

1. $\frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 + 5x + 4} \times \frac{2x^2 + 3x + 1}{x^2 - 4x + 3} \div \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 + 3x - 4}$ 을 간단히 하면 ?

① $\frac{4}{x-3}$

② $\frac{1}{x+4}$

③ $\frac{2}{x+2}$

④ 1

⑤ 0

해설

(주어진 식)

$$\begin{aligned}
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \div \frac{(x-2)(2x+1)}{(x-1)(x+4)} \\
 &= \frac{(x-2)(x-3)}{(x+1)(x+4)} \times \frac{(x+1)(2x+1)}{(x-1)(x-3)} \\
 &\quad \times \frac{(x-1)(x+4)}{(x-2)(2x+1)} = 1
 \end{aligned}$$

2. $1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}}$ 을 간단히 하면?

① $\frac{2x+1}{x}$

② $\frac{2x-1}{x}$

③ $\frac{x-1}{x}$

④ $\frac{x+1}{x}$

⑤ $\frac{1}{x}$

해설

$$\begin{aligned} 1 + \frac{1}{1 - \frac{1}{1-x}} &= 1 + \frac{1}{\frac{1-x-1}{1-x}} = 1 + \frac{1}{\frac{-x}{1-x}} \\ &= 1 - \frac{1-x}{x} = \frac{x-1+x}{x} \\ &= \frac{2x-1}{x} \end{aligned}$$

3. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2}$ 의 값은?

① -3

② -1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x : y = 4 : 3$$

$$3x = 4y$$

$$\therefore x = \frac{4}{3}y$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{\frac{16}{9}y^2 + \frac{4}{3}y^2}{\frac{16}{9}y^2 - y^2} = \frac{28}{7} = 4$$

해설

$$x : y = 4 : 3 \Rightarrow x = 4k, y = 3k$$

$$\frac{x^2 + xy}{x^2 - y^2} = \frac{16k^2 + 12k^2}{16k^2 - 9k^2} = \frac{28k^2}{7k^2} = 4$$

4. 함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역은 $x \neq a$ 인 모든 실수이고 치역은 $y \neq b$ 인 모든 실수이다. 이때, $a+b$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

함수 $y = \frac{x+1}{x-4}$ 의 정의역이 $x \neq a$ 인 모든 실수이고
치역이 $y \neq b$ 인 모든 실수이면 $x = a$, $y = b$ 는 점근선이다.

따라서 $y = \frac{(x-4)+5}{x-4} = \frac{5}{x-4} + 1$ 에서

$a = 4$, $b = 1$ 이므로

$\therefore a+b = 4+1 = 5$

5. 곡선 $xy + x - 3y - 2 = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제 1 사분면

② 제 2 사분면

③ 제 3 사분면

④ 제 4 사분면

⑤ 없다.

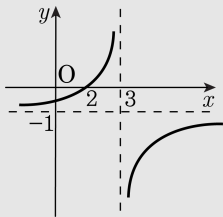
해설

$xy + x - 3y - 2 = 0$ 을 y 에 대하여
정리하면 $(x-3)y = -x+2$

$$\therefore y = \frac{-x+2}{x-3} = \frac{-1}{x-3} - 1 (x \neq 3)$$

즉, $y = \frac{-1}{x-3} - 1$ 은 점근선이

$x=3$, $y=-1$ 이고 점 $(2, 0)$ 을 지나므로
그래프는 다음 그림과 같다. 따라서,
제 2 사분면을 지나지 않는다.



6. 함수 $y = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프와 그 역함수의 그래프가 모두 점 $(3, -2)$ 를 지날 때, 상수 a, b 의 합 $a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$f(x) = \frac{ax+b}{x-2}$ 의 그래프가 점 $(3, -2)$ 를 지나므로 $f(3) = -2$

$$\Rightarrow -2 = 3a + b \cdots \textcircled{1}$$

또, 이 함수의 역함수 $y = f^{-1}(x)$ 가 점 $(3, -2)$ 을 지나므로

$$f^{-1}(3) = -2 \Rightarrow f(-2) = 3$$

$$\Rightarrow 3 = \frac{-2a+b}{-4}$$

$$\Rightarrow -2a + b = -12 \cdots \textcircled{2}$$

①, ② 에서 $a = 2, b = -8$

$$\therefore a + b = -6$$

7. $\frac{1}{a(a+1)} + \frac{2}{(a+1)(a+3)} + \frac{3}{(a+3)(a+6)}$ 을 간단히 한 것은 ?

