

1. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면?

① $x^2 + 2x - 3 = 0$ [-1]

② $x^2 - 9x + 20 = 0$ [4]

③ $2x^2 + x - 15 = 0$ $\left[\frac{5}{2}\right]$

④ $x^2 + 4x - 12 = 0$ [6]

⑤ $x^2 - 9x - 22 = 0$ [11]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

② $16 - 9 \cdot 4 + 20 = 0$

③ $2 \left(\frac{25}{4} \right) + \frac{5}{2} - 15 = 0$

⑤ $121 - 9 \cdot 11 - 22 = 0$

2. 이차방정식 $(3x - 1)(x + 2) = 0$ 을 풀면?

① $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = -2$

② $x = \frac{2}{3}$ 또는 $x = -2$

③ $x = \frac{1}{3}$ 또는 $x = 2$

④ $x = 1$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = -3$

해설

$$(3x - 1)(x + 2) = 0$$

$$3x - 1 = 0 \text{ 또는 } x + 2 = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{3} \text{ 또는 } x = -2$$

3. 이차방정식 $2x^2 + 3x - 2 = 0$ 을 풀면?

① $x = 1$ 또는 $x = 2$

② $x = -1$ 또는 $x = 2$

③ $x = 1$ 또는 $x = -2$

④ $x = \frac{1}{2}$ 또는 $x = 1$

⑤ $x = -2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

해설

$$2x^2 + 3x - 2 = 0$$

$$(2x - 1)(x + 2) = 0$$

$$\therefore x = \frac{1}{2} \text{ 또는 } x = -2$$

4. 두 이차방정식 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 과 $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 근을 고르면?

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

해설

$$(x + 3)(x - 5) = 0, x = -3, 5$$

$$(x + 3)(x - 3) = 0, x = -3, 3$$

따라서 두 이차방정식의 공통근은 -3 이다.

5. 이차방정식 $(x - 3)^2 - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값은?

① 6

② $2\sqrt{2}$

③ $6 + 2\sqrt{2}$

④ $-2\sqrt{2}$

⑤ -6

해설

$$(x - 3)^2 = 2 \text{ 이므로}$$

$$x - 3 = \pm \sqrt{2}$$

$$\therefore x = 3 \pm \sqrt{2}$$

$$\alpha + \beta = (3 + \sqrt{2}) + (3 - \sqrt{2}) = 6$$

6. 다음 보기는 완전제곱식을 이용하여 이차방정식 $x^2 + 6x + 3 = 0$ 을 푸는 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?

보기

$$x^2 + 6x = (\text{가})$$

$$x^2 + 6x + (\text{나}) = (\text{가}) + (\text{나})$$

$$(x + (\text{다}))^2 = (\text{라})$$

$$x + (\text{다}) = \pm \sqrt{(\text{라})}$$

$$\therefore x = (\text{마})$$

① (가): -3

② (나): 9

③ (다): 3

④ (라): 6

⑤ (마): $\pm\sqrt{6}$

해설

$$x^2 + 6x = -3$$

좌변을 완전제곱식이 되게 하는 9 를 양변에 더하면

$$x^2 + 6x + 9 = -3 + 9$$

$$(x + 3)^2 = 6$$

$$x + 3 = \pm\sqrt{6}$$

$$\therefore x = -3 \pm \sqrt{6}$$

따라서 ⑤의 연결이 옳지 않다.

7. 방정식 $3x(Ax - 5) = 6x^2 + 2$ 이 이차방정식이 되기 위한 A 값이 될 수 없는 것은?

① -2

② -1

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

주어진 식을 정리하면

$$3Ax^2 - 15x - 6x^2 - 2 = 0$$

$$(3A - 6)x^2 - 15x - 2 = 0$$

$A = 2$ 이면 $3A - 6 = 0$ 이므로 일차방정식이다.

8. 이차방정식 $-x^2 + 2x + 8 = 0$ 의 두 근의 합이 $x^2 - 2x + a = 0$ 의 근일 때, a 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$-x^2 + 2x + 8 = 0$$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x - 4)(x + 2) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = -2$$

$$\text{두 근의 합 } 4 + (-2) = 2$$

$$x^2 - 2x + a = 0 \text{ 에 } x = 2 \text{ 를 대입}$$

$$4 - 4 + a = 0, a = 0$$

9. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 1개인 것은?

