

1. $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, $\frac{20}{3-x}$ 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$-2 \leq x \leq 2 \text{에서}$$

$$-2 \leq -x \leq 2,$$

$$1 \leq 3-x \leq 5$$

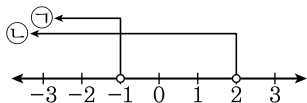
$$\frac{1}{5} \leq \frac{1}{3-x} \leq 1$$

$$\therefore 4 \leq \frac{20}{3-x} \leq 20$$

따라서 최댓값과 최솟값의 합은 24

2. 다 음 은 연 립 부 등 식

$$\begin{cases} ax + b < 0 \cdots \textcircled{\Gamma} \\ cx + d > 0 \cdots \textcircled{\text{L}} \end{cases} \quad \text{의 해 를 수}$$



직선 위에 나타낸 것이다. 이 때,
연립부등식의 해는?

① $x < -1$

② $x < 2$

③ $-1 < x < 2$

④ $-1 \leq x < 2$

⑤ $x > -1$

해설

$x < -1$ 과 $x < 2$ 의 공통부분이 연립부등식의 해이다.

$\therefore x < -1$

3. $A < B < C$ 꼴의 문제를 풀 때 알맞은 것은?

① $\begin{cases} A < B \\ A < C \end{cases}$

④ $\begin{cases} B < A \\ B < C \end{cases}$

② $\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} A < B \\ C < B \end{cases}$

③ $\begin{cases} A < C \\ B < C \end{cases}$

해설

$A < B < C$ 꼴의 부등식은

$\begin{cases} A < B \\ B < C \end{cases}$ 로 고쳐서 푼다.

4. 어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고, 어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다고 한다. 어떤 수의 범위로 옳은 것은?

① $8 < x < \frac{37}{3}$

② $8 < x < \frac{40}{3}$

③ $9 < x < \frac{37}{3}$

④ $9 < x < \frac{40}{3}$

⑤ $9 < x < \frac{43}{3}$

해설

어떤 수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만든다. ‘어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고.’ 를 식으로 표현하면, $3x - 8 < 32$ 이고, ‘어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다’ 를 식으로 표현하면, $6(x - 5) > 24$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면,
$$\begin{cases} 3x - 8 < 32 \\ 6(x - 5) > 24 \end{cases}$$

이다. 이를 간단히 하면,
$$\begin{cases} x < \frac{40}{3} \\ x > 9 \end{cases}$$
 따라서 $9 < x < \frac{40}{3}$ 이다.

5. 부등식 $|2x - 1| \geq 3$ 을 풀면?

① $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$

② $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

③ $x \leq -2$ 또는 $x \geq 2$

④ $x < 1$ 또는 $x > 2$

⑤ $x \leq 1$ 또는 $x > 2$

해설

$|2x - 1| \geq 3$ 에서

$2x - 1 \leq -3$ 또는 $2x - 1 \geq 3$ 정리하면 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 2$

6. 다음 연립부등식을 풀면?

$$\begin{cases} 2(2x-3) > x+3 \\ 5x-9 < 3x+7 \end{cases}$$

① $2 < x < 8$

② $3 < x < 9$

③ $3 < x < 8$

④ $5 < x < 9$

⑤ $4 < x < 10$

해설

i) $2(2x-3) > x+3$

$$\Rightarrow 4x-6 > x+3$$

$$\Rightarrow x > 3$$

ii) $5x-9 < 3x+7$

$$\Rightarrow 2x < 16$$

$$\Rightarrow x < 8$$

$$\therefore 3 < x < 8$$

7. 다음 연립부등식을 만족하는 가장 큰 정수는?

$$\begin{cases} \frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3) \\ 0.5(x-9) < 0.2(x-3) \end{cases}$$

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 13

해설

i) $\frac{2}{5}(4x-1) > \frac{1}{3}(2x+3)$ 의 양변에 15 를 곱해 주면,

$$\Rightarrow 6(4x-1) > 5(2x+3)$$

$$\Rightarrow x > \frac{3}{2}$$

ii) $0.5(x-9) < 0.2(x-3)$ 의 양변에 10 을 곱해 주면,

$$\Rightarrow 5(x-9) < 2(x-3)$$

$$\Rightarrow x < 13$$

$$\therefore \frac{3}{2} < x < 13$$

8. 연립부등식 $\begin{cases} 2x + 7 \geq 3x \\ x \geq a \end{cases}$ 을 만족하는 정수가 3개일 때, a 의 값의 범위는?

