

1. 이차방정식 $2(x+3)(x-1) = -x^2 + 2x + 3$ 을 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a > 0$, a, b, c 는 상수) 의 꼴로 나타낼 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면?

① -5

② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설

$$2(x^2 + 2x - 3) = -x^2 + 2x + 3$$

$$3x^2 + 2x - 9 = 0$$

$$\therefore a = 3, b = 2, c = -9$$

따라서 $a + b + c = -4$ 이다.

2. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면?

① $x^2 - 4x = 3x$ [0]

② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]

③ $(x + 2)^2 = 9x$ [2]

④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]

⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

① $0 - 0 = 0$

⑤ $2 \cdot 64 - 15 \cdot 8 - 8 = 0$

3. 이차방정식 $x^2 + 2x + A = 0$ 의 근이 $x = 3$ 또는 $x = -5$ 일 때, A 의 값은?

① -15

② -10

③ -8

④ -6

⑤ -4

해설

$$(x - 3)(x + 5) = 0$$

$$x^2 + 2x - 15 = 0$$

$$\therefore A = -15$$

4. $x^2 + 2x - 63 = 0$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = -9$

▷ 정답 : $x = 7$

해설

$$x^2 + 2x - 63 = (x + 9)(x - 7) = 0$$

$$\therefore x = -9 \text{ 또는 } x = 7$$

5. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 이 중근 $x = -4$ 를 가질 때, a, b 의 값을 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 8$

▷ 정답 : $b = 16$

해설

$x = -4$ 를 중근으로 가지므로

$$(x + 4)^2 = 0, x^2 + 8x + 16 = 0$$

$$\therefore a = 8, b = 16$$

6. 이차방정식 $3(x+2)^2 = 27$ 을 풀어라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

▷ 정답 : $x = -5$

해설

$$(x+2)^2 = 9$$

$$x+2 = \pm 3$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = -5$$

7. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 2 = 0$ 을 풀었더니 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{3}$ 가 되었다.

$A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$x = \frac{1 \pm \sqrt{7}}{3}$$

$$\therefore A = 1, B = 7$$

$$\therefore A - B = -6$$

8. 이차방정식 $x^2 - 12x + 3 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 2 개

해설

$x^2 - 12x + 3 = 0$ 에서

$$\frac{D}{4} = (-6)^2 - 1 \times 3 = 36 - 3 > 0$$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

9. 이차방정식 $x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가질 때, m 의 값의 범위를 구하면?

① $m < -\frac{9}{4}$

② $m > -\frac{9}{4}$

③ $m < \frac{9}{4}$

④ $m > \frac{9}{4}$

⑤ $m \geq \frac{9}{4}$

해설

$x^2 - 3x + m = 0$ 이 서로 다른 두 근을 가지려면

판별식 $D = 3^2 - 4m > 0$, $4m < 9$

$\therefore m < \frac{9}{4}$

10. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 15 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 를 구하여라.
(단, $\alpha > \beta$)

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{6}$

해설

근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -5 \text{ 이다.}$$

곱셈공식에서

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (-2)^2 - 4 \times (-5) = 24 \text{ 이다.}$$

$$\alpha > \beta \text{ 이므로 } \alpha - \beta \text{ 은 양수이므로 } \alpha - \beta = 2\sqrt{6}$$

11. 이차방정식 $(2x + 6)(x - 1) = 0$ 이 참이 되는 두 개의 근이 각각 a, b 일 때, $a \times b$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 9

해설

$$2x + 6 = 0 \text{ 또는 } x - 1 = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore a \times b = -3 \times 1 = -3$$

12. 이차방정식 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, 다른 한 근을 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 0

해설

$2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 $x = -1$ 을 대입하면

$$2 - a + 3a - 2 = 0 \quad \therefore a = 0$$

$a = 0$ 을 $2x^2 + ax + 3a - 2 = 0$ 에 대입하면

$$2x^2 - 2 = 0, \quad 2x^2 = 2 \quad \therefore x = \pm 1$$

따라서 다른 한 근은 1이다.

