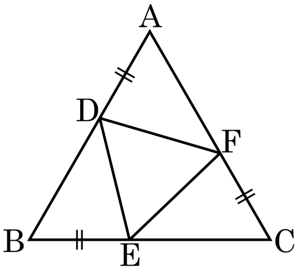
1. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이고 $\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF}$ 일 때, $\triangle DEF$ 는 어떤 삼각형인지 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 정삼각형

해설

$\overline{AD} = \overline{BE} = \overline{CF} \cdots$ ㉠

$\overline{AF} = \overline{DB} = \overline{EC} \cdots$ ㉡

$\angle DAF = \angle DBE = \angle ECF = 60° \cdots$ ㉢

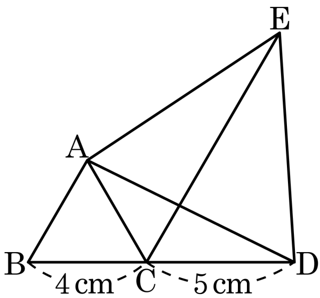
㉠, ㉡, ㉢ 에서

$\triangle ADF \equiv \triangle BED \equiv \triangle CFE$(SAS합동) 이므로

$\overline{FD} = \overline{DE} = \overline{EF}$

$\therefore \triangle DEF$ 는 정삼각형

2. 아래 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 변 BC 의 연장선 위에 점 D 를 잡고 $\overline{AD}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ADE 를 그린다. $\overline{BC} = 4\text{cm}$,$\overline{CD} = 5\text{cm}$ 일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{BD} = \overline{CE}$

② $\angle AEC = \angle ADB$

③ $\angle BAD = \angle CAE$

④ $\triangle ACD \equiv \triangle ACE$

⑤ $\triangle ABD \equiv \triangle ACE$

해설

$\overline{AB} = \overline{AC}$ ($\because$ 정삼각형)

$\angle BAD = \angle CAE$

($\because \angle BAD = \angle CAE = 60^\circ + \angle DAC$)

$\overline{AD} = \overline{AE}$ ($\because$ 정삼각형)

$\therefore \triangle ABD \equiv \triangle ACE$ (SAS 합동)

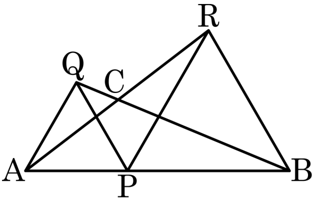
합동이면 대응하는 변의 길이와 각의 크기는 같으므로

①$\overline{BD} = \overline{CE}$

②$\angle AEC = \angle ADB$

③ $\triangle BAD \equiv \triangle CAE$

3. 다음 그림에서 $\triangle APQ$, $\triangle BPR$ 는 정삼각형이고, $\overline{AR}$ 와 $\overline{BQ}$ 의 교점이 C 일 때 다음 설명 중 옳은 것을 고르면?



① $\triangle APQ \equiv \triangle BPR$ (SAS 합동)

② $\triangle APR \equiv \triangle QPB$ (ASA 합동)

③ $\angle QPR = 120°$

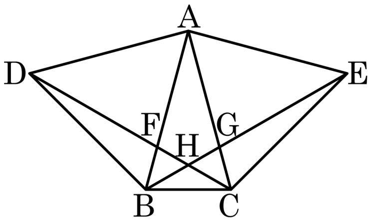
④ $\angle PQB = \angle PAR$

⑤ $\angle APR = \angle QPB = 60°$

해설

$\triangle APR$ 와 $\triangle QPB$ 에서
$\overline{AP} = \overline{QP}$, $\overline{PR} = \overline{PB}$,
$\angle APR = \angle QPB = 120°$ 이므로
$\triangle APR \equiv \triangle QPB$ (SAS 합동)

4. 다음 그림은 $\overline{AB}=\overline{AC}$, $\angle A=30^\circ$ 인 이등변삼각형의 $\overline{AB}$ 와 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정삼각형 ABD 와 ACE 를 그린 것이다. $\angle DBC$ 의 크기를 구하면?