▶ 답 :

▷ 정답 : $4 < a \leq 5$

해설

$2x + 7 \geq 3x$ 를 풀면 $x \leq 7$ 이다.

$a \leq x \leq 7$ 을 만족하는 정수 3 개가 존재하려면 $4 < a \leq 5$ 이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 10 - 2x \geq 3x \\ x - a > -3 \end{cases}$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 2$

② $a \leq 2$

③ $a \geq 5$

④ $a \leq 5$

⑤ $2 < a < 5$

해설

$$\begin{cases} 10 - 2x \geq 3x & \rightarrow 2 \geq x \\ x - a > -3 & \rightarrow x > a - 3 \end{cases}$$

$$a - 3 \geq 2$$

$$\therefore a \geq 5$$

10. 200 원짜리 자두와 500 원짜리 복숭아를 합하여 9 개를 사는데, 그 값이 2800 원 이상 3600 원 이하가 되게 하려고 한다. 복숭아는 최대 몇 개까지 살 수 있는가?

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 6 개

해설

자두의 개수 : $(9 - x)$ 개 , 복숭아의 개수 : x 개

$$2800 \leq 200(9 - x) + 500x \leq 3600$$

$$\begin{cases} 2800 \leq 200(9 - x) + 500x \\ 200(9 - x) + 500x \leq 3600 \end{cases}$$

$$\therefore \frac{10}{3} \leq x \leq 6$$

따라서 살 수 있는 복숭아의 최대 개수는 6 개이다.

11. 부등식 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수 x 가 존재하기 위한 상수 a 의 값의 범위는?

① $a > 1$

② $a < -\frac{1}{3}$

③ $a \geq -\frac{1}{3}$

④ $a \leq -\frac{1}{3}$

⑤ $-\frac{1}{3} < a < 1$

해설

$ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하는 경우는 전체에서 모든 실수 x 에 대하여

$ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 인 경우를 제외하면 된다.

$ax^2 + (a+1)x + a < 0$ 이 모든 실수 x 에 대하여 성립하려면 $a < 0 \cdots \textcircled{㉠}$

또, 이차방정식 $ax^2 + (a+1)x + a = 0$ 의 판별식을 D 라 할 때,

$$D = (a+1)^2 - 4a^2 < 0, \quad -3a^2 + 2a + 1 < 0$$

$$3a^2 - 2a - 1 > 0, \quad (3a+1)(a-1) > 0$$

$$\therefore a < -\frac{1}{3} \text{ 또는 } a > 1 \cdots \textcircled{㉡}$$

㉠, ㉡의 공통 범위를 구하면 $a < -\frac{1}{3}$

따라서 $ax^2 + (a+1)x + a \geq 0$ 을 만족하는 실수가 존재하려면 $a \geq -\frac{1}{3}$ 이면 된다.

12. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$ 을 만족하는 한 자리의 자연수 x 의 개수는?

① 1개

② 2개

③ 4개

④ 6개

⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$

해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,

즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면

$ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이

$ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로

$b = a, c = -2a \cdots$ (가)

(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면

$-2ax^2 - ax - a > 0, 2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$

이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식

$D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로

$2x^2 + x + 1 > 0$ 은

모든 실수 x 에 대하여 성립한다.

따라서 주어진 부등식을 만족하는

한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \dots, 9$ 의 9개이다.

13. 부등식 $|x - 2| < k$ 를 만족하는 모든 x 의 값이 부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족할 때, 실수 k 의 최댓값은? (단, $k > 0$)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

부등식 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 풀면

$$-8 \leq x^2 - 8 \leq 8$$

$$0 \leq x^2 \leq 16$$

$$\therefore -4 \leq x \leq 4$$

$k > 0$ 이므로 부등식 $|x - 2| < k$ 을 풀면

$$-k < x - 2 < k$$

$$-k + 2 < x < k + 2$$

이때, 이 부등식의 모든 해가 $|x^2 - 8| \leq 8$ 을 만족하려면

$$-k + 2 \geq -4, \quad k + 2 \leq 4 \text{ 이어야 하므로}$$

$$k \leq 6, \quad k \leq 2$$

$$\therefore 0 < k \leq 2$$

따라서 실수 k 의 최댓값은 2이다.

