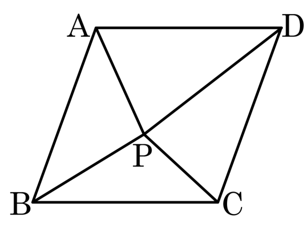
1. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 내부에 한 점 P를 잡았을 때, $\triangle PAD = 18\text{cm}^2$, $\triangle PBC = 13\text{cm}^2$, $\triangle PCD = 17\text{cm}^2$라 하면 $\triangle PAB$의 넓이는 (   )cm^2이다. (   ) 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

내부의 한 점 P에 대하여 $\frac{1}{2}\square ABCD = \triangle PAB + \triangle PCD = \triangle PAD + \triangle PBC$이다.

$18 + 13 = 17 + \triangle PAB$

따라서 $\triangle PAB$의 넓이는 14cm^2이다.

2. 다음 보기 중에서 평행사변형이 직사각형이 되기 위한 조건을 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

㉡ 이웃하는 두 각의 크기가 같다.

㉢ 한 내각의 크기가 $90°$ 이다.

㉣ 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분한다.

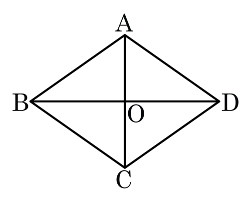
㉤ 두 대각선의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉠ 마름모가 될 조건
㉡ 직사각형이 될 조건
㉢ 직사각형이 될 조건
㉣ 평행사변형이 될 조건
㉤ 직사각형이 될 조건
∴ ㉡, ㉢, ㉤의 3 개

3. 다음 그림의 $\square$ABCD 는 마름모이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

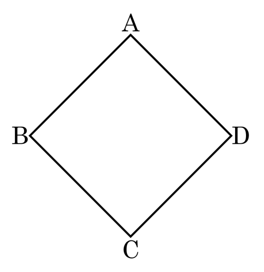


① $\overline{AB} = \overline{CD}$
② $\angle A = \angle C$
③ $\overline{BO} = \overline{DO}$
④ $\overline{AC} = \overline{BD}$
⑤ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

마름모의 두 대각선은 서로 다른 것을 수직이등분하지만 길이는 같지 않다.
따라서 $\overline{AC} \neq \overline{BD}$ 이다.

4. 다음 보기 중 그림과 같은 마름모 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 고르면?



① $\overline{AC} = \overline{AB}$

② $\overline{AC} = \overline{BD}$

③ $\angle A + \angle B = 180°$

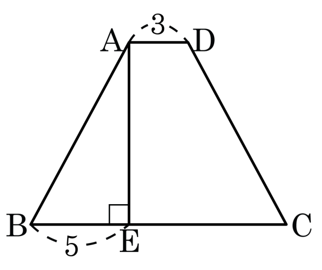
④ $\overline{AC}$ 와 $\overline{BD}$ 가 만나는 점을 O 라고 할 때, $\overline{BA} = 2\overline{AO}$ 이다.

⑤ $\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이다.

해설

마름모가 정사각형이 되기 위해서는 한 내각의 크기가 90° 이거나 두 대각선의 길이가 같으면 된다.
$\overline{AC} = \overline{BD}$ 이다.
$\overline{AD}$ 의 중점을 M 이라고 할 때, $\overline{BM} = \overline{CM}$ 이면 $\triangle ABM \equiv \triangle DCM$ (SSS 합동) 이므로 $\angle A = \angle D = 90°$

5. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 3$, $\overline{BE} = 5$일 때, $\overline{BC}$의 길이를 구하여라.

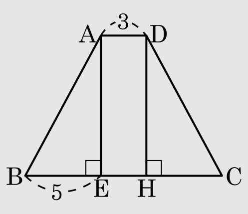


▶ 답：

▷ 정답： 13

해설

점 D에서 $\overline{BC}$에 내린 수선의 발을 H라 하면



$\triangle ABE \equiv \triangle DCH$는 RHA 합동이고, $\overline{BE} = \overline{CH}$이다.

$\therefore \overline{BC} = 5 + 3 + 5 = 13$

6. 평행사변형, 직사각형, 마름모, 정사각형의 관계를 옳게 나타낸 것은?

① 평행사변형은 마름모이다.