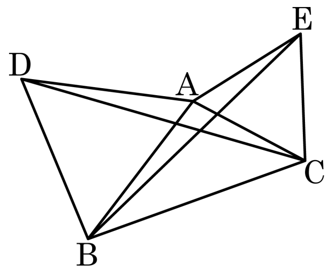
① 100° ② 110° ③ 115° ④ 120° ⑤ 135°

해설

$\angle ABC=\angle ACB=75^\circ$

$\therefore\ \angle DBC=\angle DBA+\angle ABC=60^\circ+75^\circ=135^\circ$

5. 삼각형 ABC의 두 변 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$를 각각 한 변으로 하는 정삼각형 DBA와 ACE를 그렸을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{DC} = \overline{BE}$　　② $\overline{AB} = \overline{AC}$

③ $\angle DAC = \angle BAE$　　④ $\angle ACD = \angle AEB$

⑤ $\triangle ADC \equiv \triangle ABE$

해설

$\triangle ADC$ 와 $\triangle ABE$ 에서

$\overline{AD} = \overline{AB} \cdots$ ㉠

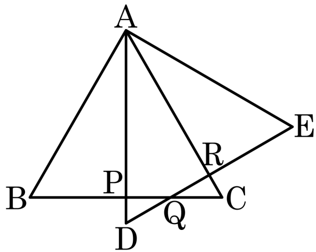
$\overline{AC} = \overline{AE} \cdots$ ㉡

$\angle DAC = \angle BAE \cdots$ ㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해

$\triangle ACD \equiv \triangle AEB$ (SAS 합동)

6. 다음 그림은 합동인 두 정삼각형 ABC, ADE 를 겹쳐 놓은 것이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\angle\mathrm{ABP} = \angle\mathrm{AER}$ ② $\angle\mathrm{APB} = \angle\mathrm{ARE}$

③ $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{AR}}$ ④ $\overline{\mathrm{PQ}} = \overline{\mathrm{QC}}$

⑤ $\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{RE}}$

해설

$\angle\mathrm{BAC} = \angle\mathrm{BAP} + \angle\mathrm{PAC} = 60°$

$\angle\mathrm{DAE} = \angle\mathrm{DAR} + \angle\mathrm{RAE} = 60°$ 이므로

$\angle\mathrm{BAP} = \angle\mathrm{RAE}$ ($\because$ $\angle\mathrm{PAC} = \angle\mathrm{DAR}$) $\cdots$㉠

$\angle\mathrm{ABP} = \angle\mathrm{AER} = 60°$ $\cdots$㉡

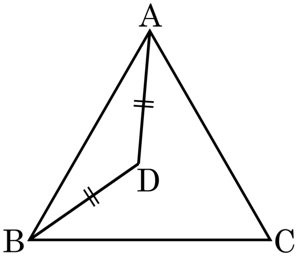
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AE}}$ $\cdots$㉢

㉠, ㉡, ㉢에 의해

$\triangle\mathrm{ABP} \equiv \triangle\mathrm{AER}$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{AR}}$, $\overline{\mathrm{BP}} = \overline{\mathrm{ER}}$ 이다.

7. 다음 그림과 같은 정삼각형 ABC 에서 $\overline{AD} = \overline{DB}$ 일 때, $\angle ACD$ 의 크기를 구하여라.



▶ **답 :** $\underline{\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad\quad ^\circ}$

▷ **정답 :** $\underline{30^\circ}$

해설

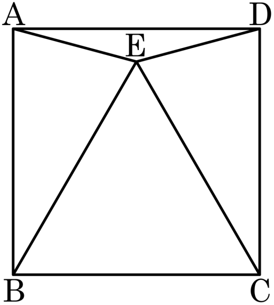
$\triangle BCD$ 와 $\triangle ACD$ 에서

$\overline{BC} = \overline{AC}$, $\overline{BD} = \overline{AD}$, $\overline{CD}$ 는 공통이므로

$\triangle BCD \equiv \triangle ACD$ (SSS 합동)

$\therefore \angle ACD = \angle BCD = \dfrac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ$

8. 다음 그림에서 □ABCD 가 정사각형이고 △EBC 가 정삼각형이면 △EAB ≡ △EDC 이다. 이 때, 사용된 삼각형의 합동조건은?



