

1. $2x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha^2\beta + \alpha\beta^2$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore \alpha^2\beta + \alpha\beta^2 = \alpha\beta(\alpha + \beta) = -\frac{1}{2} \times (-2) = 1$$

2. 이차식 $x^2 - 6x + 10$ 를 복소수 범위에서 인수분해 한 것은?

① $(x - 6 + 2i)(x - 6 - 2i)$

② $(x - 6 + i)(x - 6 - i)$

③ $(x - 3 + 2i)(x - 3 - 2i)$

④ $(x - 3 + i)(x - 3 - i)$

⑤ $(x - 3 + 2i)(x - 3 - i)$

해설

$$x^2 - 6x + 10 = 0 \text{ 의 근은 } 3 \pm i$$

$$\therefore x^2 - 6x + 10 = (x - 3 + i)(x - 3 - i)$$

3. 두 유리수 a, b 에 대하여 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 일 때, 이차방정식 $bx^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은?

① -4 ② -1 ③ $-\frac{1}{4}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 의 모든 계수가 유리수이고

한 근이 $2 - \sqrt{3}$ 이면

다른 한 근은 $2 + \sqrt{3}$ 이므로 근과 계수의 관계에서

$$-a = (2 - \sqrt{3}) + (2 + \sqrt{3}) = 4,$$

$$b = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 1$$

$$\therefore a = -4, b = 1$$

따라서 $bx^2 - 5x + a = 0$ 의 두 근의 곱은 근과 계수의 관계에서

$$\frac{a}{b} = \frac{-4}{1} = -4$$

4. 이차방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때 $x^2 - (2a+1)x + 2 = 0$ 의 두 근은 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이다. 이때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2 - ax + b = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로
 $\alpha + \beta = a, \alpha\beta = b \quad \cdots \cdots \textcircled{1}$
또, $x^2 - (2a+1)x + 2 = 0$ 의 두 근이 $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 이므로
 $\alpha + \beta + \alpha\beta = 2a + 1, (\alpha + \beta)\alpha\beta = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{2}$
 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $a + b = 2a + 1 \quad \cdots \cdots \textcircled{3}$
 $ab = 2 \quad \cdots \cdots \textcircled{4}$
 $\textcircled{3}, \textcircled{4}$ 를 연립하여 풀면
 $a = 1, b = 2$ 또는 $a = -2, b = -1$

5. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근의 합을 구하면?

- ① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때,
 $\alpha + \beta = 3$
한편, $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $2x + 1 = \alpha, 2x + 1 = \beta$
즉, $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$ 이다.
$$\frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$$

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta = 3$
 $f(x) = k(x - \alpha)(x - \beta)$ 라 하면
 $f(2x + 1) = k(2x + 1 - \alpha)(2x + 1 - \beta)$
 $f(2x + 1) = 0$ 의 두 근은 $x = \frac{\alpha - 1}{2}, \frac{\beta - 1}{2}$
 $\therefore \frac{\alpha - 1}{2} + \frac{\beta - 1}{2} = \frac{\alpha + \beta - 2}{2} = \frac{3 - 2}{2} = \frac{1}{2}$