

1. 이차함수 $y = -2x^2 + 4x + 1$ 의 축의 방정식과 꼭짓점의 좌표를 순서대로 바르게 나타낸 것은?

① $x = -1, (1, 3)$

② $x = -1, (-1, 0)$

③ $x = 1, (-2, 3)$

④ $x = 1, (1, 3)$

⑤ $x = 1, (1, 0)$

해설

$$y = -2(x^2 - 2x + 1) + 2 + 1$$

$$y = -2(x - 1)^2 + 3$$

따라서 축의 방정식은 $x = 1$, 꼭짓점의 좌표는 $(1, 3)$ 이다.

2. 다음 이차함수의 그래프 중 모양이 위로 볼록하면서 폭이 가장 좁은 것은?

① $y = 2x^2 - 1$

② $y = 3x^2$

③ $y = -(x - 1)^2 + 3$

④ $y = \frac{3}{2}(x - 3)^2$

⑤ $y = -5x^2 + 2x + 3$

해설

최고차항의 계수의 절댓값이 클수록 폭이 좁으며, 음수이면 위로 볼록하다.

3. 이차함수 $y = 2x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동시키면 점 $(3, a)$ 를 지난다. a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = 2x^2 - 3$ 에 $(3, a)$ 를 대입하면

$$a = 2 \times 3^2 - 3,$$

$$\therefore a = 15$$

4. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4$ 의 y 절편을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{3}$

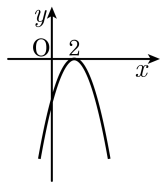
해설

$$\begin{aligned} y &= -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4 \\ &= -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{13}{3} \end{aligned}$$

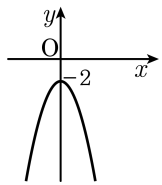
따라서 y 절편은 $-\frac{13}{3}$

5. 다음 중 이차함수 $y = x^2 - 4x + 4$ 의 그래프로 알맞은 것은?

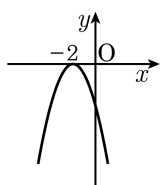
①



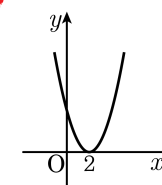
②



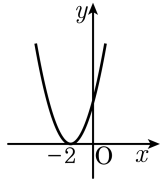
③



④



⑤



해설

$y = (x - 2)^2$ 의 그래프이므로 아래로 볼록하고, 꼭짓점이 $(2, 0)$ 인 그래프이다.

6. $y = k(k + 1)x^2 + 3x - 1$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k + 1) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq 0, k \neq -1$ 이다.

7. 이차함수 $y = -2x^2 - 3x + 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 m 만큼 평행이동시키면 점(2, -8) 을 지난다. m 의 값을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$y = -2x^2 - 3x + 2 + m$$

(2, -8) 을 대입하면

$$-8 = -2 \times 2^2 - 3 \times 2 + 2 + m$$

$$\therefore m = 4$$

8. 다음 보기의 이차함수 중 그래프가 아래로 볼록한 것을 모두 구하여라.

보기

㉠ $y = 7x^2 + 5$

㉡ $y = -3x^2 + x + 1$

㉢ $y = (2x - 1)(x + 3)$

㉣ $y = -2(x - 2)^2 + 3$

㉤ $y = \frac{1}{5}x^2$

㉥ $y = 5(x + 3)(x - 1)$

㉦ $y = -x^2 + 4x - 3$

㉧ $y = 2(x - 1)^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉧

해설

x^2 의 계수인 $a > 0$ 이면 아래로 볼록, $a < 0$ 이면 위로 볼록한 포물선이 된다.

9. 다음 보기의 이차함수의 그래프를 그렸을 때, 폭이 넓은 순서대로 나열하여라.