① SSS 합동　② SAS 합동　③ ASA 합동
④ AAA 합동　⑤ RHS 합동

해설

□ABCD 가 정사각형이므로 $\overline{AB} = \overline{DC}$

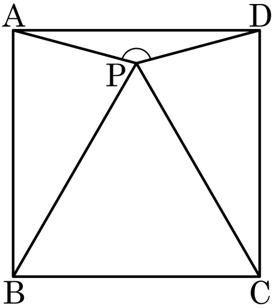
△EBC 가 정삼각형이므로 $\overline{EB} = \overline{EC}$, $\angle EBC = \angle ECB = 60°$

따라서 $\angle ABE = 90° - \angle EBC = 30°$

$\angle DCE = 90° - \angle ECB = 30°$

따라서 SAS 합동이다.

9. 다음 그림에서 □ABCD 가 정사각형이고 △PBC 가 정삼각형이다. ∠APD 의 크기로 알맞은 것은?



① 110° ② 120° ③ 130° ④ 140° ⑤ 150°

해설

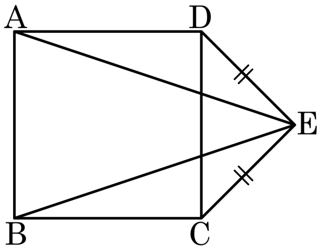
$\overline{AB} = \overline{BP} = \overline{PC} = \overline{DC}$ 이므로 △ABP 와 △DPC 는 이등변삼각형이다.

$\angle ABP = 90° - \angle PBC = 90° - 60° = 30°$

$\angle BPA = \angle CPD = (180° - 30°) \div 2 = 75°$

따라서 $\angle ABD = 360° - (60° + 75° + 75°) = 150°$ 이다.

10. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 일 때, $\triangle$ADE 와 합동인 삼각형과 합동 조건을 옳게 구한 것은?



① $\triangle$ADE ≡ $\triangle$BCE (SSS합동)

② $\triangle$ADE ≡ $\triangle$ACE (SSS합동)

③ $\triangle$ADE ≡ $\triangle$BCE (SAS합동)

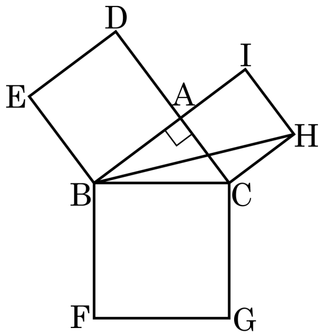
④ $\triangle$ADE ≡ $\triangle$ACE (SAS합동)

⑤ $\triangle$ADE ≡ $\triangle$BCE (ASA합동)

해설

$\triangle$ADE 와 $\triangle$BCE 에서
㉠ $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{BC}}$ (정사각형의 한 변)
㉡ $\overline{\mathrm{DE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ ($\therefore$ $\triangle$ADE 는 이등변 삼각형이다)
㉢ $\angle\mathrm{ADE} = \angle\mathrm{CDE} + 90^\circ = \angle\mathrm{DCE} + 90^\circ$ ($\because$ $\triangle$ADE 는 이등변 삼각형)
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle$ADE ≡ $\triangle$BCE, SAS합동

11. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 모두 다른 직각삼각형 ABC 와 정사각형 ADEB, BFGC, ACHI 가 있다. 이 때, $\triangle$HBC 와 합동인 삼각형과 합동 조건으로 올바르게 짝지어진 것은?



① $\triangle HBC \equiv \triangle AGC$/ASA합동

② $\triangle HBC \equiv \triangle AGC$/SAS합동

③ $\triangle HBC \equiv \triangle AGC$/SSS합동

④ $\triangle HBC \equiv \triangle EBC$/ASA합동

⑤ $\triangle HBC \equiv \triangle EBC$/SAS합동

해설

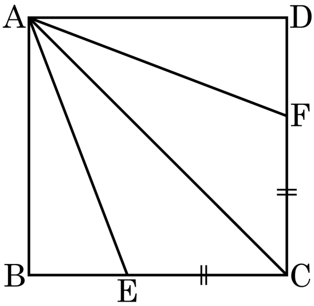
㉠ $\overline{HC} = \overline{AC}$

㉡ $\overline{CB} = \overline{CG}$

㉢ $\angle BCH = \angle BCA + 90^\circ = \angle GCA$

㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle HBC \equiv \triangle AGC$/SAS합동

12. 다음 그림의 정사각형ABCD 에서 $\overline{EC} = \overline{FC}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)



① 합동인 삼각형은 모두 3 쌍이다.

