

1. $\frac{2}{5} < 0.\dot{x} < \frac{5}{9}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$$\frac{2}{5} < \frac{x}{9} < \frac{5}{9}$$

$$\frac{18}{45} < \frac{5x}{45} < \frac{25}{45}$$

$$18 < 5x < 25$$

$$\frac{18}{5} < x < 5$$

$$\therefore x = 4$$

2. 다음 보기 중에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $(x^9)^2 \div (x^2)^3 = x^3$

㉡ $x^5 \times x^5 \times x^2 = x^{50}$

㉢ $x^{10} \div x^5 \div x^5 = 0$

㉤ $2^3 \div 2^x = \frac{1}{8}$ 일 때, $x = 6$

㉥ $2^{2+2} = a \times 2^2$ 일 때, $a = 4$

① ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉢, ㉤, ㉥

④ ㉤, ㉥

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉠ $(x^9)^2 \div (x^2)^3 = x^9 \times 2 \div x^2 \times 3 = x^{18-6} = x^{12}$

㉡ $x^5 \times x^5 \times x^2 = x^{5+5+2} = x^{12}$

㉢ $x^{10} \div x^5 \div x^5 = x^{10-5-5} = x^0 = 1$

㉤ $2^3 \div 2^x = \frac{2^3}{2^x} = \frac{1}{2^3} \therefore x = 6$

㉥ $2^{2+2} = 2^2 \times 2^2 = a \times 2^2 \therefore a = 4$

3. 다음 식을 계산한 결과가 3 이 되는 것은?

① $10a^2b \div \left(-\frac{1}{3}ab\right)$

② $\left(\frac{1}{3}a^2\right)^2 \div 9a^3$

③ $\frac{1}{4}a^2 \div \left(-\frac{3}{5}a\right)^2$

④ $6a^2b \div \left(\frac{1}{2}ab^2\right)$

⑤ $\left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right)$

해설

$$\textcircled{5} \left(-\frac{12}{7}a^2\right) \div \left(-\frac{4}{7}a^2\right) = \left(-\frac{12}{7}a^2\right) \times \left(-\frac{7}{4a^2}\right) = 3$$

4. $(-2x^4y)^2 \div (-x^3y^2)^3 \times \square = 8x$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 식을 고르면?

① $32x^4$

② $-2x^2$

③ $2x^2y^3$

④ $-2x^2y^4$

⑤ $2xy^3$

해설

$$\begin{aligned}\square &= 8x \div (-2x^4y)^2 \times (-x^3y^2)^3 \\ &= 8x \div (4x^8y^2) \times (-x^9y^6) \\ &= -2x^2y^4\end{aligned}$$

5. $x = -3$ 일 때, 다음 식의 값은?

$$6x + 2x(x - 2) - 4x^2 \div 2x + x \times (-3x)$$

① -9

② -6

③ 6

④ 9

⑤ 12

해설

$$\begin{aligned} & 6x + 2x(x - 2) - 4x^2 \div 2x + x \times (-3x) \\ &= 6x + 2x^2 - 4x - 2x - 3x^2 \\ &= -x^2 = -(-3)^2 = -9 \end{aligned}$$

6. 분수 $\frac{1}{30}$ 과 $\frac{7}{9}$ 의 순환마디를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 7

③ 10

④ 13

⑤ 14

해설

$$\frac{1}{30} = 0.03333\cdots, \frac{7}{9} = 0.7777\cdots$$

$$\therefore a = 3, b = 7$$

$$\therefore a + b = 10$$

7. 다음 중 순환소수 $0.\dot{3} - 0.\dot{3}\dot{1}$ 과 같은 것은?

① $-0.0\dot{1}$

② $-0.\dot{1}\dot{1}$

③ $0.0\dot{2}$

④ $0.0\dot{2}$

⑤ $0.\dot{1}\dot{2}$

해설

$$0.\dot{3} - 0.\dot{3}\dot{1} = \frac{3}{9} - \frac{31}{99} = \frac{33}{99} - \frac{31}{99} = \frac{2}{99} = 0.0\dot{2}$$

8. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 태연이는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{7}$ 이 되었고, 효정이는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.2\dot{3}$ 가 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{7}{90}$

② $\frac{23}{90}$

③ $\frac{23}{9}$

④ $\frac{25}{9}$

⑤ $\frac{23}{99}$

해설

태연 : $0.\dot{7} = \frac{7}{9}$,

효정 : $0.2\dot{3} = \frac{23}{99}$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{효정이가 본 분자})}{(\text{태연이가 본 분모})} = \frac{23}{9} = A \text{ 이다.}$$

9. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 분수를 기약분수로 나타냈을 때, 분모의 소인수가 2나 5뿐이면 그 분수는 유한소수이다.
- ② 모든 정수는 유리수이다.
- ③ 순환소수는 유리수와 유리수가 아닌 것으로 나타내어진다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수로 나타낼 수 있다.
- ⑤ 유한소수와 순환소수는 유리수이다.