보기

㉠ $y = (x - 3)^2 + 2$

㉡ $y = -2x^2$

㉢ $y = 5(x + 1)^2 - 4$

㉣ $y = \frac{3}{2}x^2 + \frac{5}{2}x - 1$

㉤ $y = -0.5x^2 + 1$

㉥ $y = \frac{1}{5}x^2$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉥

▷ 정답 : ㉤

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉣

해설

x^2 의 계수의 절댓값이 작을수록 폭이 넓으므로

㉥, ㉤, ㉠, ㉢, ㉡, ㉣

10. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned} y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x - 3)^2 - 2 \end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

11. 이차함수 $y = ax^2 + 4x + q$ 를 $y = -\frac{1}{3}(x - p)^2 + 10$ 으로 나타낼 수 있고 꼭짓점이 $(p, 10)$ 이다. 상수 a, p, q 의 곱 apq 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = -\frac{1}{3}(x^2 - 2px + p^2) + 10$$

$$= -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2px}{3} - \frac{1}{3}p^2 + 10 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}$$

$$p = 4, p = 6 \text{ 이고}$$

$$q = -\frac{1}{3}p^2 + 10 = -\frac{1}{3}(36) + 10 = -2 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } apq = -\frac{1}{3} \times 6 \times (-2) = 4 \text{ 이다.}$$

12. 이차함수 $y = x^2 + 2ax + 4$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$y = x^2 + 2ax + 4 = (x + a)^2 - a^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(1, b)$ 이므로

$$-a = 1, -a^2 + 4 = b \text{ 이다.}$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

13. $y = x^2 + 4x - 7$ 을 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 꼴로 고쳤을 때, $a + p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + 4x - 7 \\ &= (x^2 + 4x + 4 - 4) - 7 \\ &= (x + 2)^2 - 11 \\ \therefore a &= 1, p = -2, q = -11 \\ \therefore a + p + q &= 1 - 2 - 11 = -12 \end{aligned}$$

14. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 와 $y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치할 때, $p - q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\&= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\&= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

이므로 꼭짓점의 좌표는 (2, -11) 이고,

$y = 2x^2 + px + q$ 와 꼭짓점이 일치하므로

$$\begin{aligned}y &= 2(x - 2)^2 - 11 \\&= 2x^2 - 8x - 3\end{aligned}$$

이므로 $p = -8$, $q = -3$ 이다.

$$\therefore p - q = -5$$

15. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은?

① -16 ② -32 ③ -8 ④ -4 ⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 식은

$y = -2(x + 3)^2$ 이고 이 식을 전개하면

$y = -2x^2 - 12x - 18$

$a = -2, b = -12, c = -18$

$\therefore a + b + c = -2 - 12 - 18 = -32$

16. 이차함수 $y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y = x + a$ 의 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$y = 3\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + 4$ 의 꼭짓점의 좌표가 $\left(\frac{1}{2}, 4\right)$ 이고 직선

$y = x + a$ 위에 있으므로

$$4 = \frac{1}{2} + a \quad \therefore a = \frac{7}{2}$$

17. 포물선 $y = \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5$ 의 축이 $x = 2$ 일 때, p 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

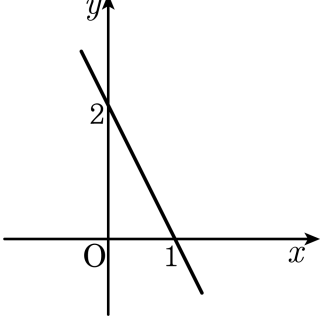
축이 $x = 2$ 이므로

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}x^2 + 2px + 5 \\ &= \frac{1}{2}(x^2 + 4px + 4p^2 - 4p^2) + 5 \\ &= \frac{1}{2}(x + 2p)^2 - 4p^2 + 5 \end{aligned}$$

축의 방정식 $x = -2p = 2$

$$\therefore p = -1$$

18. 일차함수 $y = mx + n$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = x^2 + mx + n$ 의 그래프의 꼭짓점의 위치는?



- ①

제 1 사분면
- ②

제 2 사분면
- ③

제 3 사분면
- ④

제 4 사분면
- ⑤

 x 축 또는 y 축 위

해설

일차함수의 그래프에서 기울기가 -2 , y 절편이 2 이므로
 $y = -2x + 2$, $m = -2$, $n = 2$
 $\therefore y = x^2 - 2x + 2$
 $\qquad = (x^2 - 2x + 1 - 1) + 2$
 $\qquad = (x - 1)^2 + 1$
꼭짓점의 좌표는 $(1, 1)$ 이므로 제 1 사분면 위에 있다.

19. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 $y = x^2 - 2x + 5$ 가 되었다. $2p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$y = x^2 + 2x + 3$$

$$= (x + 1)^2 + 2$$

$$y = x^2 - 2x + 5$$

$$= (x - 1)^2 + 4$$

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 2)$ 에서 $(1, 4)$ 로 평행이동하였으므로

$$p = 2, q = 2$$

$$\therefore 2p + q = 6$$

20. 이차함수 $y = -2x^2 + 8x - 10$ 의 그래프는 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 것이다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$$\begin{aligned}y &= -2x^2 + 8x - 10 \\&= -2(x^2 - 4x + 4 - 4) - 10 \\&= -2(x - 2)^2 + 8 - 10 \\&= -2(x - 2)^2 - 2 \\m &= 2, n = -2 \\ \therefore mn &= -4\end{aligned}$$

21. 포물선 $y = x^2 + bx + c$ 를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동 하였더니 꼭짓점이 $(3, -1)$ 이 되었다고 한다. 상수 b, c 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $b = 2$

▷ 정답 : $c = 3$

해설

$$y = x^2 + bx + c = \left(x + \frac{b}{2}\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c,$$

$$y = \left(x + \frac{b}{2} - 4\right)^2 - \frac{b^2}{4} + c - 3,$$

$$\text{꼭짓점}\left(-\frac{b-8}{2}, -\frac{b^2}{4} + c - 3\right) = (3, -1) \text{ 이므로}$$

$$-\frac{b-8}{2} = 3, b = 2,$$

$$\text{따라서 } -\frac{b^2}{4} + c - 3 = -1 \text{ 이므로 } c = 3 \text{ 이다.}$$

22. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 두 점 $(2, 2), (-4, 10)$ 을 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{4}{3}x + 2 = \frac{1}{3}(x+2)^2 + \frac{2}{3}$$

x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$$y = \frac{1}{3}(x+2-p)^2 + \frac{2}{3} + q$$

두 점 $(2, 2), (-4, 10)$ 을 대입하면

$$2 = \frac{1}{3}(4-p)^2 + \frac{2}{3} + q$$

$$p^2 - 8p + 3q = -12 \cdots \textcircled{1}$$

$$10 = \frac{1}{3}(-2-p)^2 + \frac{2}{3} + q$$

$$p^2 + 4p + 3q = 24 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{ 에서 } p = 3, q = 1$$

$$\therefore p + q = 3 + 1 = 4$$

23. 이차함수 $y = 3x^2 - 18x + 31$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 두 점 $(7, 14), (4, 5)$ 를 지났다. $p + q$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$y = 3x^2 - 18x + 31 = 3(x - 3)^2 + 4$$

x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하면

$$y = 3(x - 3 - p)^2 + 4 + q$$

두 점 $(7, 14), (4, 5)$ 를 대입하면

$$14 = 3(4 - p)^2 + 4 + q$$

$$3p^2 - 24p + q = -38 \cdots \textcircled{1}$$

$$5 = 3(1 - p)^2 + 4 + q$$

$$3p^2 - 6p + q = -2 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1} - \textcircled{2} \text{에서 } p = 2, q = -2$$

$$\therefore p + q = 2 - 2 = 0$$

24. 다음 이차함수의 그래프 중 $y = 3x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포갤 수 있는 것을 모두 고르면?

① $y = 3x^2 + 1$

② $y = -3x^2 + 4$

③ $y = \frac{9x^2 - 1}{3}$

④ $y = -3(x + 1)^2$

⑤ $y = x^2 - 5x + 2 + 2(x - 1)(x + 1)$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행이동하여 두 이차함수의 그래프를 완전히 포갤 수 있다.

따라서 $a = 3$ 인 것은 ①, ③, ⑤이다.

25. 다음 보기의 이차함수의 그래프 중 $y = -2x^2$ 의 그래프를 평행이동하여 완전히 포괄 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $y = -2x^2 + 2$

㉡ $y = 2x^2 - 3$

㉢ $y = -2(x + 1)^2$

㉤ $y = x^2 + 3x + 3 - 3(x - 1)(x + 1)$

㉥ $y = \frac{6x^2 - 2}{3}$

① ㉠,㉡,㉢

② ㉠,㉡,㉢

③ ㉠,㉢,㉤

④ ㉠,㉢,㉥

⑤ ㉠,㉤,㉥

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프에서 a 의 값이 같으면 평행 이동하여 두 이차 함수의 그래프를 완전히 포괄 수 있다.

따라서 $a = -2$ 인 것은 ㉠,㉢,㉤이다.

26. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 + ax + 3$ 의 그래프가 $(1, 4)$ 를 지난다고 한다. 이 때, x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소하는 범위를 구하면?

