

1. 이차함수 $y = x^2 + 4$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

① y 축에 대하여 좌우대칭이다.

② 점 $(-2, 0)$ 을 지난다.

③ 꼭지점의 좌표는 $(0, 4)$ 이다.

④ x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

⑤ $y = -x^2 - 4$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

② 점 $(-2, 8)$ 을 지난다.

④ $x < 0$ 일 때, x 의 값이 증가하면 y 의 값은 감소한다.

2. 이차함수 $y = -(x + 1)^2$ 의 y 의 값의 범위는?

① $y \geq -1$

② $y \leq -1$

③ $y \geq 0$

④ $y \leq 0$

⑤ $y \geq 1$

해설

실수의 제곱은 항상 0 또는 양수이기 때문에 이 그래프의 y 의 값의 범위는 $y \leq 0$ 이다.

3. 평행이동에 의하여 포물선 $y = -\frac{1}{3}x^2 + 1$ 의 그래프와 완전히 포개어지는 것은?

① $y = \frac{1}{3}x^2 + 1$

② $y = -3x^2 - 2x + 1$

③ $y = 3x^2 + 1$

④ $y = x^2 + 1$

⑤ $y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + 4$

해설

완전히 포개어지려면 x^2 의 계수가 같아야 한다.

4. 이차함수 $y = 3x^2 - 12x + 1$ 의 그래프의 축의 방정식은?

① $x = 2$

② $x = -2$

③ $x = 4$

④ $x = -4$

⑤ $x = 6$

해설

$$\begin{aligned}y &= 3x^2 - 12x + 1 \\ &= 3(x^2 - 4x + 4 - 4) + 1 \\ &= 3(x - 2)^2 - 11\end{aligned}$$

따라서 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

5. 다음 중 이차함수 $y = 2(x + 2)^2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-2, 0)$ 이다.

③ 축의 방정식은 $x = -2$

④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프이다.

⑤ $y = -2(x + 2)^2$ 의 그래프와 x 축에 대하여 대칭이다.

해설

$y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 2만큼 평행이동한 그래프는 $y = 2(x - 2)^2$ 이다.

6. 모양이 $y = 2x^2$ 과 같고 아래로 볼록하며 축의 방정식이 $x = -3$ 이고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 포물선의 방정식을 구하면?

① $y = 2x^2 - 3$

② $y = 2x^2 + 3$

③ $y = 2(x + 3)^2$

④ $y = -2(x + 3)^2$

⑤ $y = -2(x - 3)^2$

해설

x^2 의 계수는 모양을 결정하고 볼록한 방향은 x 의 계수의 부호를 결정하며 축의 방정식은 평행이동한 정도를 나타내고 꼭짓점이 x 축 위에 있는 것은 y 축의 방향으로 평행이동하지 않았다는 의미이다.

따라서 $y = 2(x + 3)^2$ 이다.

7. 주어진 이차함수 중 축의 방정식이 $x = -1$ 이 아닌 식을 모두 고르면?

① $y = -(x + 1)^2 + 4$

② $y = -\frac{1}{2}(x + 1)^2$

③ $y = x^2 + 1$

④ $y = -3(x + 1)^2 - 1$

⑤ $y = -(x - 1)^2$

해설

①, ②, ④의 축의 방정식은 $x = -1$ 이고, ③의 축의 방정식은 $x = 0$, ⑤의 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

8. 다음 중 함수의 그래프가 x 축에 대하여 대칭인 것은 모두 몇 쌍인지 구하여라.

$$\textcircled{\text{㉠}} y = -x^2$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = 4x^2$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = -\frac{3}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = -4x^2$$

$$\textcircled{\text{㉤}} y = \frac{3}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉥}} y = -2x^2$$

$$\textcircled{\text{㉦}} y = \frac{1}{2}x^2$$

$$\textcircled{\text{㉧}} y = \frac{2}{3}x^2$$

▶ 답 :

