1. 방정식 $|x-1|=2$의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -1

해설

ⅰ) $x \geq 1$일 때
$|x-1| = x-1$이므로, $x-1=2$
$\therefore x=3$
ⅱ) $x<1$일 때
$|x-1| = -x+1$이므로, $-x+1=2$
$\therefore x=-1$
따라서 (ⅰ), (ⅱ)에서 $x=3$ 또는 $x=-1$

2. 이차방정식 $x^2+mx+m-1=0$의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

1이 $x^2+mx+m-1=0$의 근이므로
$x=1$을 대입하면 $1+m+m-1=0$ $\therefore m=0$
주어진 방정식은 $x^2-1=0$ $\therefore x=\pm1$
따라서 다른 한 근은 $x=-1$

3. x의 이차방정식 $x^2-(2a+2+m)x+a^2+4a-n=0$이 a의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 상수 m, n을 정할 때, $m+n$의 값은?

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$D=(2a+2+m)^2-4(a^2+4a-n)=0$

이 등식을 a에 관하여 정리하면

$4a(m-2)+m^2+4m+4n+4=0$

이 등식이 a에 관계없이 항상 성립하려면

$4(m-2)=0,\ m^2+4m+4n+4=0$

$\therefore\ m=2,\ n=-4$ $\therefore\ m+n=-2$

4. 이차식 $x^2 - xy - 2y^2 - ax - 3y - 1$ 이 $x,\ y$ 에 관한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되는 모든 상수 a 의 값의 합은?

① 1　② $\frac{3}{2}$　③ 2　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 3

해설

(주어진 식)$= 0$이라 놓고 x에 관하여 정리하면

$x^2 - (a+y)x - (2y^2 + 3y + 1) = 0$

근의 공식에서

$$x = \frac{a + y \pm \sqrt{(a+y)^2 + 4(2y^2 + 3y + 1)}}{2}$$

$$= \frac{a + y \pm \sqrt{9y^2 + 2(a+6)y + a^2 + 4}}{2}$$

주어진 식이 $x,\ y$에 관한 일차식으로 인수분해되려면 근호 안의 식$(= D)$ 이 완전제곱 꼴이어야 한다.

$D = 9y^2 + 2(a+6)y + a^2 + 4$의 판별식이 0 이 되어야 하므로

$$\frac{D'}{4} = (a+6)^2 - 9(a^2+4) = -8a^2 + 12a = 0$$

$\therefore\ a = 0$ 또는 $a = \frac{3}{2}$

$\therefore\ 0 + \frac{3}{2} = \frac{3}{2}$

5. 이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}$의 값은?

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

α, β는 $x^2-4x+1=0$의 두 근이므로
$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=1$
$x=\alpha, \beta$를 각각 대입하면
$\alpha^2-4\alpha+1=0, \ \alpha^2+1=4\alpha$
$\beta^2-4\beta+1=0$, $\beta^2+1=4\beta$
$\sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}=\sqrt{4\alpha}+\sqrt{4\beta}$
$=2(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})$
$(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}=6$
$\therefore \ \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{6}$ ($\because \ \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}>0$)
$\therefore \ \sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}=2\sqrt{6}$