13. 두 이차방정식 $x^2 + 9x + a = 0$, $x^2 + bx + 10 = 0$ 의 공통인 근이 -2 일 때, $\frac{a}{b}$ 를 구하면?

① 1

② -2

③ 2

④ -3

⑤ 3

해설

두 이차방정식의 공통인 근이 -2 이므로 각각의 방정식에 $x = -2$ 를 대입하면

$$4 - 18 + a = 0, 4 - 2b + 10 = 0$$

$$\therefore a = 14, b = 7$$

$$\therefore \frac{a}{b} = 2$$

14. 다음 이차방정식 중에서 해가 중근이 아닌 것은?

① $x^2 = 0$

② $x(x - 6) + 9 = 0$

③ $\frac{1}{2}x^2 + 4x + 8 = 0$

④ $x^2 - 1 = 0$

⑤ $x^2 + 6x + 11 = -(4x + 14)$

해설

(완전제곱식) = 0의 꼴이어야 중근을 갖는다.

④ $x^2 = 1$ 이므로 $x = \pm 1$

따라서 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.

15. 다음은 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 해를 구하는 과정의 일부분이다. 이때, $A + B$ 의 값은?

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

상수항을 우변으로 이항하면 $x^2 - 2x = 1$

양변에 A 를 더하면 $x^2 - 2x + A = 1 + A$

좌변을 완전제곱식으로 바꾸면 $(x - 1)^2 = B$

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$x^2 - 2x - 1 = 0$$

$$\therefore x^2 - 2x = 1$$

양변에 $A = 1$ 을 더하면 $x^2 - 2x + 1 = 1 + 1$

$$(x - 1)^2 = 2, B = 2$$

$$\therefore A + B = 1 + 2 = 3$$

16. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 23

⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9}$$

$$\therefore A = 10$$

17. 다음 보기에서 이차방정식 중에서 중근을 갖는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $(x - 4)(x - 4) = 0$

㉡ $x^2 - 4x = 0$

㉢ $x^2 + 9 = 6x$

㉣ $2x^2 + 12x = -9$

㉤ $(x - 1)(x + 1) = 12x^2 - 5x$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉢

④ ㉢, ㉣

⑤ ㉢, ㉤

해설

이차방정식이 중근을 가지려면 $(ax + b)^2 = 0$ 이다.

㉠ $x = 4$ (중근)

㉢ $x^2 + 9 = 6x$

$$x^2 - 6x + 9 = 0 \leftrightarrow (x - 3)^2 = 0$$

$$\therefore x = 3 \text{ (중근)}$$

18. 이차방정식 $x^2 - 5x - 2 = 0$ 의 두 근을 m, n 이라 할 때, $m^2 + n^2$ 의 값은?

① 25

② 29

③ 36

④ 47

⑤ 67

해설

두 근의 합 $m + n = 5$, 두 근의 곱 $mn = -2$

$$m^2 + n^2 = (m + n)^2 - 2mn = 29$$

19. 이차방정식 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

한 근이 $1 - \sqrt{3}$ 이므로 다른 한 근은 $1 + \sqrt{3}$

두 근의 곱은 a 이므로

$$\therefore a = (1 - \sqrt{3}) \times (1 + \sqrt{3}) = -2$$

20. n 명의 학생 중에 2명의 주변을 뽑는 경우는 $\frac{n(n-1)}{2}$ 이다. 어느 반 학생 중 주변 2명을 뽑는 경우의 수가 36가지일 때, 이 반의 학생 수는?

① 5명

② 7명

③ 9명

④ 11명

⑤ 13명

해설

$$\frac{n(n-1)}{2} = 36 \text{ 이므로}$$

$$n^2 - n - 72 = 0$$

$$(n-9)(n+8) = 0$$

$n > 0$ 이므로 $n = 9$ (명)이다.