① $x^2 + 10x = -24$

② $x^2 - 5x - 14 = 0$

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

④ $x^2 + 15 = -8x$

⑤ $3x^2 + 18x - 48 = 0$

해설

근의 개수가 1개이려면 중근을 가져야 하고,
중근을 가지려면 (완전제곱식) = 0의 꼴이어야 한다.

③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$

$$2(x - 4x + 4) = 0$$

$$2(x - 2)^2 = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ (중근)}$$

10. 이차방정식 $3x^2 - 6x - 2 = 0$ 을 $(x-a)^2 = b$ 의 꼴로 나타낼 때, $2a + 3b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$3x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$3x^2 - 6x = 2$$

$$x^2 - 2x = \frac{2}{3}$$

$$x^2 - 2x + 1 = \frac{5}{3}$$

$$(x-1)^2 = \frac{5}{3}$$

$$a = 1, b = \frac{5}{3}$$

$$\therefore 2a + 3b = 2 \times 1 + 3 \times \frac{5}{3} = 2 + 5 = 7$$

11. 부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 만족시키는 두 자연수가 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근일 때, $a^2 - b^2$ 의 값은?

① 61

② 51

③ 11

④ -11

⑤ -61

해설

부등식 $2 \leq 2x - 2 < 5$ 를 풀면 다음과 같다.

$$4 \leq 2x < 7$$

$$2 \leq x < \frac{7}{2}$$

$$\therefore x = 2, 3$$

이 두 자연수를 근으로 가지므로 이를 이차방정식에 대입하여 풀면

$$a = -5, b = 6$$

$$\therefore a^2 - b^2 = (-5)^2 - 6^2 = 25 - 36 = -11$$

12. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 한 근을 a 라 할 때, $a^2 + \frac{1}{a^2}$ 의 값은?

① 2

② 4

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

$x = a$ 를 대입하면 $a^2 - 3a + 1 = 0$

양변을 a 로 나누면 $a - 3 + \frac{1}{a} = 0$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore a^2 + \frac{1}{a^2} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^2 - 2 = 3^2 - 2 = 7$$

13. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2 + 2m - 2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

① $\frac{13}{2}$

② $\frac{15}{2}$

③ $\frac{17}{2}$

④ $\frac{19}{2}$

⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2 + 2m - 2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

$$\therefore m = 3 \text{ 또는 } m = -2$$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$$x = -\frac{7}{3} \text{ 또는 } x = 3 \text{ (한 근이 음수이므로 부적합)}$$

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = \frac{7}{2} \text{ (두 근이 모두 양수이므로 적합)}$$

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

14. 이차방정식 $(x-1)^2 = 3-k$ 의 근에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① $k = -6$ 이면 근이 2개이다.
- ② $k = -1$ 이면 정수인 근을 갖는다.
- ③ $k = 0$ 이면 무리수인 근을 갖는다.
- ④ $k = 1$ 이면 근이 1개이다.
- ⑤ $k = 3$ 이면 중근을 갖는다.

해설

$$(x-1)^2 = 3-k, \quad x-1 = \pm\sqrt{3-k}$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{3-k}$$

음수의 제곱근은 존재하지 않으므로 근호 안에 있는 수는 음수가 될 수 없다.

$3 > k$: 근이 0개

$k = 3$: 근이 1개

$3 < k$: 근이 2개

15. $x^2 + ax + b = 0$ 에서 계수 a, b 를 정하기 위하여 주사위를 던져서 나오는 첫 번째의 수를 a , 두 번째의 수를 b 라 한다. 이 때, 이 이차 방정식이 중근을 가지는 확률은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{6}$

④ $\frac{1}{9}$

⑤ $\frac{1}{18}$

해설

중근을 가지려면 $x^2 + ax + b = 0$ 이 완전제곱식이 되어야 하므로

$$\left(a \times \frac{1}{2}\right)^2 = b \text{이다.}$$

$a^2 = 4b$ 를 만족하는 (a, b) 를 구하면 $(a, b) = (2, 1), (4, 4)$ 의 두 가지이고 모든 경우의 수는 36 가지이다.

따라서 구하는 확률은 $\frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ 이다.