

1. $\frac{x}{x^2 - xy} + \frac{y}{y^2 - xy}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{x}{x(x-y)} + \frac{y}{y(y-x)} = \frac{1}{x-y} + \frac{-1}{x-y} \\ &= 0\end{aligned}$$

2. 유리식 $\frac{x^2 - 1}{x^4 + x^2 + 1} + \frac{x - 2}{x^2 - x + 1} - \frac{x + 2}{x^2 + x + 1}$ 를 간단히 하면

$\frac{ax^2 + bx + c}{x^4 + x^2 + 1}$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 abc 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} & \frac{x^2 - 1}{x^4 + x^2 + 1} + \frac{x - 2}{x^2 - x + 1} - \frac{x + 2}{x^2 + x + 1} \\ &= \frac{x^2 - 1 + (x - 2)(x^2 + x + 1)}{x^4 + x^2 + 1} \\ & \quad - \frac{(x + 2)(x^2 - x + 1)}{x^4 + x^2 + 1} \\ &= \frac{-x^2 - 5}{x^4 + x^2 + 1} \end{aligned}$$

따라서, $a = -1, b = 0, c = -5$ 이므로 $abc = 0$

3. $\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + x - 2}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2x + 5}{x + 2}$

② $\frac{2x - 1}{x + 1}$

③ $\frac{2x^2 + 5}{x - 1}$

④ $\frac{2x - 5}{x - 1}$

⑤ $\frac{2x + 5}{x + 1}$

해설

$$\frac{2x^2 + 3x - 5}{x^2 + x - 2} = \frac{(x - 1)(2x + 5)}{(x + 2)(x - 1)} = \frac{2x + 5}{x + 2}$$

4. $\frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}}$ 의 값은?

① 6

② 5

③ 4

④ 3

⑤ 2

해설

$$\frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{1 - \frac{2}{5}}}} = \frac{\frac{4}{7 - \frac{3}{\frac{3}{5}}}} = \frac{\frac{4}{7 - 5}} = \frac{4}{2} = 2$$

5. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} =$
 $\frac{(\quad)}{x(x+4)}$ 를 성립시키는 () 속에 들어갈 알맞은 수는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\frac{1}{AB} = \frac{1}{B-A} \left(\frac{1}{A} - \frac{1}{B} \right) \text{ 이므로}$$

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) + \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) \\ &\quad + \left(\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+3} \right) + \left(\frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \right) \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{x+4-x}{x(x+4)} \\ &= \frac{4}{x(x+4)} \end{aligned}$$

6. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

7. $(x+y) : (y+z) : (z+x) = 6 : 7 : 5$ 일 때, $\frac{x^2 - yz}{x^2 + y^2}$ 의 값을 구하면?

① $-\frac{2}{5}$

② $-\frac{4}{13}$

③ $\frac{2}{5}$

④ $\frac{4}{13}$

⑤ $\frac{4}{5}$

해설

$$\begin{cases} x+y=6k \cdots \textcircled{㉠} \\ y+z=7k \cdots \textcircled{㉡} \\ z+x=5k \cdots \textcircled{㉢} \end{cases} \quad (\text{단, } k \neq 0)$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} + \textcircled{㉢}$ 를 해 주면 $2(x+y+z) = 18k$

$\therefore x+y+z = 9k$

$\therefore x = 2k, y = 4k, z = 3k$

$\therefore \frac{x^2 - yz}{x^2 + y^2} = \frac{4k^2 - 12k^2}{4k^2 + 16k^2} = \frac{-8}{20} = -\frac{2}{5}$

8. $\frac{x}{5} = \frac{y+4z}{2} = \frac{z}{3} = \frac{-x+2y}{A}$ 에서 A 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -25$

해설

$$\frac{-x + 2(y + 4z) - 8 \times z}{-5 + 2 \times 2 - 8 \times 3}$$
$$= \frac{-x + 2y + 8z - 8z}{-5 + 4 - 24} = \frac{-x + 2y}{-25}$$

$$\therefore A = -25$$

9. 철수는 걸어서 학교에 다닌다. 한 걸음에 75cm씩 1분에 평균 90 걸음을 가고, 통학 시간은 16분이다. 동생 철이도 같은 학교에 같은 길을 따라 걸어다니고, 한 걸음에 60cm씩 1분에 평균 100 걸음을 간다고 할 때, 동생 철이의 통학 시간은 몇 분인가?

