에 대하여 직선 $y = 2(kx + 1)$ 이 곡선 $y = -(x - 2)^2 + 1$ 보다 항상 위쪽에 있도록 실수 k 의 값을 정할 때, 다음 중 k 의 값의 범위에 속하지 않는 것은?

① 1

② 2

③ 3

④ 0

⑤ -1

해설

임의의 실수 x 에 대하여

$$\text{부등식 } 2(kx + 1) > -(x - 2)^2 + 1 \cdots \text{㉠}$$

이 항상 성립하도록 k 의 값을 정하면 된다.

㉠식을 정리하면

$$x^2 + 2(k - 2)x + 5 > 0$$

㉡식이 항상 성립하기 위하여

$$\frac{D}{4} = (k - 2)^2 - 5 < 0$$

$$\Rightarrow k^2 - 4k - 1 < 0$$

$$\therefore 2 - \sqrt{5} < k < 2 + \sqrt{5}$$

이 때, 0, 1, 2, 3 은 k 의 값의 범위에 속하나
-1 은 속하지 않는다.