① $x > 1$

② $x > 2$

③ $x < -1$

④ $x > -2$

⑤ $x < -3$

해설

$(1, 4)$ 를 대입하면 $a = \frac{2}{3}$ 이다.

$a = \frac{2}{3}$ 를 대입하면

$$y = \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x^2 + 2x) + 3$$

$$= \frac{1}{3}(x+1)^2 + 3 - \frac{1}{3} \text{ 이므로}$$

축의 방정식은 $x = -1$ 이다.

따라서 $x < -1$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

27. $y = -x^2 + 2x + 3$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는?

㉠ $x > 1$

㉡ $x < 1$

㉢ $x > 0$

㉣ $x > -1$

㉤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = 1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 범위는 $\{x \mid x > 1\}$ 이다.

28. $y = -2x^2 - 4x + 10$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 1$

② $x < 1$

③ $x > 0$

④ $x > -1$

⑤ $x < -1$

해설

$$\begin{aligned} y &= -2x^2 - 4x + 10 \\ &= -2(x + 1)^2 + 12 \end{aligned}$$

위로 볼록한 모양의 포물선이고 축의 방정식 $x = -1$ 이므로 따라서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값은 감소하는 x 의 값의 범위는 $\{x \mid x > -1\}$ 이다.

29. 포물선 $y = -2x^2 + 4x - 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하면?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$y = -2x^2 + 4x - 6$ 의 그래프와 x 축과의 교점은 $-2x^2 + 4x - 6 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

$$x = 3 \text{ 또는 } x = -1$$

$$A(3, 0), B(-1, 0)$$

$$\therefore \overline{AB} = 4$$

30. $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 두 점 $(k, 0)$, $(-3, 0)$ 에서 x 축과 만날 때, k 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프와 x 축과
만나는 점은 $x^2 + 2x - 3 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

따라서 $k = 1$ 이다.

31. 이차함수 $y = -x^2 + 8x + m$ 의 그래프가 x 축에 접할 때, m 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

그래프가 x 축에 접하려면 $y = a(x-p)^2$ 의 꼴이어야 한다.

$$y = -x^2 + 8x + m = -(x-4)^2 + 16 + m$$

$$\therefore 16 + m = 0$$

$$\therefore m = -16$$

32. $y = x^2 + 2x - 1 + k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 값의 범위를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k < 2$

해설

$$y = x^2 + 2x - 1 + k$$

$$y = (x + 1)^2 + k - 2$$

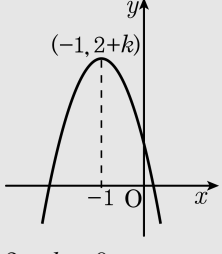
꼭짓점이 $(-1, k - 2)$ 인 아래로 볼록한 그래프이므로 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나려면

$$\therefore k - 2 < 0, k < 2$$

33. 이차함수 $y = -2x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나게 되는 k 의 값의 범위를 구하면?
- ① $k > 2$ ② $k < 2$ ③ $k > 4$
④ $k < -2$ ⑤ $k > -2$

해설

$y = -2x^2 - 4x + k = -2(x^2 + 2x) + k = -2(x + 1)^2 + 2 + k$
다음 그림처럼 이 그래프가 x 축과 두 점에서 만나려면 꼭짓점의 y 좌표가 0 보다 커야 한다.



$2 + k > 0$
 $\therefore k > -2$

해설

$y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 x 축과 두 점에서 만날 때 $D = b^2 - 4ac > 0$ 이 되어야 한다.
 $y = -2x^2 - 4x + k$ 에서 $D = (-4)^2 - 4 \cdot (-2) \cdot k > 0, 8k > -16 \therefore k > -2$

34. 이차함수 $y = x^2 - 6x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않게 되는 k 의 값의 범위는?

① $k < 6$

② $k > -6$

③ $k > 9$

④ $k < -9$

⑤ $k > 10$

해설

$$D/4 = (-3)^2 - k < 0 \quad \therefore 9 < k$$

35. 이차함수의 그래프가 x 축과 두 점에서 만나는 것을 모두 고르면?

① $y = 4x^2 - 4x + 1$

② $y = x^2 - 3x + 2$

③ $y = 2x^2 + 3x + 4$

④ $y = -2x^2 + 4x - 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - x + 1$

해설

② $D = 3^2 - 4 \times 2 > 0$

⑤ $D = (-1)^2 - 4 \times \left(-\frac{1}{2}\right) > 0$

36. 이차함수 $y = 2x^2 + 4x - k$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 상수 k 의 값의 범위는?