14. 다음 부등식을 동시에 만족하는 정수 x 의 개수는?

$$x^2 < 3x + 40, \quad 3x^2 - 7x \geq 40$$

① 4개

② 5개

③ 6개

④ 7개

⑤ 8개

해설

$$x^2 < 3x + 40, \quad x^2 - 3x - 40 < 0,$$

$$(x - 8)(x + 5) < 0, \quad -5 < x < 8$$

$$3x^2 - 7x \geq 40, \quad 3x^2 - 7x - 40 \geq 0$$

$$(3x + 8)(x - 5) \geq 0,$$

$$x \geq 5 \text{ 또는 } x \leq -\frac{8}{3} \rightarrow$$

$$\text{공통범위는 } -5 < x \leq -\frac{8}{3}, \quad 5 \leq x < 8$$

정수는 $-4, -3, 5, 6, 7$: 5개이다.

15. 실수 x 에 대하여 $[x]$ 는 x 를 넘지않는 최대 정수를 나타낸다고 한다.
부등식 $2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 를 만족하는 x 의 범위를 바르게 구한 것은?

① $-1 \leq x < 2$

② $x \leq -1$

③ $x \geq 1$

④ $x \leq 1$

⑤ $x \leq -1, x \geq 2$

해설

$2[x]^2 - [x] - 6 < 0$ 에서 좌변을 인수분해하면

$$(2[x] + 3)([x] - 2) < 0, -\frac{3}{2} < [x] < 2$$

이 때 $[x]$ 는 정수이므로 $[x] = -1, 0, 1$

$[x] = -1, 0, 1$ 이면 $-1 \leq x < 2$

$$\therefore -1 \leq x < 2$$

16. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 2일 때, 방정식 $f(2x-3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

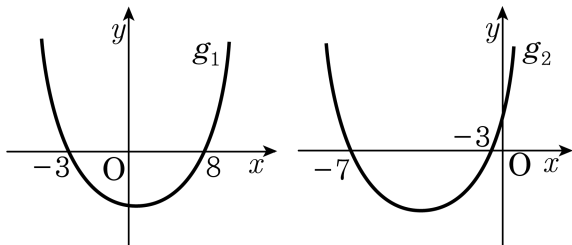
$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 2$

$f(2x-3) = 0$ 에서 $2x-3 = \alpha, 2x-3 = \beta$

$$\therefore x = \frac{\alpha+3}{2}, \frac{\beta+3}{2}$$

$$\therefore \text{두 근의 합은 } \frac{(\alpha+\beta)+6}{2} = 4$$

17. 이차함수 $y = x^2 + ax + b$ 를 갑은 일차항의 계수를 잘못 보고 그래프 g_1 을, 을은 상수항을 잘못 보고 그래프 g_2 를 그렸다. 이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 을 만족하는 정수 x 의 개수를 구하여라.



▶ 답 : 개

▷ 정답 : 13 개

해설

갑은 상수항을 바르게 보았으므로

g_1 의 상수항 $b = -24$ ($\because$ 두 근의 곱)

을은 일차항의 계수를 바르게 보았으므로

g_2 의 일차항 $a = 10$

($\because$ 대칭축의 방정식은 $x = -\frac{a}{2} = -5$)

이 때, $x^2 + ax + b < 0$ 에 a, b 를 대입하면

$x^2 + 10x - 24 < 0$, $(x + 12)(x - 2) < 0$

$\therefore -12 < x < 2$

따라서 만족하는 정수는 13 (개)

18. 이차함수 $y = x^2 - 2x - 3$ 의 그래프가 이차함수 $y = 2x^2 - 2mx + 1$ 의 그래프보다 항상 아래쪽에 존재하도록 하는 실수 m 의 값의 범위는?