① $14 + \frac{2}{9}$ 분

② 15 분

③ 18 분

④ 20 분

⑤ $22 + \frac{2}{9}$ 분

해설

철수 통학 거리는 $75 \times 90 \times 16$ (cm)

동생 철이의 통학 시간은 $\frac{75 \times 90 \times 16}{60 \times 100} = 18$ (분)

10. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 없다.

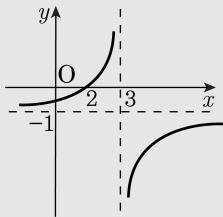
해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x-3)y = -x+2$

$$\therefore y = \frac{-x+2}{x-3} = \frac{-1}{x-3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x-3} - 1$ 은 점근선이

$x=3$, $y=-1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로
그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,
제 2 사분면을 지나지 않는다.



11. 모든 실수 x 에 대하여 다음 분수식 $\frac{1}{(x+1)(x+2)^2} = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2} + \frac{c}{(x+2)^2}$ 가 항상 성립하도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

주어진 식의 우변을 통분하면

$$\begin{aligned} & \frac{1}{(x+1)(x+2)^2} \\ &= \frac{a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)}{(x+1)(x+2)^2} \end{aligned}$$

$$\therefore 1 = a(x+2)^2 + b(x+1)(x+2) + c(x+1)$$

이것이 x 에 대한 항등식이어야 하므로

양변에 $x = -1$ 을 대입하면 $1 = a$

$x = -2$ 를 대입하면 $1 = -c$

즉, $c = -1$

$x = 0$ 을 대입하면 $1 = 4a + 2b + c$

$a = 1, c = -1$ 이므로 $1 = 4 + 2b - 1$

$$\therefore b = -1$$

$$\therefore a + b + c = 1 - 1 - 1 = -1$$

12. $2 + \frac{1}{k + \frac{1}{m + \frac{1}{5}}} = \frac{803}{371}$ 일 때, 자연수 k, m 의 값에 대하여 $k + m$ 의

값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} \frac{803}{371} &= 2 + \frac{61}{371} = 2 + \frac{1}{\frac{371}{61}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{5}{61}} = 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\frac{61}{5}}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{12 + \frac{1}{5}}} \end{aligned}$$

따라서 $k = 6, m = 12$

$$\therefore k + m = 18$$

13. 0이 아닌 두 실수 a, b 가 $\frac{a+2b}{2a-3b} = 1$ 을 만족할 때, $\frac{a^2+ab+2b^2}{(a-b)(a+2b)}$ 의 값을 구하면?

① $\frac{8}{7}$

② $\frac{8}{9}$

③ $\frac{8}{15}$

④ $\frac{15}{8}$

⑤ $\frac{9}{8}$

해설

$$\frac{a+2b}{2a-3b} = 1 \text{ 에서 } a+2b = 2a-3b \text{ 이므로 } a = 5b$$

$$\therefore \frac{a^2+ab+2b^2}{(a-b)(a+2b)} = \frac{(5b)^2+5b \times b+2b^2}{(5b-b)(5b+2b)}$$

$$= \frac{32b^2}{4b \times 7b} = \frac{32b^2}{28b^2} = \frac{8}{7}$$

14. 실수 x, y 가 $xy > 0$, $x^2 - 2xy - 3y^2 = 0$ 을 만족할 때, $\frac{x+y}{x-y}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 1

④ 2

⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$$x^2 - 2xy - 3y^2 = 0 \text{ 에서 } (x - 3y)(x + y) = 0$$

$$x = 3y, x = -y \text{ 그런데 } xy > 0 \text{ 이므로 } x = 3y$$

$$\therefore \frac{x+y}{x-y} = \frac{3y+y}{3y-y} = 2$$

15. 다음 유리식 $\frac{3b-2c}{a} = \frac{-a-2c}{-3b} = \frac{-a+3b}{2c}$ 을 계산하면?