① $\frac{1}{a} + \frac{6}{a+6}$

② $\frac{1}{a} + \frac{1}{a+6}$

③ $\frac{1}{a} - \frac{1}{a+6}$

④ $\frac{1}{a} - \frac{6}{a+6}$

⑤ $\frac{2}{a} - \frac{1}{a+6}$

해설

(준식)

$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{a+1} + \frac{1}{a+1} - \frac{1}{a+3} + \frac{1}{a+3} - \frac{1}{a+6}$$

$$= \frac{1}{a} - \frac{1}{a+6}$$

8. $2x - y + z = 0$, $x - 2y + 3z = 0$ 일 때, $\frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2}$ 의 값을 구하면 $\frac{n}{m}$ 이다. 이때, $m + n$ 의 값을 구하여라. (단, m, n 은 서로소)

▶ 답:

▷ 정답: 8

해설

$$2x - y + z = 0 \cdots \textcircled{㉠}$$

$$x - 2y + 3z = 0 \cdots \textcircled{㉡}$$

$$\textcircled{㉠} \times 2 - \textcircled{㉡} : 3x = z$$

$$\therefore x = \frac{z}{3}, y = \frac{5z}{3}$$

여기서 $x = k$ 라 하면 $y = 5k, z = 3k$

$$\text{따라서 } \frac{x^2 - xy + y^2}{x^2 + y^2 + z^2} = \frac{k^2 - 5k^2 + 25k^2}{k^2 + 25k^2 + 9k^2} = \frac{3}{5} \therefore m = 5, n = 3$$

$$\therefore m + n = 8$$

9. 양수 a, b, c, d 는 $a : b = c : d$ 가 성립한다. 다음 중에서 옳은 것은?

① $ac = bd$

② $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

③ $a + b = c + d$

④ $a - c = b - d$

⑤ $\frac{a}{d} = \frac{b}{c}$

해설

$a : b = c : d$ 이면 $ad = bc$

10. 평행이동 $f : (x, y) \rightarrow (x + m, y + n)$ 에 의하여 분수함수 $y = \frac{x+1}{x}$ 의 그래프가 분수함수 $y = \frac{-x+3}{x-2}$ 의 그래프로 옮겨질 때, $m - n$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

분수함수 $y = \frac{x+1}{x} = \frac{1}{x} + 1$ 의 그래프를

x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동한 그래프의 식은

$$y = \frac{1}{x-m} + 1 + n \text{ 이 식이}$$

$$y = \frac{-x+3}{x-2} = \frac{-(x-2)+1}{x-2} = \frac{1}{x-2} - 1 \text{ 과 같으므로}$$

$$m = 2, 1 + n = -1 \text{ 에서 } n = -2$$

$$\therefore m - n = 4$$

11. 함수 $f(x) = \frac{bx+c}{x+d}$ 의 점근선은 $x = -2$, $y = 4$ 이고, 점 $(3, 1)$ 을 지난다고 한다. 이 때, $f(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$f(x) = \frac{bx+c}{x+d} \text{에 대하여}$$

$$\text{점근선이 } x = -2 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{bx+c}{x+2}$$

$$\text{점근선이 } y = 4 \text{ 이므로 } f(x) = \frac{4x+c}{x+2}$$

이것이 점 $(3, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \frac{12+c}{3+2}$$

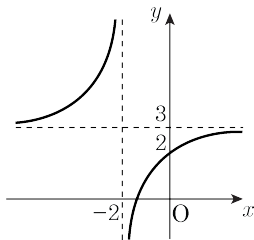
$$\therefore c = -7$$

$$\text{따라서 } f(x) = \frac{4x-7}{x+2} \text{ 이므로}$$

$$f(1) = \frac{-3}{3} = -1$$

12. 다음 그림과 같이 주어진 분수함수 $y = \frac{ax+b}{x+c}$ 의 점근선이 $x = -2, y = 3$ 일 때, 상수 a, b, c 의 합 $a+b+c$ 의 값은?

