

1. 서로 다른 실수  $a, b, c$  에 대하여  $a + b + c = 0$  일 때, 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 근의 개수를 구하면?

- ① 서로 다른 두 개의 근을 갖는다.  
② 중근을 갖는다.  
③ 근이 존재하지 않는다.  
④ 모든 실수에 대해서 만족한다.  
⑤ 알 수 없다.

해설

방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  의 판별식  $D = b^2 - 4ac$  에  $b = -a - c$  를 대입하면  $D = (-a - c)^2 - 4ac = a^2 - 2ac + c^2 = (a - c)^2 \geq 0$   
 $a \neq c, a - c \neq 0$  이므로  $(a - c)^2 > 0$  이다.

따라서 이차방정식  $ax^2 + bx + c = 0$  은 서로 다른 두 개의 실근을 가진다.

2. 이차방정식  $x^2 + (-m + 3)x + 24 = 0$ 의 두 근의 차가 2일 때, 다음 중 옳은 것의 개수는?

- ㉠ 주어진 이차방정식의 해는 4, 6밖에 없다.  
㉡ 작은 근을  $\alpha$ 라 하고  $\alpha < 0$ 이면  $m > 0$ 이다.  
㉢ 작은 근을  $\alpha$ 라 하고  $\alpha > 0$ 이면  $m = 13$ 이다.  
㉤ 주어진 식을 만족하는 모든  $m$ 의 값의 합은 6이다.

① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

### 해설

두 근을  $\alpha, \alpha + 2$ 라 하면

$$\alpha(\alpha + 2) = 24 \text{에서 } \alpha = 4 \text{ 또는 } -6$$

㉠  $\{4, 6\}$  또는  $\{-6, -4\}$

㉡  $\alpha < 0$ 이면 두 근은  $-6, -4$ 이고  $m - 3 = -6 - 4 = -10$   
 $m = -7$ 이므로  $m < 0$ 이다.

㉢  $\alpha > 0$ 이면 두 근은 4, 6이고  
 $m - 3 = 4 + 6 = 10$

$$\therefore m = 13$$

㉤  $m = -7, 13$ 이므로 모든  $m$ 의 값의 합은 6이다

3. 이차방정식  $x - \frac{5}{x} = 7$  의 두 근을  $\alpha, \beta$  라고 할 때,  $(\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3)$  의 값을 구하면?

① 21

② 35

③ 60

④ 96

⑤ 140

해설

$$x - \frac{5}{x} = 7 \text{ 에서 양변에 } x \text{ 를 곱하면 } x^2 - 7x - 5 = 0$$

이 식에  $x = \alpha, \beta$  를 각각 대입하면

$$\alpha^2 - 7\alpha - 5 = 0 \text{ 에서 } \alpha^2 - 7\alpha = 5$$

$$\beta^2 - 7\beta - 5 = 0 \text{ 에서 } \beta^2 - 7\beta = 5$$

$$\therefore (\alpha^2 - 7\alpha + 7)(\beta^2 - 7\beta + 3) = (5 + 7)(5 + 3) = 96$$