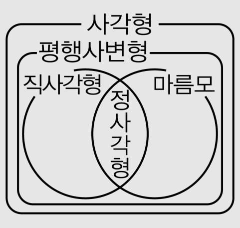
② 정사각형은 평행사변형이다.

③ 직사각형은 마름모이다.

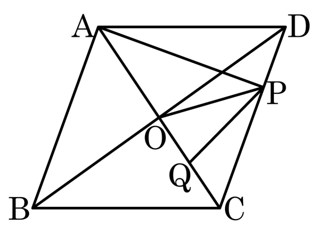
④ 평행사변형은 정사각형이다.

⑤ 평행사변형은 직사각형이다.

해설



7. 다음 그림의 평행사변형 □ABCD 에서 $\overline{DP} : \overline{PC} = 1 : 2$ 이고 $\triangle APC = 90°$ 라고 한다. $\overline{OQ} = \overline{QC}$ 일 때, △OQP 의 넓이는 □ABCD 의 넓이의 몇 배인가?



▶ 답: 배

▷ 정답: $\frac{1}{12}$ 배

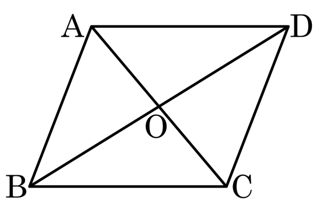
해설

$\triangle OQP = \square ABCD \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}$

$= \square ABCD \times \frac{1}{12}$

$\therefore \frac{1}{12}$ (배)

8. 다음 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle$OBC 의 넓이가 $20\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, $\square$ABCD 의 넓이를 구하여라.



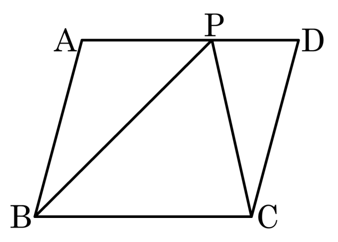
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $80\,\mathrm{cm}^2$

해설

$\square\mathrm{ABCD} = 4 \times \triangle\mathrm{OBC} = 4 \times 20 = 80(\mathrm{cm}^2)$

9. 평행사변형 ABCD 에서 $\triangle ABP$ 의 넓이가 18이고 $\overline{AP} : \overline{PD} = 3 : 2$ 일 때, 평행사변형 ABCD 의 넓이를 구하시오.



▶ 답 :

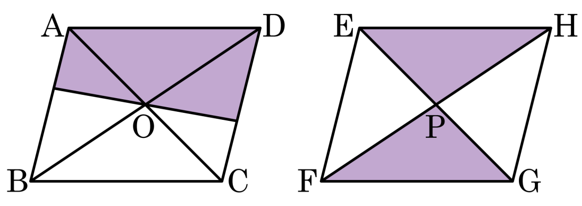
▷ 정답 : 60

해설

$\overline{AP} : \overline{PD} = 3 : 2 = \triangle ABP : \triangle PCD$ 이므로 $\therefore \triangle PCD = 12$

$\square ABCD = 2(\triangle ABP + \triangle PCD) = 2(18 + 12) = 60$

10. 다음 평행사변형 ABCD 와 EFGH 는 합동이다. 평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 $34\,\mathrm{cm}^2$ 일 때, 평행사변형 EFGH 의 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



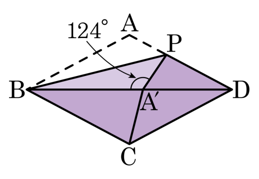
▶ 답 : ______ cm^2

▷ 정답 : $34\,\mathrm{cm}^2$

해설

평행사변형 ABCD 의 색칠한 부분의 넓이가 $34\,\mathrm{cm}^2$ 이므로 전체의 넓이는 $68\,\mathrm{cm}^2$ 이다.
평행사변형 EFGH 는 평행사변형 ABCD 와 합동이므로 넓이가 $68\,\mathrm{cm}^2$ 이다.
$\triangle PEH + \triangle PFG = \frac{1}{2}\square EFGH$ 이므로 색칠한 부분의 넓이는 $34\,\mathrm{cm}^2$ 이다.