- ① $k > -2$
- ② $k > -1$
- ③ $k < -2$
- ④ $k < -1$
- ⑤ $k > 0$

해설

아래로 볼록한 포물선이 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위해서는 꼭짓점의 y 좌표가 음수이어야 한다.

$$y = 2x^2 + 4x - k = 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - k = 2(x + 1)^2 + (-2 - k)$$

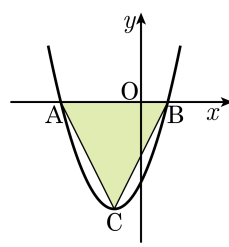
꼭짓점 $(-1, -2 - k)$ 에서 $-2 - k < 0 \quad \therefore k > -2$

해설

$y = 2x^2 + 4x - k$ 가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나면 방정식 $0 = 2x^2 + 4x - k$ 이 서로 다른 두 근을 갖는다.

$$D = 4^2 + 8k > 0 \quad \therefore k > -2$$

37. 이차함수 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점의 좌표를 각각 A, B 라 하고 꼭짓점의 좌표를 C 라 하자. 이 때 $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

i) x 축과의 교점 A, B 의 좌표는 $y = 0$ 일 때 x 의 값이다.

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$(x + 3)(x - 1) = 0$$

$$x = -3 \text{ 또는 } x = 1$$

$$\therefore A(-3, 0), B(1, 0)$$

$$\text{ii) } y = x^2 + 2x - 3$$

$$= (x^2 + 2x + 1) - 1 - 3$$

$$= (x + 1)^2 - 4$$

$$\therefore C(-1, -4)$$

$$\text{iii) } \triangle ABC = 4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$$

38. 포물선 $y = x^2 - 20x + 19$ 의 그래프와 x 축과의 교점을 A, B 라고 할 때, $\overline{AB}$ 의 길이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$y = x^2 - 20x + 19$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표는 $x^2 - 20x + 19 = 0$ 의 근과 같다.

$$x^2 - 20x + 19 = 0 ,$$

$$(x - 1)(x - 19) = 0 ,$$

$$x = 1 \text{ 또는 } x = 19 ,$$

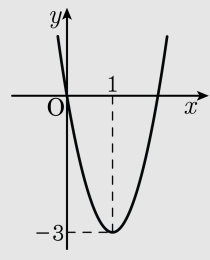
$$\therefore \overline{AB} = 19 - 1 = 18$$

39. 다음 중 이차함수 $y = 3x^2 - 6x$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?

- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 모든 사분면을 지난다.

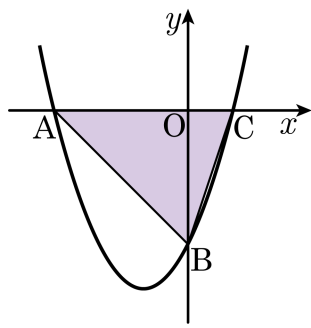
해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 6x \\&= 3(x^2 - 2x + 1 - 1) \\&= 3(x - 1)^2 - 3\end{aligned}$$



그래프의 꼭짓점의 좌표는 $(1, -3)$ 이고 y 절편은 0이다.

40. 다음 그림은 $y = x^2 + 2x - 3$ 의 그래프이다. 이 포물선과 x 축과의 교점을 A, C 라 하고, y 축과의 교점을 B 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

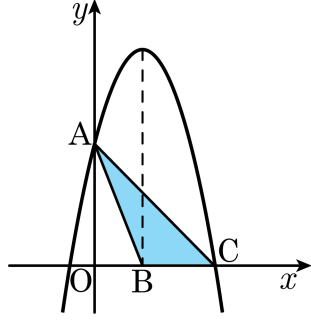
$$y = x^2 + 2x - 3 = (x + 3)(x - 1) = 0$$

$$\therefore A(-3, 0), C(1, 0)$$

$$\therefore B(0, -3)$$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times \{1 - (-3)\} \times 3 = 6$$

41. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + 4x + 5$ 의 그래프이다. 점 C, A 는 각각 x 축, y 축과 만나는 점이고, 점 B 는 대칭축과 x 축이 만나는 점이라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면?