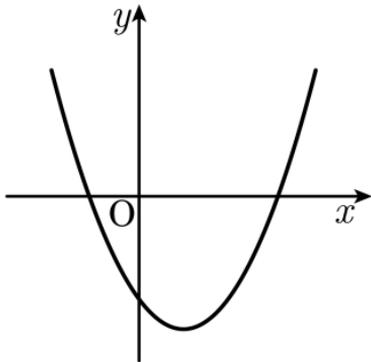
쌍

▶ 정답 : 2쌍

해설

㉡와 ㉣, ㉢와 ㉤

9. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 의 그래프이다. a, p, q 의 부호로 옳은 것은?



- ① $a < 0, p > 0, q > 0$ ② $a > 0, p < 0, q < 0$
③ $a > 0, p < 0, q > 0$ ④ $a > 0, p > 0, q < 0$
⑤ $a > 0, p > 0, q > 0$

해설

이차함수 $y = a(x - p)^2 + q$ 가 아래로 볼록이므로 $a > 0$ 이고, 꼭짓점 (p, q) 는 제4 사분면에 있으므로 $p > 0, q < 0$ 이다.

10. 이차함수 $y = 2(x+1)^2 - 2$ 의 그래프에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

① $x = -1$ 을 축으로 하는 아래로 볼록한 포물선이다.

② 꼭짓점의 좌표는 $(-1, -2)$ 이다.

③ y 절편은 -2 이다.

④ $y = 2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -1 만큼, y 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동 시킨 것이다.

⑤ $(1, 6)$ 을 지난다.

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 값이므로 y 절편은 0 이다.

11. $y = 2x^2 + 4x - 1$ 을 $a(x-p)^2 + q$ 꼴로 고치는 과정 중 처음 틀린 곳을 찾아라.

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \dots\dots\dots \text{㉠} \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \dots\dots\dots \text{㉡} \\ &= 2(x+1)^2 - 3 - 1 \quad \dots\dots\dots \text{㉢} \\ &= 2(x+1)^2 - 4 \quad \dots\dots\dots \text{㉣}\end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 + 4x - 1 \\ &= 2(x^2 + 2x) - 1 \quad \dots\dots\dots \text{㉠} \\ &= 2(x^2 + 2x + 1 - 1) - 1 \quad \dots\dots\dots \text{㉡} \\ &= 2(x+1)^2 - 2 - 1 \quad \dots\dots\dots \text{㉢} \\ &= 2(x+1)^2 - 3 \quad \dots\dots\dots \text{㉣}\end{aligned}$$

따라서 처음으로 틀린 곳은 ㉢이다.

12. 이차함수 $y = 2x^2 - 12x + 16$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가함에 따라 y 의 값도 증가하는 x 의 값의 범위는?

① $x > 3$

② $x > 2$

③ $x < 3$

④ $x < 2$

⑤ $x < -3$

해설

$$\begin{aligned}y &= 2x^2 - 12x + 16 \\ &= 2(x^2 - 6x + 9 - 9) + 16 \\ &= 2(x - 3)^2 - 2\end{aligned}$$

대칭축이 $x = 3$ 이고 아래로 볼록한 포물선이다.

13. 이차함수 $y = 2(x - 3)^2 - 8$ 의 y 절편으로 알맞은 것을 고르면?

① 6

② 7

③ 9

④ 10

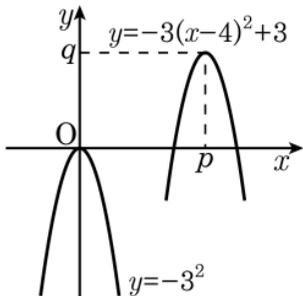
⑤ 12

해설

y 절편은 $x = 0$ 일 때의 y 의 값이므로

$$2(0 - 3)^2 - 8 = 2 \times (-3)^2 - 8 = 10$$

14. $y = -3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 p 만큼, y 축의 방향으로 q 만큼 평행이동하였더니 다음 그림과 같았다. 이 때, p, q 의 값을 각각 구하여라.



▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $p = 4$

▷ 정답: $q = 3$

해설

$y = ax^2$ 의 그래프를 y 축으로 q 만큼, x 축으로 p 만큼 평행이동하면 $y = a(x-p)^2 + q$ 인데 함수의 식이 $y = -3(x-4)^2 + 3$ 이므로 $p = 4, q = 3$ 이다.

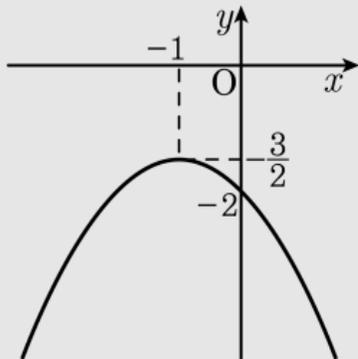
15. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}(x+1)^2 - \frac{3}{2}$ 의 그래프에서 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가하는 x 값의 범위를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x < -1$

해설

그래프를 그려보면 다음과 같다. 따라서 x 의 값의 범위는 $x < -1$ 이다.



16. 이차함수 $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + m - 7$ 이 x 축과 한 점에서 만날 때, $\frac{1}{m}$ 의 값은?

- ① -5 ② $-\frac{1}{5}$ ③ $-\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{5}$ ⑤ 5

해설

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + m - 7 = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + m - 5 \text{ 이므로}$$

꼭짓점의 좌표는 $(2, m - 5)$ 이다.

x 축과 한 점에서 만나므로 $m - 5 = 0$

$$\therefore m = 5, \frac{1}{m} = \frac{1}{5}$$

17. 이차함수 $y = x^2 - 4x + k$ 의 그래프가 x 축과 만나지 않기 위한 k 의 범위를 정하여라.

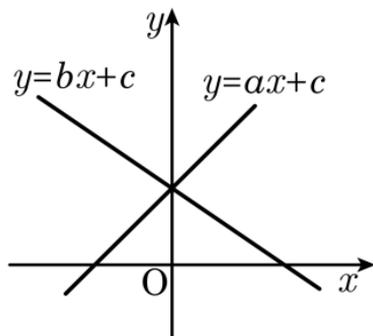
▶ 답 :

▷ 정답 : $k > 4$

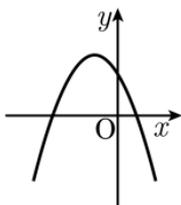
해설

$$D/4 = (-2)^2 - k < 0 \quad \therefore k > 4$$

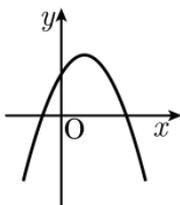
18. 두 일차함수 $y = ax + c$, $y = bx + c$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프로 적당한 것은?



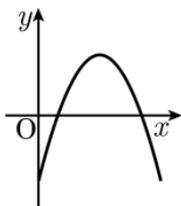
①



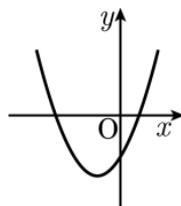
②



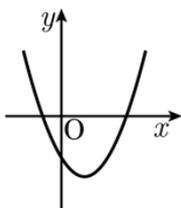
③



④



⑤



해설

$y = ax + c$ 에서 $a > 0$, $c > 0$

$y = bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이므로

$y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프는

$a > 0$ 이므로 아래로 볼록한 모양이고

$-b > 0$ 이므로 (축의 방정식) < 0 이고

$-c < 0$ 이므로 y 절편 < 0 이다.

따라서 적당한 그래프는 ④이다.

19. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x + 5$ 의 그래프의 y 축과의 교점을 A, 원점을 O, 꼭짓점을 B 라 할 때, $\triangle AOB$ 의 넓이를 구하면?