② $\triangle$ABC 와 $\triangle$ADC 는 ASA 합동이다.

③ $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$

④ $\triangle ABE \equiv \triangle AEC$

⑤ $\triangle ACE \equiv \triangle ACF$

해설

① 합동인 삼각형은$\triangle$ABE 와$\triangle$ADF ,$\triangle$ABC 와$\triangle$ADC ,$\triangle$AEC 와$\triangle$AFC , 모두 세 쌍이다.

② $\triangle ABC \equiv \triangle ADC$ (SSS 합동, SAS 합동)

:$\overline{AB} = \overline{AD},\ \overline{BC} = \overline{DC},\ \overline{AC}$ 는 공통 $\therefore$ SSS합동

$\overline{AB} = \overline{AD},\ \overline{BC} = \overline{DC},\ \angle B = \angle D$ $\therefore$ SAS합동

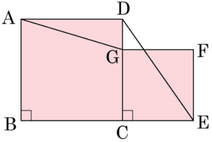
③ $\triangle ABE \equiv \triangle ADF$(SAS합동)

:$\angle B = \angle D = 90°,\ \overline{AB} = \overline{AD},\ \overline{BE} = \overline{DF}$ $\therefore$ SAS합동

⑤ $\triangle ACE \equiv \triangle ACF$(SAS합동)

:$\overline{EC} = \overline{FC}, \angle ACE = \angle ACF = 45°, \overline{AC}$ 는 공통 $\therefore$ SAS합동

13. 다음 그림에서 □ABCD 와 □CEFG 는 정사각형이다. $\overline{DE}$ 의 길이와 같은 것은?



① $\overline{AD}$ ② $\overline{AG}$ ③ $\overline{BG}$ ④ $\overline{BD}$ ⑤ 없다.

해설

$\triangle BCG$ 와 $\triangle DEC$ 에서

$\overline{BC} = \overline{DC} \cdots$ ①

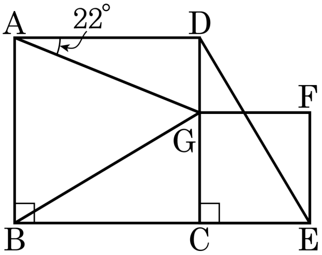
$\overline{CG} = \overline{CE} \cdots$ ②

$\angle BCG = \angle DCE = 90° \cdots$ ③

$\therefore \triangle BCG \equiv \triangle DEC$ (SAS 합동)

$\therefore \overline{DE} = \overline{BG}$

14. 다음 그림에서 □ABCD 와 □CEFG 는 정사각형이다. $\angle DAG = 22°$ 이고, $\angle CDE = 60°$ 일 때, $\angle AGB$ 의 값으로 알맞은 것은?



① 80° ② 81° ③ 82° ④ 83° ⑤ 84°

해설

$\triangle BCG$ 와 $\triangle DCE$ 에서

$\overline{BC} = \overline{DC}$,$\overline{CG} = \overline{CE}$

$\angle BCG = \angle DCE = 90°$

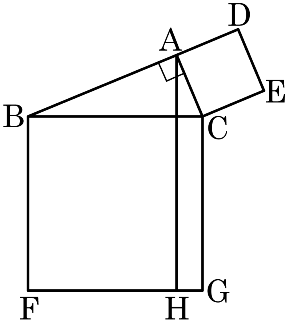
따라서$\triangle BCG \equiv \triangle DEC$ (SAS 합동)이다.

$\angle CDE = 60°$ 이므로 $\angle GBC = 60°$

$\angle GAB = 68°$, $\angle GBA = 30°$ 이므로

$\angle AGB = 180° - 68° - 30° = 82°$ 이다.

15. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 직각삼각형이고 $\overline{AC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 ACED, $\overline{BC}$ 를 한 변으로 하는 정사각형 BFGC 를 만들 때, $\triangle BCE$ 와 합동인 삼각형을 구하면?($\angle A = 90°$)



① $\triangle ACH$ ② $\triangle ACG$ ③ $\triangle BAE$

④ $\triangle BCD$ ⑤ $\triangle BGC$

해설

$\triangle ECB$ 와 $\triangle ACG$ 에서

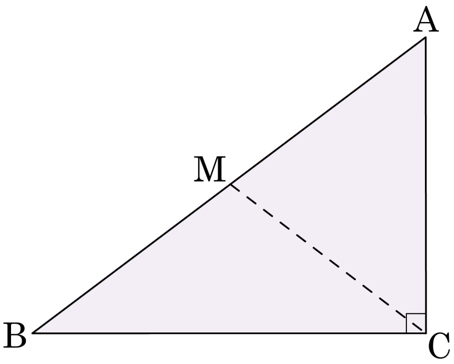
$\overline{CB} = \overline{CG} \cdots$ ①

$\overline{EC} = \overline{AC} \cdots$ ②

$\angle BCE = \angle BCA + 90° = \angle GCA \cdots$ ③

①, ②, ③에서 $\triangle ECB \equiv \triangle ACG$(SAS합동)

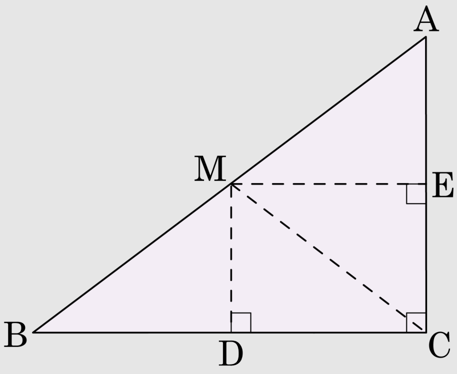
16. 다음 그림의 삼각형 ABC 는 $\overline{AB}=5$, $\overline{BC}=4$, $\overline{AC}=3$ 인 직각삼각형이다. 점 M 은 변 AB 의 중점일 때, 삼각형 MBC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설



점 M 에서 $\overline{BC}, \overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 하면

$\triangle AME$ 와 $\triangle MDB$ 에서 $\overline{AM}=\overline{MB}$, $\angle MAE=\angle BMD$ (동위각),

$\angle AME=\angle MBD$ (동위각) 이므로

$\triangle AME \equiv \triangle MDB$ (ASA 합동)

$\triangle AME$ 와 $\triangle MDC$ 에서 $\overline{ME}=\overline{CD}$,

$\angle MDC=\angle AEM=90°$, $\overline{MD}=\overline{AE}$ ($\triangle AME \equiv \triangle MDB$) 이므로

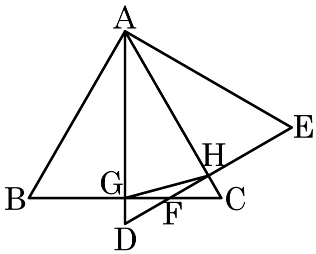
$\therefore \triangle AME \equiv \triangle MDC$ (SAS 합동)

따라서 $\triangle AME \equiv \triangle MDB \equiv \triangle MDC$ 이므로

$\overline{ME}=\overline{BD}=\overline{CD}=2$, $\overline{AE}=\overline{EC}=\overline{MD}=\dfrac{3}{2}$

$\therefore \triangle MBC=\dfrac{1}{2}\times 4\times \dfrac{3}{2}=3$

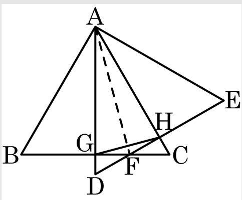
17. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 삼각형 ADE 는 같은 정삼각형이다. $\angle\mathrm{BFE}-\angle\mathrm{CAD}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad\qquad\quad}\,^{\circ}$

▷ 정답 : $120\,\underline{^{\circ}}$

해설



$\triangle\mathrm{ABG}$ 와 $\triangle\mathrm{AEH}$ 에서 $\triangle\mathrm{ABC}$ 와 $\triangle\mathrm{ADE}$ 는 합동인 정삼각형이므로

$\overline{\mathrm{AB}}=\overline{\mathrm{AE}}, \angle\mathrm{ABF}=\angle\mathrm{AEH}=60^{\circ}$,

$\angle\mathrm{BAG}=60^{\circ}-\angle\mathrm{GAH}=\angle\mathrm{EAH}$

$\therefore \triangle\mathrm{ABG}\equiv\triangle\mathrm{AEH}$ (ASA 합동)

따라서 $\overline{\mathrm{FD}}=\overline{\mathrm{FC}}$ 이고, $\overline{\mathrm{GF}}=\overline{\mathrm{FH}}$ 이다.