- ① -9 ② -7 ③ -5
④ 7 ⑤ 9



해설

점근선이 $x = -2, y = 3$ 이므로 $y = 3 + \frac{k}{x+2}, (k \neq 0)$

점 $(0, 2)$ 를 지나므로

$$2 = 3 + \frac{k}{0+2}, \quad k = -2$$

$$\text{따라서 } y = 3 + \frac{-2}{x+2} = \frac{3x+4}{x+2}$$

$$\therefore a = 3, b = 4, c = 2$$

$$\therefore a + b + c = 9$$

13. 분수함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프가 직선 $y = mx + 1$ 과 만나지 않도록 하는 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

① $0 < m \leq 12$

② $-12 \leq m < 0$

③ $-12 < m \leq 0$

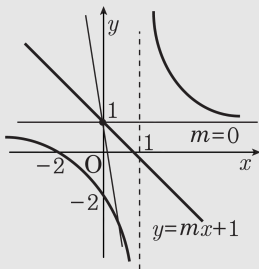
④ $0 \leq m < 12$

⑤ $-12 \leq m \leq 12$

해설

$y = \frac{x+2}{x-1} = \frac{x-1+3}{x-1} = \frac{3}{x-1} + 1$ 이므로 함수 $y = \frac{x+2}{x-1}$ 의 그래프는 $y = \frac{3}{x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 1 만큼, y 축의 방향으로 1 만큼 평행이동한 것이다.

- (i) 그림에서 $m = 0$ 일 때
두 그래프는 만나지 않는다.



- (ii) $y = \frac{x+2}{x-1}$ 와 $y = mx + 1$ 에서

$$\frac{x+2}{x-1} = mx + 1$$

$$\text{즉, } mx^2 - mx - 3 = 0$$

이때, 판별식을 D 라 하면

$$D = m^2 + 12m < 0, m(m+12) < 0$$

$$\therefore -12 < m < 0$$

- (i), (ii)에서 구하는 실수 m 의 값의 범위는

$$-12 < m \leq 0$$

14. 분수함수 $f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}$ 에 대하여 $f(x) + g(x) = 1$ 을 만족하는 $g(x)$ 는?

① $x+2$

② $x+1$

③ $\frac{1}{x+2}$

④ $\frac{1}{x+1}$

⑤ $\frac{1}{x}$

해설

$$f(x) = \frac{1}{1 + \frac{1}{1+x}}$$

$$= \frac{1}{\frac{1+x+1}{1+x}}$$

$$= \frac{x+1}{x+2}$$

$$= 1 - \frac{1}{x+2}$$

$$\therefore g(x) = 1 - f(x)$$

$$= 1 - \left(1 - \frac{1}{x+2}\right)$$

$$= \frac{1}{x+2}$$

15. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} = \frac{a}{100}, \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 101} = \frac{b}{101}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 149

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 100} \\ &= \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{98} - \frac{1}{99} \right) + \\ & \quad \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{100} \right) = 1 - \frac{1}{100} \\ &= \frac{99}{100} = \frac{a}{100} \\ \therefore a &= 99 \\ & \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \cdots + \frac{1}{99 \cdot 101} \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3} \right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{5} \right) + \left(\frac{1}{5} - \frac{1}{7} \right) + \cdots + \left(\frac{1}{97} - \frac{1}{99} \right) + \\ & \quad \left(\frac{1}{99} - \frac{1}{101} \right) \\ &= \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{101} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{100}{101} = \frac{50}{101} = \frac{b}{101} \\ \therefore b &= 50 \\ \therefore a + b &= 149 \end{aligned}$$

16. $\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5}$ 일 때, 유리식 $\frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2}$ 의 값은?