- ① 6 ② $\frac{15}{2}$ ③ 8 ④ $\frac{21}{2}$ ⑤ 12

해설

y 절편이 5 이므로 A(0, 5)
 $y = -x^2 + 4x + 5 = -(x - 2)^2 + 9$
 축이 $x = 2$ 이므로 B(2, 0)
 $y = 0$ 일 때 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x - 5)(x + 1) = 0$ 이므로 C(5, 0)
 $\triangle ABC$ 의 밑변 $\overline{BC} = 3$, 높이 $\overline{AO} = 5$
 $\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 = \frac{15}{2}$

42. 축의 방정식이 $x = 2$ 이고, 두 점 $\left(0, \frac{5}{3}\right), \left(1, \frac{8}{3}\right)$ 을 지나는 포물선에
서 꼭짓점과 x 절편을 세 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

축의 방정식이 $x = 2$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 + q$

두 점 $\left(0, \frac{5}{3}\right), \left(1, \frac{8}{3}\right)$ 을 지나므로

$$\begin{array}{r} \frac{5}{3} = 4a + q \\ -) \frac{8}{3} = a + q \\ \hline -1 = 3a \end{array}$$

$$\therefore a = -\frac{1}{3}, q = 3$$

$$y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 + 3, \text{ 꼭짓점의 좌표 : } (2, 3)$$

x 절편은 y 좌표의 값이 0 이므로

$$-\frac{1}{3}(x - 2)^2 + 3 = 0 \text{ 의 양변에 } -3 \text{ 을 곱하면}$$

$$(x - 2)^2 - 9 = 0$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$(x - 5)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = -1 \text{ 또는 } x = 5$$

따라서 삼각형의 넓이는 $\frac{1}{2} \times (5 + 1) \times 3 = 9$ 이다.

43. 다음 중 이차함수 $y = -x^2 + 4x - 3$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것은?
- ① 꼭짓점의 좌표는 $(2, -3)$ 이다.
 - ② $y = x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.
 - ③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.
 - ④ 아래로 볼록하다.
 - ⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

해설

주어진 식을 정리하면 $y = -(x - 2)^2 + 1$

① 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$

② $y = -x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

④ 위로 볼록한 그래프

⑤ $x < 2$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.

44. 다음 중 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 6$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(4, -2)$ 이다.
- ② 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + 6$ 의 그래프와 모양이 같다.
- ③ $x < 4$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ $y = \frac{1}{2}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동시킨 것이다.
- ⑤ 제 3 사분면을 지나지 않는다.

해설

③ $y = \frac{1}{2}(x-4)^2 - 2$, 아래로 볼록하기 때문에, 축의 왼쪽에서는 x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

45. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 10$ 의 그래프에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 두 개 고르면?

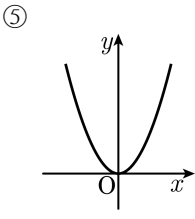
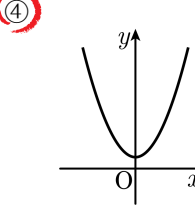
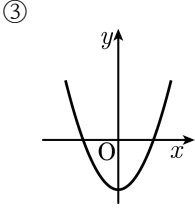
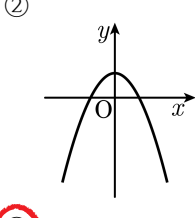
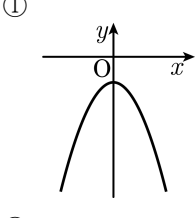
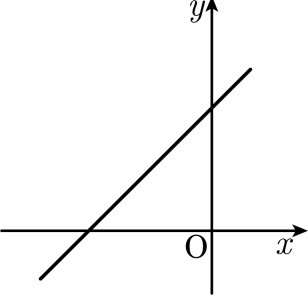
- ① y 절편은 10 이다.
- ② $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.
- ③ x 축과 만나는 점의 좌표가 (1, 0), (5, 0) 이다.
- ④ 축의 방정식은 $y = 3$ 이다.
- ⑤ 그래프는 위로 볼록한 포물선이다.

해설

$$\begin{aligned} y &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10 \\ &= 2(x - 3)^2 - 8 \end{aligned}$$

- ② $x > 3$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 3$ 이다.
- ⑤ 아래로 볼록한 그래프이다.

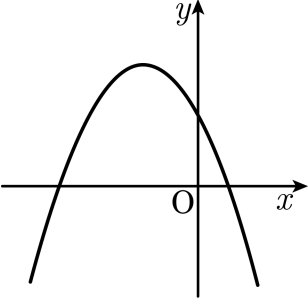
46. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 아래 그림과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 + b$ 의 그래프로 옳은 것은?