① 2

② -1, 2

③ -2

④ 1

⑤ -2, 1

해설

$$\frac{3b-2c}{a} = \frac{-a-2c}{-3b} = \frac{-a+3b}{2c} = k \text{라 하자}$$

$$\Rightarrow 3b-2c = ak \cdots \textcircled{1}$$

$$-a-2c = -3bk \cdots \textcircled{2}$$

$$-a+3b = 2ck \cdots \textcircled{3}$$

①, ②, ③을 모두 더하면

$$\Rightarrow -2(a+2c-3b) = (a+2c-3b)k$$

$$k = -2 \text{ 또는 } a+2c-3b = 0$$

$a+2c-3b = 0$, $-2c+3b = +a$ 이므로 이를 대입하면 $k = 1$

$$\therefore k = -2, 1$$

16. $a : b = c : d$ 일 때 다음 등식 중 성립하지 않는 것은?(단, 분모는 모두 0 이 아니다.)

$$\textcircled{1} \quad \frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$$\textcircled{5} \quad \frac{c}{d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\textcircled{2} \quad \frac{a+d}{a-d} = \frac{b+c}{b-c}$$

$$\textcircled{4} \quad \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$$

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-b}{b} = \frac{c-d}{d} \dots \textcircled{㉠}$$

$$\frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d} \dots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉡} \div \textcircled{㉠}$ 하면

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{c+d}{c-d}$$

$$\frac{a}{c} = \frac{b}{d} \text{ 에서}$$

$$\frac{a-c}{c} = \frac{b-d}{d} \dots \textcircled{㉢}$$

$$\frac{a+c}{c} = \frac{b+d}{d} \dots \textcircled{㉣}$$

$\textcircled{㉣} \div \textcircled{㉢}$ 하면

$$\frac{a+c}{a-c} = \frac{b+d}{b-d}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \text{ 에서 가비의 리를 이용하면}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

$$\therefore \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d} = \frac{a-c}{b-d}$$

17. 어떤 시험에서 수험생의 남녀 학생의 비는 3 : 2 이고 합격자의 남녀학생의 비는 6 : 5, 불합격자의 남녀 학생의 비는 12 : 7 이었다. 남학생의 합격률은 ?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{1}{4}$

③ $\frac{1}{5}$

④ $\frac{1}{6}$

⑤ $\frac{1}{7}$

해설

	수험자	합격자	불합격자
남학생	$3k$	$6m$	$12n$
여학생	$2k$	$5m$	$7n$

$$3k = 6m + 12n \cdots \textcircled{㉠}$$

$$2k = 5m + 7n \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 7 - \textcircled{㉡} \times 12 \text{ 에서 } -3k = -18m$$

$$\therefore \frac{m}{k} = \frac{1}{6}$$

$$(\text{남학생의 합격률}) = \frac{6m}{3k} = 2 \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{3}$$

18. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n \text{ 이 식이}$$

$$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1 \text{ 과 같으므로}$$

$$m = 2, 1 + n = -1 \text{ 에서 } n = -2$$

$$\therefore m - n = 4$$

19. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = \frac{bx+c}{x+d} \text{에 대하여}$$

$$\text{점근선이 } x = -2 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$$

$$\text{점근선이 } y = 4 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

$$\therefore c = -7$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{4x-7}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

20. $x \leq -2$ 에서, 유리함수 $y = \frac{-1}{x+1} + a$ 의 최댓값이 3이다. a 의 값은?

① 1

② 2

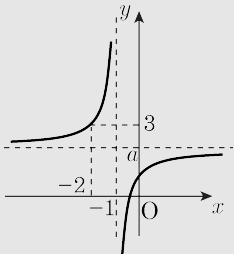
③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

점근선이 $x = -1$, $y = a$ 이고,
 $x \leq -2$ 일 때 최댓값이 3이므로
점 $(-2, 3)$ 을 지난다.



$$3 = \frac{-1}{-2+1} + a \therefore a = 2$$