21. 지면으로부터 초속 20m 의 속력으로 쏘아올린 물로켓의 t 초 후의 높이는 $(20t - 5t^2)$ m 이다. 물로켓의 높이가 처음으로 15m 가 되는 것은 물로켓을 쏘아올린 지 몇 초 후인지 구하여라.

▶ 답: 초 후

▷ 정답: 1 초 후

해설

$$20t - 5t^2 = 15 \text{ 에서}$$

$$5t^2 - 20t + 15 = 0$$

$$t^2 - 4t + 3 = 0$$

$$(t - 1)(t - 3) = 0$$

따라서 $t = 1, 3$ (초)이다.

처음으로 15m 가 되는 것은 쏘아올린 지 1 초 후이다.

22. 가로와 세로의 길이가 세로의 길이보다 4cm 긴 직사각형의 넓이가 60cm^2 일 때, 가로의 길이는?

① 12cm

② 10cm

③ 8cm

④ 6cm

⑤ 4cm

해설

가로의 길이를 $x\text{cm}$, 세로의 길이를 $x - 4\text{cm}$ 라 하면,

$$x(x - 4) = 60$$

$$\therefore x = 10 (\because x > 0)$$

23. 어떤 원에서 반지름의 길이를 2cm 만큼 줄였더니 넓이는 반으로 줄었다. 처음 원의 반지름의 길이는?

① $(4 + 3\sqrt{2})\text{cm}$

② $(4 - \sqrt{2})\text{cm}$

③ $(4 + \sqrt{2})\text{cm}$

④ $(4 - 2\sqrt{2})\text{cm}$

⑤ $(4 + 2\sqrt{2})\text{cm}$

해설

처음 원의 반지름을 $x\text{cm}$ 라 하면,

$$\frac{1}{2}x^2\pi = (x-2)^2\pi$$

$$x^2 = 2(x^2 - 4x + 4)$$

$$(x-4)^2 = 8$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2}$$

$x > 2$ 이므로 $x = 4 + 2\sqrt{2}(\text{cm})$ 이다.

24. 이차방정식 $ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근을 k 라고 할 때, $ak^2 + bk + 1$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$ax^2 + bx + 4 = 0$ 의 한 근이 k 이므로 $ak^2 + bk + 4 = 0$,

$ak^2 + bk = -4$ 이므로

$ak^2 + bk + 1 = -4 + 1 = -3$

25. 이차방정식 $0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 큰 근을 k 라고 할 때, k 보다 크지 않은 최대의 정수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$0.2x^2 - 0.3x - 1 = 0$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 10 = 0$$

$$\therefore x = \frac{3 \pm \sqrt{89}}{4}$$

따라서 $k = \frac{3 + \sqrt{89}}{4}$ 이므로 최대 정수는 3 이다.

26. 이차방정식 $(x-1)^2 - 3(x-1) - 18 = 0$ 의 두 근 중 작은 근이 $x^2 - ax + 2a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① 9

② 3

③ 1

④ -1

⑤ $-\frac{9}{5}$

해설

$x-1 = t$ 로 치환하면 $t^2 - 3t - 18 = 0$

$(t-6)(t+3) = 0$, $t = 6$ 또는 $t = -3$

$t = x-1 = 6$ 또는 $t = x-1 = -3$ 에서 $x = 7$ 또는 $x = -2$

따라서 작은 근은 -2 이다.

$x = -2$ 를 $x^2 - ax + 2a = 0$ 에 대입하면

$(-2)^2 + 2a + 2a = 0$, $4a = -4$

$\therefore a = -1$

27. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 2, 3 이라고 한다. 이때, $bx^2 - ax + 6 = 0$ 의 두 근의 합과 곱은?