11. 다음 그림은 마름모 ABCD 의 꼭짓점 A 가 대각선 BD 위에 오도록 접은 것이다. $\angle \mathrm{BA'P} = 124^\circ$ 일 때, $\angle \mathrm{A'CD}$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad\quad\quad\quad}$ °

▷ 정답 : 48°

해설

$\angle \mathrm{CBA'} = (180^\circ - 124^\circ) \div 2 = 28^\circ$

$\overline{\mathrm{BA'}} = \overline{\mathrm{BC}}$ 이므로

$\angle \mathrm{BCA'} = (180^\circ - 28^\circ) \div 2 = 76^\circ$

$\therefore\ \angle \mathrm{A'CD} = 124^\circ - 76^\circ = 48^\circ$

12. 다음 중 평행사변형이 마름모가 되는 조건의 개수는?

㉠ 한 내각의 크기가 직각이다.
㉡ 두 대각선이 서로 다른 것을 수직이등분한다.
㉢ 두 대각선의 길이가 같다.
㉣ 두 대각선이 직교한다.
㉤ 이웃하는 두 변의 길이가 같다.

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

㉡, ㉣, ㉤ 평행사변형이 마름모가 되려면 두 대각선이 서로 수직이등분하면 되고, 네 변의 길이가 모두 같으면 된다. 두 대각선의 길이가 같은 사각형은 직사각형이다.

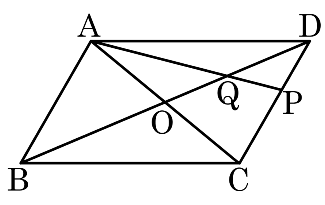
13. 직사각형의 중점을 연결했을 때 나타나는 사각형의 성질을 나타낸 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

① 네 변의 길이가 모두 같다.
② 두 대각선이 서로 수직으로 만난다.
③ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
④ 네 각의 크기가 모두 직각이다.
⑤ 두 대각선이 내각을 이등분한다.

해설

직사각형의 중점을 연결해 생기는 사각형은 마름모이다. 마름모는 네 각의 크기가 모두 직각이 아니다.

14. 평행사변형ABCD 에서 $\overline{CP} : \overline{PD} = 3 : 2$, $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 2$ 일 때, $\triangle AOQ$ 는 전체 넓이의 몇 배인지 구하여라



▶ 답 : 배

▷ 정답 : $\frac{3}{28}$ 배

해설

평행사변형ABCD 의 넓이를 S 라 두면, $\triangle ACD = \frac{1}{2}S$

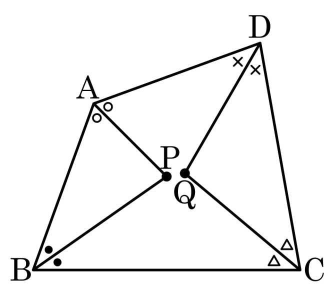
$\overline{CP} : \overline{PD} = 3 : 2$ 이므로 $\triangle ACP = \frac{3}{5}\triangle ACD = \frac{3}{5}\left(\frac{1}{2}S\right) = \frac{3}{10}S$

그리고 $\triangle OAP = \frac{1}{2}\triangle ACP$, $\therefore \triangle OAP = \frac{3}{20}S$

또한 $\overline{AQ} : \overline{QP} = 5 : 2$ 이므로 $\triangle AOQ = \frac{5}{7}\triangle OAP$

따라서 $\triangle AOQ = \frac{5}{7}\triangle OAP = \frac{5}{7}\left(\frac{3}{20}S\right) = \frac{3}{28}S$

15. 사각형 ABCD 에서 $\angle$A 와 $\angle$B 의 이등분선의 교점을 P , $\angle$C 와 $\angle$D 의 이등분선의 교점을 Q 라 할 때, $\angle\mathrm{APB} + \angle\mathrm{DQC}$ 의 크기를 구하여라.

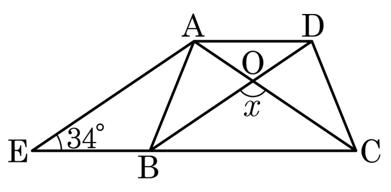


① 90°　② 150°　③ 180°　④ 210°　⑤ 240°

해설

$\angle\mathrm{PAB} = a$, $\angle\mathrm{PBA} = b$, $\angle\mathrm{DCQ} = c$, $\angle\mathrm{CDQ} = d$ 라 하면,
□ABCD 에서
$2a + 2b + 2c + 2d = 360° \therefore\ a + b + c + d = 180°$
△ABP 와 △DQC 에서
$a + b + \angle\mathrm{APB} + c + d + \angle\mathrm{DQC} = 360°$
$\therefore\ \angle\mathrm{APB} + \angle\mathrm{DQC} = 180°$

16. 다음 그림의 □ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AE} /\!/ \overline{DB}$, $\angle AEB = 34°$일 때, $\angle x$의 크기를 구하여라.