① $-3 < m < 3$

② $-3 < m < 1$

③ $-1 < m < 3$

④ $m < -1$ 또는 $m > 1$

⑤ $m < -1$ 또는 $m > 3$

해설

$x^2 - 2x - 3 < 2x^2 - 2mx + 1$ 에서

$$x^2 - 2(m-1)x + 4 > 0$$

이 부등식이 모든 실수 x 에 대하여 항상 성립해야 하므로 이차 방정식 $x^2 - 2(m-1)x + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (m-1)^2 - 4 < 0 \text{ 에서}$$

$$(m+1)(m-3) < 0$$

$$\therefore -1 < m < 3$$

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx + 6 - k = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 -1 보다 작을 때, 정수 k 의 개수를 구하여라.

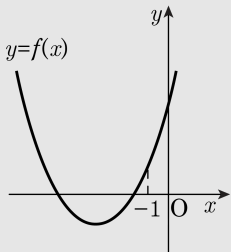
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3 개

해설

$f(x) = x^2 - 2kx + 6 - k$ 라 하면

방정식 $f(x) = 0$ 의 서로 다른 두 근이 -1 보다 작으므로



(i) $\frac{D}{4} = (-k)^2 - (6 - k) > 0$ 에서

$$k^2 + k - 6 > 0, (k + 3)(k - 2) > 0$$

$$\therefore k < -3 \text{ 또는 } k > 2$$

(ii) $f(-1) = 1 + 2k + 6 - k > 0$ 에서 $k > -7$

(iii) $-\frac{2k}{2} < -1$ 에서 $k < -1$

$$\text{이상에서 } -7 < k < -1$$

따라서 정수 k 는 $-6, -5, -4$ 의 3개다.

20. $1 < x < 3$ 에서 x 에 대한 이차방정식 $x^2 - ax + 4 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖도록 하는 실수 a 의 값의 범위가 $\alpha < a < \beta$ 일 때, $3\alpha\beta$ 의 값을 구하여라.

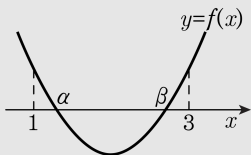
▶ 답 :

▷ 정답 : 52

해설

$f(x) = x^2 - ax + 4$ 라 하면

$1 < x < 3$ 에서 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) $x^2 - ax + 4 = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = a^2 - 16 > 0 \text{ 에서 } (a+4)(a-4) > 0$$

$$\therefore a < -4 \text{ 또는 } a > 4$$

(ii) $f(1) = 5 - a > 0$ 에서 $a < 5$

$$f(3) = 13 - 3a > 0 \text{ 에서 } a < \frac{13}{3}$$

$$\therefore a < \frac{13}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 대칭축이

$$x = \frac{a}{2} \text{ 이므로 } 1 < \frac{a}{2} < 3$$

$$\therefore 2 < a < 6$$

(i), (ii), (iii) 에서 a 의 값의 범위는 $4 < a < \frac{13}{3}$

따라서, $\alpha = 4$, $\beta = \frac{13}{3}$ 이므로 $3\alpha\beta = 52$

21. 연립부등식 $-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$ 의 해가 $\frac{2}{5} < x < b$ 일때, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$-1.2 < \frac{2x-a}{6} < -x$$

$$\rightarrow \begin{cases} -7.2 < 2x - a \\ 2x - a < -6x \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} x > \frac{a-7.2}{2} \\ x < \frac{a}{8} \end{cases}$$

$$\frac{a-7.2}{2} < x < \frac{a}{8} \text{ 가 } \frac{2}{5} < x < b \text{ 이므로}$$

$$\frac{a-7.2}{2} = \frac{2}{5}$$

$$5a - 36 = 4$$

$$\therefore a = 8$$

$$\therefore b = \frac{a}{8} = \frac{8}{8} = 1$$

22. x 보다 크지 않은 최대의 정수와 x 보다 작지 않은 최소의 정수의 합이 5일 때, x 는?

① $\left\{\frac{5}{2}\right\}$

② $\{x|2 \leq x \leq 3\}$

③ $\{x|2 \leq x < 3\}$

④ $\{x|2 < x \leq 3\}$

⑤ $\{x|2 < x < 3\}$

해설

$[x]$ 를 x 보다 크지 않은 최대의 정수,
 $<x>$ 를 x 보다 작지 않은 최대의 정수라 하자.
 $x = n$ (n 은 정수)일 때,

$$[x] = n, <x> = n \text{ 이므로 } n + n = 5, n = \frac{5}{2}$$

$\therefore$ 적당하지 않다.

