

1.
$$\begin{cases} x^2 - (y+1)^2 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$$
의 해가 $x = \alpha, y = \beta$ 일 때, $\alpha + \beta$ 의 값이 될 수 있는 것은?

① -10 ② -7 ③ -3 ④ 0 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} x^2 - (y+1)^2 = 0 & \cdots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 25 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉡식 $x^2 = 25 - y^2$ 을

㉠식에 대입하면

$$25 - y^2 - (y+1)^2 = 0$$

$$25 - y^2 - (y^2 + 2y + 1) = 0$$

$$-2y^2 - 2y + 24 = 0, y^2 + y - 12 = 0,$$

$$(y+4)(y-3) = 0,$$

$$\therefore y = -4, 3$$

$$\text{i) } y = -4, x = \pm 3$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 3 - 4 = 1, -3 - 4 = -7$$

$$\text{ii) } y = 3, x = \pm 4$$

$$\rightarrow \alpha + \beta = 4 + 3 = 7, -4 + 3 = -1$$

2. 연립방정식 $\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 \\ 5x^2 - y^2 = 4 \end{cases}$ 의 근을 $x = \alpha, y = \beta$ 라 할 때,
 $\alpha + \beta$ 의 최댓값은?

① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$\begin{cases} 2x^2 - 3xy + y^2 = 0 & \cdots \textcircled{1} \\ 5x^2 - y^2 = 4 & \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

①식을 인수분해하면

$$(2x - y)(x - y) = 0 \quad \therefore y = 2x, y = x$$

②식에 대입하면

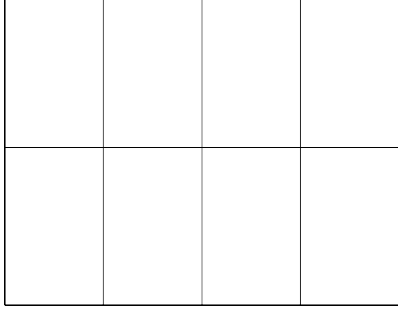
$$y = 2x \text{ 일 때 } 5x^2 - (2x)^2 = 4, x^2 = 4, x = \pm 2, y = \pm 4$$

$$y = x \text{ 일 때 } 5x^2 - x^2 = 4, 4x^2 = 4, x^2 = 1, x = \pm 1, y = \pm 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = 6, -6, 2, -2$$

$$\therefore \alpha + \beta \text{ 의 최댓값은 } 6$$

3. 학교운동장에 길이가 70 m 인 줄을 가지고 다음 그림과 같은 직사각형 모양의 경계선을 표시하려고 한다. 이 때, 바깥 직사각형의 넓이가 80 m^2 이 되도록 하는 바깥 직사각형의 가로와 세로의 길이의 합은? (단, 가로의 길이는 10 m 이하이다.)



- ① 16 m ② 17 m ③ 18 m ④ 19 m ⑤ 20 m

해설

운동장의 가로를 x , 세로를 y 라 하자.

$$3x + 5y = 70$$

$xy = 80$ 연립하여 풀면, $x = 10$, $y = 8$

$$\therefore \text{가로} + \text{세로} = 18$$

4. x 에 대한 두 이차방정식 $x^2 + 2x + k = 0$, $x^2 + kx + 2 = 0$ 이 단 한 개의 공통근을 가질 때, k 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

공통근을 α 라 하면

$\alpha^2 + 2\alpha + k = 0$ 이고 $\alpha^2 + k\alpha + 2 = 0$ 이므로

$\alpha^2 + 2\alpha + k = \alpha^2 + k\alpha + 2$

$(2 - k)\alpha + (k - 2) = 0$

따라서 $\alpha = 1$ 이고

$1 + 2 + k = 0$ 이므로 $k = -3$

5. 다음 방정식을 만족하는 실수 x, y 의 합을 구하여라.

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

▷ 정답 : 3

해설

$(x^2 + 1)(y^2 + 4) = 8xy$ 에서 $x^2y^2 + 4x^2 + y^2 + 4 - 8xy = 0$

이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면

$(x^2y^2 - 4xy + 4) + (4x^2 - 4xy + y^2) = 0$

이 때, x, y 가 실수이므로 $xy - 2, 2x - y$ 도 실수이다.

$\therefore xy - 2 = 0 \quad \cdots \textcircled{\text{A}},$

$2x - y = 0 \quad \cdots \textcircled{\text{B}},$

$\textcircled{\text{B}}$ 에서 $y = 2x$ 이고, 이것을 $\textcircled{\text{A}}$ 에 대입하면 $x^2 = 1$

따라서, $x = 1$ 일 때 $y = 2, x = -1$ 일 때 $y = -2$

그러므로 x, y 의 값은 $x = \pm 1, y = \pm 2$ (복부호 동순)

따라서 x, y 의 합은 $-3, 3$

6. 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 근이 유리수가 되는 k 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식 $D \geq 0$ 이어야 한다.

$D = 25 - 8k \geq 0$ 곧, $k \leq \frac{25}{8}$ 이어야 한다.

k 는 정수이므로 $k = 3, 2, 1, \dots$ 이고,

이 중 $D \geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 $k = 3$ 이다.

7. $xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 을 만족하는 양의 정수 x, y 의 합 $x + y$ 의 값은?

① 10

② 11

③ 12

④ 13

⑤ 14

해설

$xy - 3x - 3y + 4 = 0$ 에서

$x(y - 3) - 3(y - 3) - 5 = 0, (x - 3)y - 3 = 5$

$x \geq 1, y \geq 1$ 이므로 $x - 3 \geq -2, y - 3 \geq -2$

(i) $x - 3 = 1, y - 3 = 5$ 일 때, $x = 4, y = 8$

(ii) $x - 3 = 5, y - 3 = 1$ 일 때, $x = 8, y = 4$

따라서, 구하는 값은 $x + y = 4 + 8 = 8 + 4 = 12$

8. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 0.6x + 0.5y = 2.8 & \cdots \textcircled{㉠} \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 2 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

- ① (2,3)

② (-2,3)

③

(3,2)
- ④ (3,-2)

⑤ (-3,-2)

해설

㉠, ㉡의 양변에 각각 10, 6을 곱하면

$$\begin{cases} 6x + 5y = 28 & \cdots \cdots \textcircled{㉢} \\ 2x + 3y = 12 & \cdots \cdots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ - ㉣×3을 하면 $-4y = -8$

∴ $y = 2$ 를 ㉣대입하면 $x = 3$

∴ $x = 3, y = 2$

9. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록

하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는

a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

10. 연립방정식 $ax + by = 8$, $2ax - by = -2$ 의 근이 $x = 1$, $y = 2$ 일 때, a , b 의 값은?

① $a = -2$, $b = -3$

② $a = 3$, $b = 2$

③ $a = 2$, $b = -3$

④ $a = 2$, $b = 3$

⑤ $a = -3$, $b = -2$

해설

$$ax + by = 8, 2ax - by = -2$$

근이 $x = 1, y = 2$ 이므로

$$\begin{cases} a + 2b = 8 \\ 2a - 2b = -2 \end{cases}$$

$$\therefore a = 2, b = 3$$