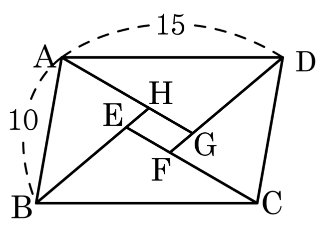
▶ 답: °

▷ 정답: 112°

해설

사각형 ABCD의 두 대각선의 교점을 점 O라고 하면,
$\overline{AE} /\!/ \overline{DB}$이므로 $\angle AEB = \angle OBC = 34°$($\because$ 동위각)
$\triangle ABC$와 $\triangle DCB$에서 $\overline{BC}$는 공통,
등변사다리꼴의 성질에 의하여 $\overline{AB} = \overline{DC}$, $\angle ABC = \angle DCB$이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle DCB$
따라서 $\angle DBC = \angle ACB$이므로 $\triangle OBC$는 이등변삼각형이다.
$\therefore \angle BOC = \angle x = 180° - (2 \times 34°) = 112°$

17. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 네 내각의 이등분선을 각각 연결하여 □EFGH 를 만들었다. $\overline{EH} : \overline{AD} = 1 : 3$, $\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 2$ 일 때, □EFGH의 둘레를 구하면?

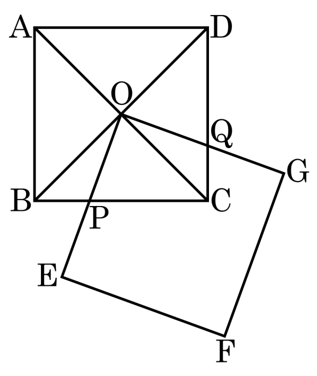


① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$\angle A + \angle B = 180°$이므로 $\angle EAB + \angle EBA = 90°$, $\angle AEB = 90°$이다.
따라서 □EFGH는 직사각형이다. $\overline{EH} : \overline{AD} = 1 : 3$이므로
$\overline{EH} : 15 = 1 : 3$, $\overline{EH} = 5$
$\overline{EF} : \overline{AB} = 1 : 2$이므로 $\overline{EF} : 10 = 1 : 2$, $\overline{EF} = 5$이다.
따라서 직사각형 중 가로와 세로의 길이가 같은 정사각형이고, 둘레는 $2(5 + 5) = 20$가 된다.

18. 다음 그림에서 □ABCD 와 □OEFG 는 합동인 정사각형이다.$\overline{AB} =$ 10cm 일 때, □OPCQ 의 넓이를 구하여라.



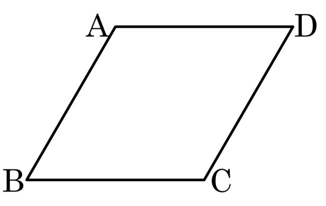
▶ 답 : $\underline{\text{cm}^2}$

▷ 정답 : 25 $\underline{\text{cm}^2}$

해설

$\triangle$OBP 와 $\triangle$OCQ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$
$\angle BOP = 90° - \angle POC = \angle COQ$
$\angle OBP = \angle OCQ = 45°$
$\triangle OBP \equiv \triangle OCQ$ (ASA 합동)
$\therefore \square OPCQ = \triangle OBC = \frac{1}{4}\square ABCD$
$= \frac{1}{4} \times 10 \times 10 = 25(\text{cm}^2)$

19. 사각형 ABCD가 평행사변형이 될 수 있는 조건이 <u>아닌</u> 것은? (단, O는 두 대각선의 교점이다.)



① $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$

② $\angle A=120°$, $\angle B=60°$, $\angle C=120°$

③ $\angle A=\angle C$, $\overline{AB}//\overline{DC}$

④ $\overline{AB}=\overline{DC}$, $\overline{AD}//\overline{BC}$

⑤ $\overline{OA}=\overline{OC}$, $\overline{OB}=\overline{OD}$

해설

$\overline{AB}//\overline{DC}$ 인 경우 $\overline{AB}=\overline{DC}$ 이어야 사각형 ABCD는 평행사변형이다.