① 2.5

② 3

③ 5

④ 6

⑤ 7.5

해설

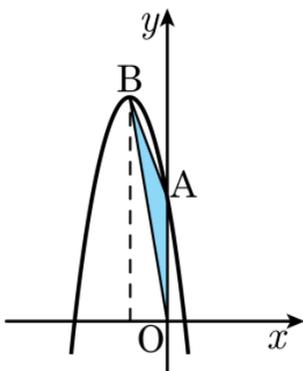
A(0, 5), O(0, 0)

$$y = \frac{1}{2}(x^2 - 4x) + 5 = \frac{1}{2}(x - 2)^2 + 3$$

꼭짓점 B(2, 3)

$$\therefore \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 5 \times 2 = 5$$

20. 이차함수 $y = -x^2 - 6x + 8$ 의 그래프가 다음 그림과 같다. 점 A는 y축과의 교점이고 점 B는 꼭짓점이다. 이 때, $\triangle AOB$ 의 넓이는? (단, O는 원점이다.)



① 10

② 12

③ 14

④ 16

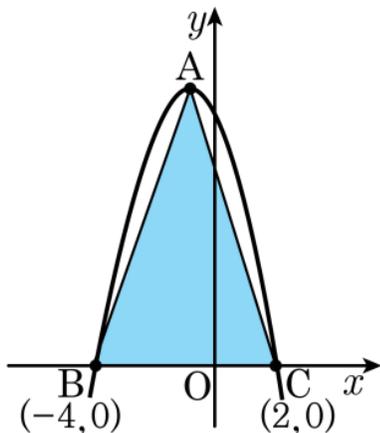
⑤ 18

해설

$$y = -(x + 3)^2 + 17 \text{ 이므로 } B(-3, 17)$$

$$A(0, 8) \text{ 이므로 } \triangle AOB = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = 12$$

21. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 - 2x + 8$ 의 그래프이다. 꼭짓점을 A, x 축과의 교점을 각각 B, C라고 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 24 ⑤ 27

해설

$A(-1, 9), B(-4, 0), C(2, 0)$ 이므로 $\triangle \frac{1}{2} \times 6 \times 9 = 27$ 이다.

22. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2 + 4x$ 의 꼭짓점의 좌표를 A, x 축과 만나는 두 점을 각각 B, C 라 할 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

x 축은 $y = 0$ 일 때의 값이므로

$$2x^2 - 12x = 0$$

$$x^2 - 6x = 0$$

$$x(x - 6) = 0$$

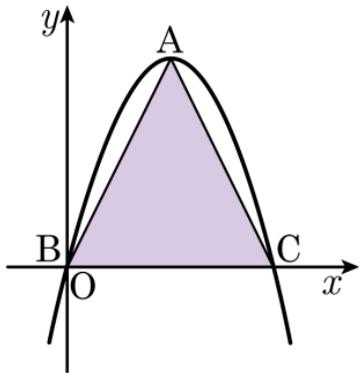
$\therefore x = 0$ 또는 $x = 6$

B(0, 0), C(6, 0)

$y = -\frac{2}{3}(x - 3)^2 + 6$ 이므로 꼭짓점은 (3, 6) 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18$ 이다.

23. 이차함수 $y = -x^2 + 4x$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하면? (점 A 는 꼭짓점)



① 32

② 16

③ 8

④ 4

⑤ 2

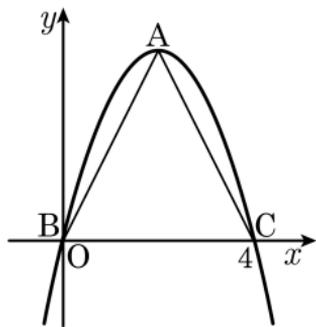
해설

$y = -(x-2)^2 + 4$ 에서 $A(2, 4)$ 이므로 삼각형의 높이는 4이다.