① 합 : $\frac{5}{6}$, 곱 : -1

② 합 : $-\frac{5}{6}$, 곱 : 1

③ 합 : $-\frac{6}{5}$, 곱 : -1

④ 합 : $\frac{6}{5}$, 곱 : -1

⑤ 합 : $-\frac{6}{5}$, 곱 : 1

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에서 해가 2, 3 이므로

(두 근의 합) = $-a = 5$

$\therefore a = -5$

(두 근의 곱) = $6 = b$

$a = -5, b = 6$ 을 $bx^2 - ax + 6 = 0$ 에 대입하면

$$6x^2 + 5x + 6 = 0$$

따라서 (두 근의 합) = $-\frac{5}{6}$, (두 근의 곱) = 1

28. 이차방정식 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 두 근의 합과 곱을 두 근으로 하고, x^2 의 계수가 1인 이차방정식은?

① $x^2 - 5x - 6 = 0$

② $x^2 - 5x + 6 = 0$

③ $x^2 + 5x - 6 = 0$

④ $x^2 + 6x + 5 = 0$

⑤ $x^2 + 5x + 6 = 0$

해설

두 근의 합은 -2 , 두 근의 곱은 -3

-2 , -3 을 두 근으로 하고 x^2 의 계수가 1 인 이차방정식은

$$(x + 2)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x^2 + 5x + 6 = 0$$

29. 빵 48 개를 몇 명의 학생들에게 똑같이 나누어 주려고 한다. 한 사람에게 돌아가는 빵의 수가 학생 수보다 2 개 적을 때 학생 수는 몇 명인가?

① 4 명

② 6 명

③ 8 명

④ 10 명

⑤ 12 명

해설

학생 수를 x 라 하면 빵의 수는 $x - 2$ 가 된다.

$$x(x - 2) = 48 \rightarrow x^2 - 2x - 48 = 0$$

$$\rightarrow (x - 8)(x + 6) = 0 \rightarrow x = 8, -6$$

따라서 $x = 8$ ($x > 0$) 이 된다.

30. 이차방정식 $x^2 - 2x - 3 = 0$ 의 두 근을 각각 m, n 이라고 할 때, $m + 1, n + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은 $x^2 + ax + b = 0$ 이다. 이 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 - 2x - 3 = 0, (x - 3)(x + 1) = 0$$

$x = 3$ 또는 $x = -1$ 이므로

$m + 1, n + 1$ 은 각각 4 또는 0 이므로

$x^2 + ax + b = 0$ 식에 $x = 4$ 와 $x = 0$ 을 대입하여 정리하면

$a = -4, b = 0$ 이다.

따라서 $ab = 0$ 이다.

31. 이차방정식 $x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근은 연속하는 홀수이다. 두 근의 제곱의 차가 24일 때, $n - m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 47

해설

$x^2 + mx + n = 0$ 의 두 근을 $a, a + 2$ (단, a 는 홀수)로 놓으면

$$m = -2a - 2, n = a^2 + 2a$$

$$(a + 2)^2 - a^2 = 24$$

$$4a + 4 = 24, 4a = 20, a = 5$$

$$m = -2 \times 5 - 2 = -12$$

$$\therefore n = 25 + 10 = 35$$

$$\therefore n - m = 35 + 12 = 47$$

32. 어떤 무리수 a 가 있다. a 의 소수 부분을 b 라 할 때 a 의 제곱과 b 의 제곱의 합이 15이다.

무리수 a 의 값이 $\frac{m \pm \sqrt{n}}{2}$ 일 때, $m + n$ 을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: 24

해설

$$a^2 + b^2 = 15, \quad 0 \leq b < 1$$

$$0 \leq b^2 = 15 - a^2 < 1, \quad \sqrt{14} < a \leq \sqrt{15}$$

따라서 a 의 정수 부분은 3이고 $b = a - 3$

$$a^2 + (a - 3)^2 = 15$$

$$\therefore a = \frac{3 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$a > 0 \text{이므로 } a = \frac{3 + \sqrt{21}}{2}$$

$$\therefore m + n = 3 + 21 = 24$$