해설

- ③ 순환소수는 유리수이다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 유한소수 또는 순환소수이다.

10. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 = 2^a \times 3^b \times 5^c \times 7^d$ 일 때, $a + b - c - d$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 8 \times 9 \times 10 \\ &= 1 \times 2 \times 3 \times 2^2 \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times 2^3 \times 3^2 \times (2 \times 5) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7^1 \\ &a = 8, b = 4, c = 2, d = 1 \\ &\therefore a + b - c - d = 9 \end{aligned}$$

11. $a + \frac{4}{3}b - \left[\frac{7}{6}a - \left\{ \frac{1}{2}a - \frac{1}{3}(a + 2b) \right\} \right]$ 를 간단히 했을 때, b 의 계수는?

① $\frac{2}{3}$

② $\frac{4}{3}$

③ 2

④ $\frac{8}{3}$

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$$\begin{aligned} & a + \frac{4}{3}b - \left[\frac{7}{6}a - \left\{ \frac{1}{2}a - \frac{1}{3}(a + 2b) \right\} \right] \\ &= a + \frac{4}{3}b - \left\{ \frac{7}{6}a - \left(\frac{1}{2}a - \frac{1}{3}a - \frac{2}{3}b \right) \right\} \\ &= a + \frac{4}{3}b - \left\{ \frac{7}{6}a - \left(\frac{1}{6}a - \frac{2}{3}b \right) \right\} \\ &= a + \frac{4}{3}b - \left(\frac{7}{6}a - \frac{1}{6}a + \frac{2}{3}b \right) \\ &= a + \frac{4}{3}b - \left(a + \frac{2}{3}b \right) \\ &= a + \frac{4}{3}b - a - \frac{2}{3}b \\ &= \frac{2}{3}b \end{aligned}$$

12. $a = -2$, $b = -\frac{2}{5}$ 일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

$$4a(a - 2b) - a(2a - 3b)$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$(\text{준식}) = 4a^2 - 8ab - 2a^2 + 3ab = 2a^2 - 5$$

$$\therefore 2a^2 - 5ab = 8 - 4 = 4$$

13. $a = x + 2y$, $b = 3x - y$ 일 때, $4a - 3b$ 를 x , y 에 관한 식으로 나타내면?

① $-5x + 5y$

② $-5x + 9y$

③ $-5x + 11y$

④ $-5x + 3y$

⑤ $-5x + y$

해설

$$\begin{aligned}4a - 3b &= 4(x + 2y) - 3(3x - y) \\&= 4x + 8y - 9x + 3y \\&= -5x + 11y\end{aligned}$$

14. 비례식 $(2x - 5y) : (-3x - y) = 3 : 4$ 를 x 에 관하여 풀면?

① $x = y$

② $x = 2y$

③ $x = 3y$

④ $x = 4y$

⑤ $x = 5y$

해설

$$3(-3x - y) = 4(2x - 5y)$$

$$-9x - 3y = 8x - 20y$$

$$-17x = -17y$$

$$\therefore x = y$$

15. $\frac{7 \times a}{2 \times 5 \times b}$ 를 소수로 나타내면 무한소수일 때, 순서쌍 (a, b) 의 갯수를 구하여라.

(단, a, b 는 자연수이고, $1 \leq a \leq 10, 1 \leq b \leq 10$)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 23 개

해설

$\frac{7 \times a}{2 \times 5 \times b}$ 에서 분모에 2나 5이외의 수가 존재하면 되므로 순서쌍 (a, b) 의 갯수를 구하면 23 개이다.

16. $\frac{1378}{a}$ 를 순환소수로 나타내면 $0.2\dot{7}5\dot{8}$ 이다. a 의 값은?

① 4991

② 4992

③ 4993

④ 4994

⑤ 4995

해설

$$0.2\dot{7}5\dot{8} = \frac{2756}{9990} = \frac{1378}{4995} = \frac{1378}{a}$$

$$\therefore a = 4995$$

17. $(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$ 일 때, m 의 최댓값을 구하여라. (단, a, b, c, m 은 자연수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$(x^a \times y^b \times z^c)^m = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$x^{am} \times y^{bm} \times z^{cm} = x^{10} \times y^8 \times z^6$$

$$am = 10, \quad bm = 8, \quad cm = 6$$

모두 자연수의 곱이므로 10, 8, 6 의 공약수가 곱해질 수 있다.

m 의 최댓값은 2 이다.

