1. $2x^2+4x-1=0$의 두 근을 α,β라 할 때, $\alpha^2\beta+\alpha\beta^2$의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$\alpha+\beta=-2,\ \alpha\beta=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ \alpha^2\beta+\alpha\beta^2=\alpha\beta(\alpha+\beta)=-\frac{1}{2}\times(-2)=1$

2. 이차식 $x^2 - 6x + 10$ 를 복소수 범위에서 인수분해 한 것은?

① $(x - 6 + 2i)(x - 6 - 2i)$

② $(x - 6 + i)(x - 6 - i)$

③ $(x - 3 + 2i)(x - 3 - 2i)$

④ $(x - 3 + i)(x - 3 - i)$

⑤ $(x - 3 + 2i)(x - 3 - i)$

해설

$x^2 - 6x + 10 = 0$ 의 근은 $3 \pm i$

$\therefore \quad x^2 - 6x + 10 = (x - 3 + i)(x - 3 - i)$

3. 두 유리수 a, b에 대하여 이차방정식 $x^2+ax+b=0$의 한 근이 $2-\sqrt{3}$일 때, 이차방정식 $bx^2-5x+a=0$의 두 근의 곱은?

① -4 ② -1 ③ $-\frac{1}{4}$ ④ 1 ⑤ 4

해설

$x^2+ax+b=0$의 모든 계수가 유리수이고
한 근이 $2-\sqrt{3}$이면
다른 한 근은 $2+\sqrt{3}$ 이므로 근과 계수의 관계에서
$-a=(2-\sqrt{3})+(2+\sqrt{3})=4,$
$b=(2-\sqrt{3})(2+\sqrt{3})=1$
$\therefore a=-4, b=1$
따라서 $bx^2-5x+a=0$ 의 두 근의 곱은 근과 계수의 관계에서
$\frac{a}{b}=\frac{-4}{1}=-4$

4. 이차방정식 $x^2-ax+b=0$의 두 근을 α, β라 할 때 $x^2-(2a+1)x+2=0$의 두 근은 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$이다. 이때, a^2+b^2의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2-ax+b=0$의 두 근이 α, β이므로

$\alpha+\beta=a$, $\alpha\beta=b$ ……㉠

또, $x^2-(2a+1)x+2=0$의 두 근이 $\alpha+\beta$, $\alpha\beta$이므로

$\alpha+\beta+\alpha\beta=2a+1$, $(\alpha+\beta)\alpha\beta=2$ ……㉡

㉠, ㉡에서 $a+b=2a+1$ ……㉢

$ab=2$ ……㉣

㉢, ㉣를 연립하여 풀면

$a=1$, $b=2$ 또는 $a=-2$, $b=-1$

5. 이차방정식 $f(x)=0$의 두 근의 합이 3일 때, 방정식 $f(2x+1)=0$의 두 근의 합을 구하면?

① $\frac{1}{2}$ ② 2 ③ $\frac{1}{3}$ ④ 3 ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때,
$\alpha+\beta=3$
한편, $f(2x+1)=0$의 두 근은 $2x+1=\alpha$, $2x+1=\beta$
즉, $x=\frac{\alpha-1}{2}$, $\frac{\beta-1}{2}$이다.

$$\frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}=\frac{\alpha+\beta-2}{2}$$
$$=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$$

해설

$f(x)=0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha+\beta=3$
$f(x)=k(x-\alpha)(x-\beta)$라 하면
$f(2x+1)=k(2x+1-\alpha)(2x+1-\beta)$
$f(2x+1)=0$의 두 근은 $x=\frac{\alpha-1}{2}$, $\frac{\beta-1}{2}$

$$\therefore \frac{\alpha-1}{2}+\frac{\beta-1}{2}=\frac{\alpha+\beta-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$$