$\angle\mathrm{GFD}=\angle\mathrm{HFC}$ (맞꼭지각) 이므로 $\triangle\mathrm{GFD}\equiv\triangle\mathrm{HFC}$ (SAS 합동)

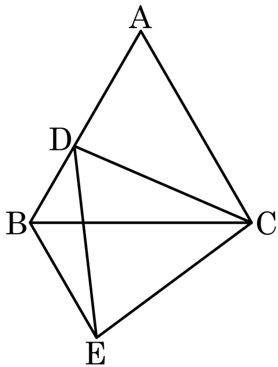
$\angle\mathrm{BFE}=\angle b$, $\angle\mathrm{CAD}=\angle a$, $\angle\mathrm{GFD}=\angle x$ 라 하면

$\angle\mathrm{AGB}=\angle a+60^{\circ}=180-(\angle x+60^{\circ}) \quad \therefore\ \angle x=60^{\circ}-\angle a$

$\angle\mathrm{BFE}=180^{\circ}-\angle x=180^{\circ}-(60^{\circ}-\angle a)=\angle a+120^{\circ}=\angle b$

$\therefore \angle b-\angle a=120^{\circ}$

18. 다음 그림에서 삼각형 ABC 는 한 변의 길이가 10cm 인 정삼각형이고, 삼각형 CDE 는 한 변의 길이가 7cm 인 정삼각형이다. 선분 BD 의 길이는 4cm 일 때, 삼각형 BDE 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 17 cm

해설

삼각형 ADC 와 삼각형 BEC 에서

삼각형 ABC , 삼각형 CDE 는 정삼각형이므로

$\overline{AC} = \overline{BC}, \overline{CD} = \overline{CE} \cdots\cdots$ ㉠

$\angle ACD = 60° - \angle BCD = \angle BCE \cdots\cdots$ ㉡

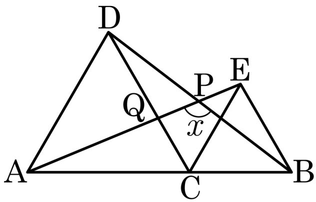
㉠, ㉡에 의하여

$\triangle ADC \equiv \triangle BEC$(SAS 합동)

따라서 $\triangle BDE$ 의 둘레의 길이는

$4 + 6 + 7 = 17(\text{cm})$

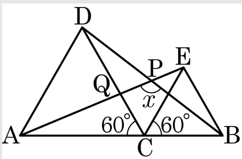
19. 다음 그림에서 $\triangle ACD$, $\triangle CBE$ 는 정삼각형이고, $\overline{BD}$ 와 $\overline{AE}$ 의 교점이 P 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

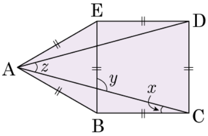
▷ 정답 : 120°

해설



$\triangle ACD$, $\triangle CBE$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{DC}$, $\overline{CE} = \overline{CB}$,
$\angle ACE = \angle DCB$
따라서 $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$ (SAS 합동)
$\overline{DC}$ 와 $\overline{AE}$ 의 교점을 Q 라 하면
$\triangle DQP$ 와 $\triangle AQC$ 에서
$\angle DQP = \angle AQC$ (맞꼭지각)
$\angle QAC = \angle QDP$ ($\because$ $\triangle ACE \equiv \triangle DCB$)
따라서 $\angle DPQ = \angle ACQ = 60°$
$\therefore \angle x = 180° - 60° = 120°$

20. 다음 그림은 정사각형 EBCD 와 정삼각형ABE 를 합쳐 오각형 ABCDE 를 만든 것이다. $\angle x + \angle y + \angle z$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\qquad}$ °

▷ 정답 : 150 °

해설

$\angle x = (180° - (90° + 60°)) \div 2 = 15°$

$\angle z = 180° - 2(90° - 15°) = 30°$

$\angle y = 90° + 15° = 105°$(외각성질 이용)

$\therefore\ \angle x + \angle y + \angle z = 150°$