

1. $\frac{x}{x^2 - xy} + \frac{y}{y^2 - xy}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{x}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y-x)} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{x-y} \\ &= 0 \end{aligned}$$

2. 유리식 $\frac{x^2-1}{x^4+x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1}$ 를 간단히 하면 $\frac{ax^2+bx+c}{x^4+x^2+1}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값은?

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2-1}{x^4+x^2+1} + \frac{x-2}{x^2-x+1} - \frac{x+2}{x^2+x+1} \\ &= \frac{x^2-1+(x-2)(x^2+x+1)}{x^4+x^2+1} \\ & \quad - \frac{(x+2)(x^2-x+1)}{x^4+x^2+1} \\ &= \frac{-x^2-5}{x^4+x^2+1} \end{aligned}$$

따라서, $a = -1, b = 0, c = -5$ 이므로 $abc = 0$

3. $\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2x+5}{x+2}$
④ $\frac{2x-5}{x-1}$

② $\frac{2x-1}{x+1}$
⑤ $\frac{2x+5}{x+1}$

③ $\frac{2x^2+5}{x-1}$

해설

$$\frac{2x^2+3x-5}{x^2+x-2} = \frac{(x-1)(2x+5)}{(x+2)(x-1)} = \frac{2x+5}{x+2}$$

4. $\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}} = \frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}} = \frac{4}{7 - 5} = \frac{4}{2} = 2$$

5. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} =$
 $\frac{(\quad)}{x(x+4)}$ 를 성립시키는 ()속에 들어갈 알맞은 수는?
- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{1}{AB} &= \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right) \text{이므로} \\ (\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{x+4-x}{x(x+4)} \\ &= \frac{4}{x(x+4)} \end{aligned}$$

6. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

7. $(x+y):(y+z):(z+x)=6:7:5$ 일 때, $\frac{x^2-yz}{x^2+y^2}$ 의 값을 구하면?

- ㉠ $-\frac{2}{5}$ ㉡ $-\frac{4}{13}$ ㉢ $\frac{2}{5}$ ㉣ $\frac{4}{13}$ ㉤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x+y=6k \cdots \textcircled{1} \\ y+z=7k \cdots \textcircled{2} \\ z+x=5k \cdots \textcircled{3} \end{cases} \quad (\text{단, } k \neq 0)$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} + \textcircled{3} \text{를 해 주면 } 2(x+y+z)=18k$$

$$\therefore x+y+z=9k$$

$$\therefore x=2k, y=4k, z=3k$$

$$\therefore \frac{x^2-yz}{x^2+y^2} = \frac{4k^2-12k^2}{4k^2+16k^2} = \frac{-8}{20} = -\frac{2}{5}$$

8. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{-x+2(y+4z)-8 \times z}{-5+2 \times 2-8 \times 3} \\ &= \frac{-x+2y+8z-8z}{-5+4-24} = \frac{-x+2y}{-25} \\ & \therefore A = -25 \end{aligned}$$

9. 철수는 걸어서 학교에 다닌다. 한 걸음에 75cm씩 1분에 평균 90 걸음을 가고, 통학 시간은 16분이다. 동생 철이도 같은 학교에 같은 길을 따라 걸어다니고, 한 걸음에 60cm씩 1분에 평균 100 걸음을 간다고 할 때, 동생 철이의 통학 시간은 몇 분인가?

- ① $14 + \frac{2}{9}$ 분 ② 15분 ③ 18분
④ 20분 ⑤ $22 + \frac{2}{9}$ 분

해설

철수 통학 거리는 $75 \times 90 \times 16$ (cm)

동생 철이의 통학 시간은 $\frac{75 \times 90 \times 16}{60 \times 100} = 18$ (분)

10. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제 1 사분면 ② 제 2 사분면 ③ 제 3 사분면
④ 제 4 사분면 ⑤ 없다.

해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x - 3)y = -x + 2$

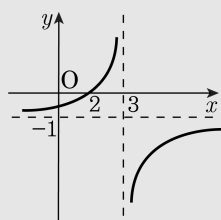
$$\therefore y = \frac{-x + 2}{x - 3} = \frac{-1}{x - 3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x - 3} - 1$ 은 점근선이

$x = 3, y = -1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로

그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,

제 2 사분면을 지나지 않는다.



11. 모든 실수 x 에 대하여 다음 분수식 $\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{(x+2)^2}$ 가 항상 성립하도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a+b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 식의 우변을 통분하면

$$\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)}{(x+1)(x+2)^2}$$

$$\therefore 1 = a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)$$

이것이 x 에 대한 항등식이어야 하므로

양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $1 = a$

$x = -2$ 를 대입하면 $1 = -c$

즉, $c = -1$

$x = 0$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

$a = 1, c = -1$ 이므로 $1 = 4 + 2b - 1$

$\therefore b = -1$

$\therefore a + b + c = 1 - 1 - 1 = -1$

12. $2 + \frac{1}{k + \frac{1}{m + \frac{1}{5}}} = \frac{803}{371}$ 일 때, 자연수 k, m 의 값에 대하여 $k + m$ 의

값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} \frac{803}{371} &= 2 + \frac{61}{371} = 2 + \frac{1}{\frac{371}{61}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{5}{61}} = 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\frac{61}{5}}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{12 + \frac{1}{5}}} \end{aligned}$$

따라서 $k = 6, m = 12$

$$\therefore k + m = 18$$

13. 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $\frac{a+2b}{2a-3b} = 1$ 을 만족할 때, $\frac{a^2+ab+2b^2}{(a-b)(a+2b)}$ 의 값을 구하면?

