

1. 이차방정식 $x^2 + (a+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 갖도록 하는 모든 실수 a 의 값의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지려면

$D = (a+2)^2 - 4 = 0$ 이므로

$a^2 + 4a + 4 - 4 = a^2 + 4a = 0$

따라서 $a = 0$ 또는 $a = -4$

따라서 상수 a 의 값의 합은 -4

2. 방정식 $(k^2 - 3)x + 1 = -k(2x - 1)$ 에 대하여 해가 무수히 많이 존재하기 위한 k 의 값을 k_1 , 해가 존재하지 않기 위한 k 의 값을 k_2 라 할 때, $k_1 + k_2$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 3 ③ -3 ④ 1 ⑤ -2

해설

$$(k^2 + 2k - 3)x = k - 1, \quad (k - 1)(k + 3)x = k - 1$$

$k = 1$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ (부정)

$$\therefore k_1 = 1$$

$k = -3$ 일 때, $0 \cdot x = -4$ (불능)

$$\therefore k_2 = -3$$

$$\therefore k_1 + k_2 = -2$$

3. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 해가 3 또는 b 라 할 때, 상수 a , b 의 합 $a + b$ 의 값은?

① 8

② 10

③ 12

④ 14

⑤ 16

해설

$x = 3$ 이 $x^2 + 2x + a = 0$ 의 근이므로

$$3^2 + 2 \cdot 3 - a = 0 \quad \therefore a = 15$$

$\therefore a = 15$ 를 주어진 방정식에 대입하면

$$x^2 + 2x - 15 = 0, (x + 5)(x - 3) = 0$$

따라서 $x = -5$ 또는 $x = 3$ 이므로 $b = -5$

$$\therefore a + b = 15 + (-5) = 10$$

4. 복소수 $z = \frac{2}{1+i}$ 에 대하여 $z^3 - 2z^2 + 2z + 5$ 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} z &= \frac{2}{1+i} = 1-i \\ z^2 &= -2i, \quad z^3 = -2-2i \\ \therefore z^3 - 2z^2 + 2z + 5 \\ &= (-2i-2) - 2(-2i) + 2(1-i) + 5 \\ &= 5 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} z = 1-i &\Rightarrow z-1 = -i \\ &\Rightarrow z^2 - 2z + 1 = -1 \\ &\Rightarrow z^2 - 2z + 2 = 0 \\ z^3 - 2z^2 + 2z + 5 &= z(z^2 - 2z + 2) + 5 = 5 \end{aligned}$$

5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (a-2)x + a^2 + a + 2 = 0$ 의 두 실근을 α, β 라 한다. 이 때, $(\alpha+1)(\beta+1)$ 의 최댓값을 구하면?

① 3

② 2

③ 1

④ 0

⑤ -1

해설

α, β 는 실수이므로

$$D = (a-2)^2 - 4(a^2 + a + 2) \geq 0$$

$$\therefore -2 \leq a \leq -\frac{2}{3}$$

$$\alpha + \beta = a - 2, \alpha\beta = a^2 + a + 2$$

$$\begin{aligned}(\alpha+1)(\beta+1) &= \alpha\beta + \alpha + \beta + 1 \\ &= a^2 + a + 2 + a - 2 + 1 \\ &= (a+1)^2\end{aligned}$$

$$\therefore a = -2 \text{ 일 때 최댓값 } (-2+1)^2 = 1$$