18. 다음과 같이 6개의 식이 있다. 다음 식들 중 계산 결과가 같은 것을 찾아라.

$$\textcircled{\text{㉠}} \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3} \right)^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \left\{ \frac{1}{3} (a^2b)^2 \right\}^2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \left(\frac{ab}{3} \right)^3 \times \frac{1}{3}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \frac{a}{9} \times \left(\frac{ab^2}{3} \right)^2$$

$$\textcircled{\text{㉦}} \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3} \right)^3$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉤

해설

$$\textcircled{\text{㉠}} \frac{b^2a}{27} \times \frac{ba^2}{3} = \frac{a^3b^3}{81}$$

$$\textcircled{\text{㉡}} \frac{a}{3} \left(\frac{ba}{3} \right)^2 = \frac{a^3b^2}{27}$$

$$\textcircled{\text{㉢}} \left(\frac{1}{3} a^4 b^2 \right)^2 = \frac{a^8 b^4}{9}$$

$$\textcircled{\text{㉤}} \left(\frac{ab}{3} \right)^3 \times \frac{1}{3} = \frac{a^3 b^3}{81}$$

$$\textcircled{\text{㉥}} \frac{a}{9} \times \frac{a^2 b^4}{9} = \frac{a^3 b^4}{81}$$

$$\textcircled{\text{㉦}} \frac{1}{a} \left(\frac{ab}{3} \right)^3 = \frac{a^2 b^3}{27}$$

19. 두 다항식 A, B 에 대하여 $A * B = A - 2B$ 라 정의 하자. $A = x^2 - 4x + 2$, $B = x^2 + 3x - 5$ 에 대하여 $(A * B) * B$ 를 간단히 하면?

① $-3x^2 - 16x - 22$

② $-3x^2 - 16x + 22$

③ $2x^2 - 14x + 21$

④ $2x^2 - 15x + 22$

⑤ $3x^2 + 14x + 22$

해설

$$\begin{aligned}(A * B) * B &= (A - 2B) - 2B = A - 4B \text{ 이므로} \\ &= (x^2 - 4x + 2) - 4(x^2 + 3x - 5) \\ &= x^2 - 4x + 2 - 4x^2 - 12x + 20 \\ &= -3x^2 - 16x + 22\end{aligned}$$

20. $A = (12a^5b^5 - 8a^5b^4) \div (2a^2b)^2$, $B = (4a^3b^4 - a^2b^2) \div (-ab)^2$ 일 때,
 $A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1$ 을 만족하는 식 C 를 구하면?

① $C = ab$

② $C = ab^2$

③ $C = -3ab^2$

④ $C = 3ab^2$

⑤ $C = -ab$

해설

주어진 식 A, B 를 정리하면

$$A = 3ab^3 - 2ab^2, B = 4ab^2 - 1 \text{ 이다.}$$

$$A - (B + 2C) = 3ab^3 + 1 \text{ 에서}$$

$$A - B - 2C = 3ab^3 + 1 \text{ 이고,}$$

$$2C = A - B - 3ab^3 - 1$$

$$\begin{aligned} 2C &= 3ab^3 - 2ab^2 - (4ab^2 - 1) - 3ab^3 - 1 \\ &= -6ab^2 \end{aligned}$$

양변을 2로 나누면

$$C = -3ab^2 \text{ 이다.}$$

21. $\frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{1024}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{2^{-11} + 2^{-12} + \dots + 2^{-20}}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= \frac{2^{-10}(2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10})}{2^{-1} + 2^{-2} + \dots + 2^{-10}} \\ &= 2^{-10} = \frac{1}{1024} \end{aligned}$$

22. $x = 0.\dot{a}$ 이고 $1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} = 0.\dot{8}$ 일 때 a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 1 - \frac{1}{1 + \frac{1}{x}} &= 1 - \frac{1}{\frac{x+1}{x}} \\ &= 1 - \frac{x}{x+1} = \frac{x+1}{x+1} - \frac{x}{x+1} \\ &= \frac{1}{x+1} = \frac{9}{11} \end{aligned}$$

$$9(x+1) = 11, 9x+9 = 11, x = \frac{2}{9}$$

$$\therefore a = 2$$

23. $2^{2x} \times 8^x = 4^2 \times 2^x$ 를 만족하는 x 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{4}{3}$

③ 1

④ 3

⑤ 4

해설

$$2^{2x} \times 2^{3x} = (2^2)^2 \times 2^x$$

$$2^{5x} = 2^{x+4}$$

$$\therefore x = 1$$

24. $81^{2x-4} = \left(\frac{1}{9}\right)^{x+1}$ 을 만족하는 x 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{5}$

해설

$$(3^4)^{2x-4} = (3^{-2})^{x+1}$$

$$8x - 16 = -2x - 2$$

$$10x = 14$$

$$\therefore x = \frac{7}{5}$$

25. $x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = 1$ 일 때, $xyz^2 + yz$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$x + \frac{1}{y} = y + \frac{1}{z} = 1 \text{ 에서}$$

$$y + \frac{1}{z} = 1, \frac{yz + 1}{z} = 1, yz + 1 = z$$

$$\text{따라서 } yz = z - 1$$

$$\text{마찬가지 방법으로 } xy = y - 1$$

따라서 주어진 식에 $xy = y - 1$, $yz = z - 1$ 를 대입하면

$$\begin{aligned} xyz^2 + yz &= (y - 1)z^2 + yz \\ &= yz^2 - z^2 + yz \\ &= yz(z + 1) - z^2 \\ &= (z - 1)(z + 1) - z^2 \\ &= z^2 - 1 - z^2 \\ &= -1 \end{aligned}$$