- ① $\frac{8}{7}$ ② $\frac{8}{9}$ ③ $\frac{8}{15}$ ④ $\frac{15}{8}$ ⑤ $\frac{9}{8}$

해설

$$\frac{a+2b}{2a-3b} = 1 \text{ 에서 } a+2b = 2a-3b \text{ 이므로 } a = 5b$$

$$\therefore \frac{a^2+ab+2b^2}{(a-b)(a+2b)} = \frac{(5b)^2+5b \times b+2b^2}{(5b-b)(5b+2b)}$$

$$= \frac{32b^2}{4b \times 7b} = \frac{32b^2}{28b^2} = \frac{8}{7}$$

14. 실수 x, y 가 $xy > 0$, $x^2 - 2xy - 3y^2 = 0$ 을 만족할 때, $\frac{x+y}{x-y}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)(x + y) = 0$$

$$x = 3y, x = -y \text{ 그런데 } xy > 0 \text{ 이므로 } x = 3y$$

$$\therefore \frac{x+y}{x-y} = \frac{3y+y}{3y-y} = 2$$

15. 다음 유리식 $\frac{3b-2c}{a} = \frac{-a-2c}{-3b} = \frac{-a+3b}{2c}$ 을 계산하면?

- ① 2 ② -1, 2 ③ -2 ④ 1 ⑤ -2, 1

해설

$$\frac{3b-2c}{a} = \frac{-a-2c}{-3b} = \frac{-a+3b}{2c} = k \text{라 하자}$$

$$\Rightarrow 3b-2c = ak \cdots \textcircled{1}$$

$$-a-2c = -3bk \cdots \textcircled{2}$$

$$-a+3b = 2ck \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 모두 더하면

$$\Rightarrow -2(a+2c-3b) = (a+2c-3b)k$$

$$k = -2 \text{ 또는 } a+2c-3b = 0$$

$$a+2c-3b = 0, -2c+3b = +a \text{이므로 이를 대입하면 } k = 1$$

$$\therefore k = -2, 1$$

16. $a : b = c : d$ 일 때 다음 등식 중 성립하지 않는 것은?(단, 분모는 모두 0 이 아니다.)

① $\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$
③ $\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$
⑤ $\frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$

② $\frac{a+d}{a-d} = \frac{b+c}{b-c}$
④ $\frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots \textcircled{1}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots \textcircled{2}$$

$\textcircled{2} \div \textcircled{1}$ 하면

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d} \dots \textcircled{3}$$

$$\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d} \dots \textcircled{4}$$

$\textcircled{4} \div \textcircled{3}$ 하면

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서 가비의 리를 이용하면}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\therefore \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

17. 어떤 시험에서 수험생의 남녀 학생의 비는 3 : 2 이고 합격자의 남녀학생의 비는 6 : 5, 불합격자의 남녀 학생의 비는 12 : 7 이었다. 남학생의 합격률은 ?

- ① $\frac{1}{3}$
- ② $\frac{1}{4}$
- ③ $\frac{1}{5}$
- ④ $\frac{1}{6}$
- ⑤ $\frac{1}{7}$

해설

	수험자	합격자	불합격자
남학생	$3k$	$6m$	$12n$
여학생	$2k$	$5m$	$7n$

$3k = 6m + 12n \cdots \textcircled{A}$
 $2k = 5m + 7n \cdots \textcircled{B}$
 $\textcircled{A} \times 7 - \textcircled{B} \times 12$ 에서 $-3k = -18m$
 $\therefore \frac{m}{k} = \frac{1}{6}$
(남학생의 합격률) $= \frac{6m}{3k} = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$

18. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n$ 이 식이

$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1$ 과 같으므로

$m = 2, 1 + n = -1$ 에서 $n = -2$

$\therefore m - n = 4$

19. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 에 대하여

점근선이 $x = -2$ 이므로 $f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$

점근선이 $y = 4$ 이므로 $f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

$$\therefore c = -7$$

따라서 $f(x) = \frac{4x-7}{x+2}$ 이므로

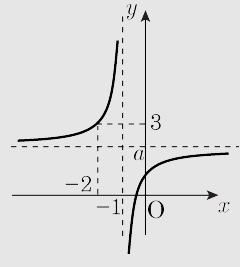
$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

20. $x \leq -2$ 에서, 유리함수 $y = \frac{-1}{x+1} + a$ 의 최댓값이 3이다. a 의 값은?

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점근선이 $x = -1, y = a$ 이고,
 $x \leq -2$ 일 때 최댓값이 3이므로
점 $(-2, 3)$ 을 지난다.



$$3 = \frac{-1}{-2+1} + a \therefore a = 2$$