① $\frac{7}{11}$

② $\frac{9}{11}$

③ $\frac{5}{14}$

④ $\frac{9}{14}$

⑤ $\frac{11}{14}$

해설

$$\frac{x+y}{3} = \frac{y+z}{4} = \frac{z+x}{5} = k$$

$$\begin{cases} x+y = 3k \cdots \textcircled{㉠} \\ y+z = 4k \cdots \textcircled{㉡} \\ z+x = 5k \cdots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

① + ② + ③ 을 하면

$$2(x+y+z) = 12k \quad \therefore x+y+z = 6k \cdots \textcircled{㉣}$$

$$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉡} \rightarrow x = 2k$$

$$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉢} \rightarrow y = k$$

$$\textcircled{㉣} - \textcircled{㉠} \rightarrow z = 3k$$

$$\begin{aligned} \frac{xy+yz+zx}{x^2+y^2+z^2} &= \frac{2k^2+3k^2+6k^2}{4k^2+k^2+9k^2} = \frac{11k^2}{14k^2} \\ &= \frac{11}{14} \end{aligned}$$

17. 다음 중 함수 $y = \frac{x+6}{x+3}$ 의 그래프는 제 a 사분면을 지나지 않고, 점 $(0, b)$ 를 지난다고 할 때, $a - b$ 의 값은?

① -6

② -4

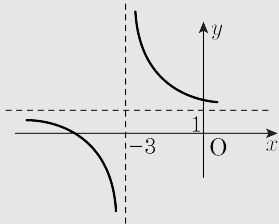
③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$y = \frac{x+3+3}{x+3} = 1 + \frac{3}{x+3}$$



따라서 제4사분면을 지나지 않는다. $\therefore a = 4$

$$x = 0 \text{ 일 때 } y = \frac{6}{3} = 2, \therefore b = 2$$

$$\therefore a - b = 4 - 2 = 2$$

18. $0 \leq x \leq 2$ 일 때, 함수 $y = \frac{2x-4}{x-4}$ 의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 한다. Mm 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = \frac{2x-4}{x-4} = \frac{4}{x-4} + 2$$

$$x=0 \text{ 일 때 최대이므로, } M = \frac{4}{0-4} + 2 = 1$$

$$x=2 \text{ 일 때 최소이므로, } m = \frac{4}{2-4} + 2 = 0$$

$$\therefore Mm = 1 \times 0 = 0$$

19. 1 초에 120바이트를 송신하는 전자 통신망(PC 통신)이 있다. 1블럭을 512바이트라 할 때, 다음 중 60블럭 크기의 자료를 송신하는 데 소요되는 시간의 근삿값은?

① 0.04 초

② 0.4 초

③ 4 초

④ 4분

⑤ 4시간

해설

60(블럭) = 60×512 (바이트) 이므로

$$\begin{aligned}(\text{소요 시간}) &= \frac{60 \times 512}{120} = 256(\text{ 초}) \\ &= \frac{256}{60}(\text{ 분}) \approx 4(\text{ 분})\end{aligned}$$

20. 분수함수 $y = \frac{x+k}{x}$ ($k \neq 0$) 에 대한 설명으로 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 치역은 1을 제외한 실수 전체집합이다.
- ② 점(0, 1)에 대하여 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 점 (0, 1)에 가까워진다.
- ④ 점근선은 $x = 0, y = 1$ 이다.
- ⑤ $y = -x + 1$ 에 대하여 대칭이다.

해설

- ① 정의역은 $x \neq 0$ 인 실수, 치역은 $y \neq 1$ 인 실수
- ② 점근선의 교점인 (0, 1)에 대해 대칭이다.
- ③ $|k|$ 가 클수록 곡선은 점 (0, 1)에서 멀어진다.
- ④ 점근선은 $x = 0, y = 1$ 이다.
- ⑤ 기울기가 ± 1 이고 (0, 1)을 지나는 직선에 대칭이다.