1. 방정식 $|x-1|=2$의 해를 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : -1

해설

i) $x \geq 1$일 때

$|x-1|=x-1$이므로, $x-1=2$

$\therefore x=3$

ii) $x<1$일 때

$|x-1|=-x+1$이므로, $-x+1=2$

$\therefore x=-1$

따라서 (i), (ii)에서 $x=3$ 또는 $x=-1$

2. 이차방정식 $x^2 + mx + m - 1 = 0$의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -1

해설

1이 $x^2 + mx + m - 1 = 0$의 근이므로
$x = 1$을 대입하면 $1 + m + m - 1 = 0 \quad \therefore m = 0$
주어진 방정식은 $x^2 - 1 = 0 \quad \therefore \; x = \pm 1$
따라서 다른 한 근은 $x = -1$

3. x의 이차방정식 $x^2-(2a+2+m)x+a^2+4a-n=0$이 a의 값에 관계없이 항상 중근을 갖도록 상수 m, n을 정할 때, $m+n$의 값은?

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$D=(2a+2+m)^2-4(a^2+4a-n)=0$

이 등식을 a에 관하여 정리하면

$4a(m-2)+m^2+4m+4n+4=0$

이 등식이 a에 관계없이 항상 성립하려면

$4(m-2)=0,\ m^2+4m+4n+4=0$

$\therefore\ m=2,\ n=-4$ $\therefore\ m+n=-2$

4. 이차식 $x^2-xy-2y^2-ax-3y-1$ 이 x, y 에 관한 두 일차식의 곱으로 인수분해 되는 모든 상수 a 의 값의 합은?

① 1　　② $\frac{3}{2}$　　③ 2　　④ $\frac{5}{2}$　　⑤ 3

해설

(주어진 식)$=0$이라 놓고 x에 관하여 정리하면

$x^2-(a+y)x-(2y^2+3y+1)=0$

근의 공식에서

$$x=\frac{a+y\pm\sqrt{(a+y)^2+4(2y^2+3y+1)}}{2}$$

$$=\frac{a+y\pm\sqrt{9y^2+2(a+6)y+a^2+4}}{2}$$

주어진 식이 x, y에 관한 일차식으로 인수분해되려면 근호 안의 식($=D$) 이 완전제곱 꼴이어야 한다.

$D=9y^2+2(a+6)y+a^2+4$의 판별식이 0 이 되어야 하므로

$$\frac{D'}{4}=(a+6)^2-9(a^2+4)=-8a^2+12a=0$$

$$\therefore\ a=0 \text{ 또는 } a=\frac{3}{2}$$

$$\therefore\ 0+\frac{3}{2}=\frac{3}{2}$$

5. 이차방정식 $x^2-4x+1=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}$의 값은?

① $2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ 4 ④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $2\sqrt{6}$

해설

α, β는 $x^2-4x+1=0$의 두 근이므로

$\alpha+\beta=4$, $\alpha\beta=1$

$x=\alpha, \beta$를 각각 대입하면

$\alpha^2-4\alpha+1=0, \ \alpha^2+1=4\alpha$

$\beta^2-4\beta+1=0$, $\beta^2+1=4\beta$

$\sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}=\sqrt{4\alpha}+\sqrt{4\beta}$

$=2(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})$

$(\sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta})^2=\alpha+\beta+2\sqrt{\alpha\beta}=6$

$\therefore \ \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}=\sqrt{6}$ $(\because \ \sqrt{\alpha}+\sqrt{\beta}>0)$

$\therefore \ \sqrt{\alpha^2+1}+\sqrt{\beta^2+1}=2\sqrt{6}$