해설

$a > 0, b > 0$ 이므로 $y = ax^2 + b$ 의 그래프는 아래로 볼록하고 꼭짓점은 x 축의 위쪽에 있다.

47. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳은 것은?

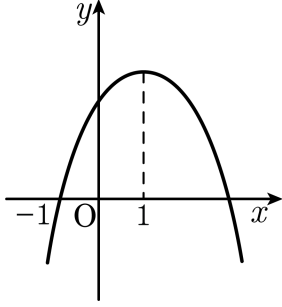


- ① $a > 0$
- ② $b > 0$
- ③ $ab < 0$
- ④ $c > 0$
- ⑤ $abc < 0$

해설

위로 볼록 $a < 0$
축의 식 $-\frac{b}{2a} < 0, b < 0$
y 절편 $c > 0$
따라서 $abc > 0$ 이다.

48. 다음 그림은 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



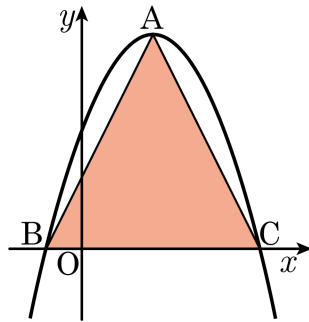
- ① $ab < 0$
- ② $bc > 0$
- ③ $ac > 0$
- ④ $abc < 0$
- ⑤ $a + b + c > 0$

해설

그래프가 위로 볼록하므로 $a < 0$ 축이 y 축을 기준으로 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다. 따라서 $b > 0$ 이다. y 절편이 양수이므로 $c > 0$ 이다.

⑤ $y = ax^2 + bx + c$ 에서
 $x = 1$ 일 때, $a + b + c = y$ 이고
 y 좌표는 양수이므로 $a + b + c > 0$ 이다.

49. 다음은 $y = a(x - 2)^2 + 6$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 18 일 때, a 의 값을 구하면?



- ① -2 ② $-\frac{5}{3}$ ③ $-\frac{4}{3}$ ④ -1 ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

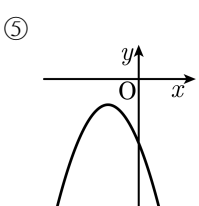
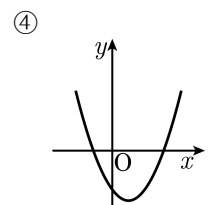
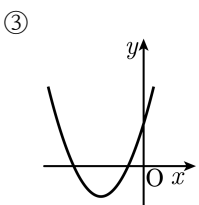
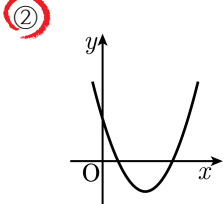
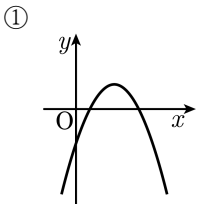
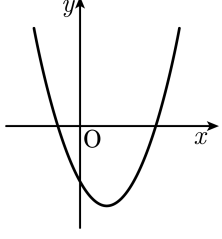
$$18 = \frac{1}{2} \times \overline{BC} \times 6, 18 = 3 \overline{BC}, \overline{BC} = 6$$

따라서 점 B 의 좌표는 $(-1, 0)$ 이고, C 의 좌표는 $(5, 0)$ 이다.

$y = a(x - 2)^2 + 6$ 에 $(5, 0)$ 을 대입하면 $9a + 6 = 0$ 이다.

$$\therefore a = -\frac{2}{3}$$

50. 이차함수 $y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $y = cx^2 + bx + a$ 의 그래프는?



해설

$y = ax^2 + bx - c$ 의 그래프가 아래로 볼록하므로 $a > 0$ 이다.
 축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 a 와 b 의 부호는 반대이다.
 따라서, $b < 0$ 이다.
 y 절편이 음수이므로 $-c < 0$, $c > 0$ 이다.
 $y = cx^2 + bx + a$ 에서
 $c > 0$ 이므로 아래로 볼록한 그래프이다.
 $b < 0$ 이므로 축은 y 축의 오른쪽에 있다.
 $a > 0$ 이므로 y 절편은 양수이다.
 따라서 구하는 그래프는 ②이다.