$n < x < n + 1$ (n 은 정수)일 때,

$$[x] = n, <x> = n + 1 \text{ 이므로 } n + n + 1 = 5$$

$$\therefore n = 2$$

$$\therefore 2 < x < 3$$

23. 부등식 $|x^2 + x + 1| \leq |x + 2|$ 의 해는?

① $x \leq -1$

② $-1 \leq x \leq 1$

③ $x \geq 1$

④ 해는 없다.

⑤ 모든 실수

해설

$$x^2 + x + 1 = (x + \frac{1}{2})^2 + \frac{3}{4} > 0 \text{이므로}$$

$$|x^2 + x + 1| = x^2 + x + 1$$

$$x^2 + x + 1 \leq |x + 2| \text{에서}$$

(i) $x < -2$ 일 때,

$$x^2 + x + 1 \leq -(x + 2), \quad x^2 + 2x + 3 \leq 0$$

$$(x + 1)^2 + 2 \leq 0$$

그런데 $(x + 1)^2 > 0$ 이므로 해는 없다.

(ii) $x \geq -2$ 일 때,

$$x^2 + x + 1 \leq x + 2, \quad x^2 \leq 1$$

$$\therefore -1 \leq x \leq 1$$

(i), (ii)에 의해 $\therefore -1 \leq x \leq 1$

24. 부등식 $5 - x > 2|x + 1|$ 의 해와 $ax^2 + bx + 7 > 0$ 의 해가 같도록 상수 a, b 의 값을 정할 때, $a + b$ 의 값은 ?

① -7

② -5

③ 5

④ 7

⑤ 0

해설

$5 - x > 2|x + 1|$ 을 풀면

(i) $x \geq -1$ 일 때

$$5 - x > 2x + 2, x < 1 \quad \therefore -1 \leq x < 1$$

(ii) $x < -1$ 일 때

$$5 - x > -2x - 2, x > -7 \quad \therefore -7 < x < -1$$

(i), (ii)에 따라 $-7 < x < 1$

$ax^2 + bx + 7 > 0 \Leftrightarrow -7 < x < 1$ 이므로 $a < 0$ 이고

$$ax^2 + bx + 7 = a(x + 7)(x - 1)$$

계수를 비교하면

$$a = -1, b = -6 \quad \therefore a + b = -7$$

25. x 에 대한 두 부등식 $x^2 + (a-1)x < a$, $6x^2 - x - 1 > 0$ 을 동시에 만족하는 정수가 꼭 두 개 존재할 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$ ② $-3 \leq a < -2$, $3 < a \leq 4$
 ③ $-2 \leq a < -1$, $4 < a \leq 5$ ④ $-4 < a \leq -3$, $2 \leq a < 3$
 ⑤ $-3 < a \leq -2$, $3 \leq a < 4$

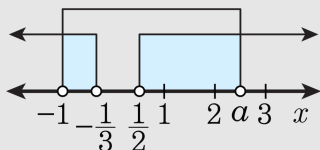
해설

$$6x^2 - x - 1 = (2x-1)(3x+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow x > \frac{1}{2} \text{ 또는 } x < -\frac{1}{3} \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$x^2 + (1-a)x - a = (x+1)(x-a) < 0$$

(i) $a > -1$ 이면 $-1 < x < a \dots\dots \textcircled{㉡}$

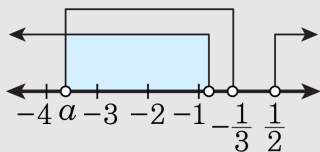


㉠과 ㉡의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 1과 2)

$$2 < a \leq 3$$

(ii) $a = -1$ 이면 해가 없다.

(iii) $a < -1$ 이면 $a < x < -1 \dots\dots \textcircled{㉢}$



㉠, ㉢의 공통 부분에 정수가 두 개만 존재하려면 (즉, 정수 -3과 -2)

$$\therefore -4 \leq a < -3$$

(i), (ii), (iii)에서 $-4 \leq a < -3$, $2 < a \leq 3$