$y = x(x-4)$ 에서 $B(0, 0)$, $C(4, 0)$ 이므로 $\overline{BC} = 4$

$$\therefore \triangle ABC = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8$$

24. 다음 그림은 이차함수 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. 이 포물선의 x 축과의 교점을 B, C, 꼭짓점을 A 라고 할 때, 삼각형 ABC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 8

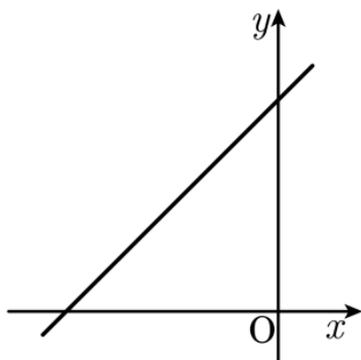
해설

$y = -x^2 + bx + c$ 에 $(0, 0)$, $(4, 0)$ 을 대입하여 연립하여 풀면 $b = 4$, $c = 0$ 이다.

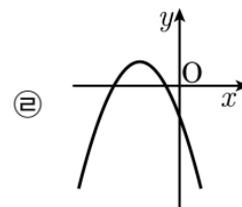
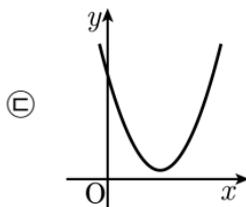
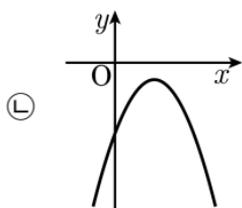
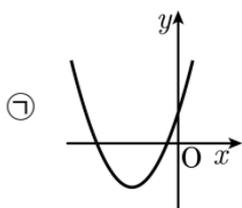
$y = -x^2 + 4x$, $y = -(x - 2)^2 + 4$ 이므로, 꼭짓점 $A(2, 4)$ 이다.

따라서 삼각형 ABC 의 넓이는 $4 \times 4 \times \frac{1}{2} = 8$ 이다.

25. 일차함수 $y = ax + b$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차함수 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프로 적당한 것을 보기에서 골라라.



보기



▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

그래프가 오른쪽 위를 향하므로 $a > 0$ 이고 (y 절편) > 0 이므로 $b > 0$ 이다.

따라서 $y = -a(x - b)^2 - a$ 의 그래프는 위로 볼록하고, $b > 0$, $-a < 0$ 이므로

꼭짓점이 제 4 사분면 위에 있는 그래프이다.

26. 이차함수 $y = x^2 + 2x + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하였더니 $x = -2$ 일 때, 최솟값 3 을 가졌다. 이 때, a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -1$

▷ 정답 : $b = 1$

해설

$y = x^2 + 2x + 3 = (x + 1)^2 + 2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 a 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동하면

$$y = (x + 1 - a)^2 + 2 + b = (x + 2)^2 + 3$$

$$\therefore a = -1, b = 1$$

27. 다음 보기의 이차함수 그래프 중 $y = ax^2$ 의 그래프가 3 번째로 폭이 넓을 때, $|a|$ 의 범위는?

보기

㉠ $y = -\frac{3}{2}x^2$

㉡ $y = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}$

㉢ $y = 2x^2 - x$

㉣ $-3(x+2)^2$

㉤ $y = \frac{x(x-1)(x+1)}{x+1}$

① $1 < |a| < \frac{1}{2}$

② $1 < |a| < \frac{3}{2}$

③ $1 < |a| < \frac{5}{2}$

④ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{3}{2}$

⑤ $\frac{1}{2} < |a| < \frac{5}{2}$

해설

a 의 절댓값이 작을수록 폭이 넓어진다.

a 의 절댓값을 각각 구하면

㉠ $\frac{3}{2}$ ㉡ $\frac{1}{2}$ ㉢ 2 ㉣ 3 ㉤ 1 이므로 폭이 넓은 순서는 ㉡, ㉤, ㉠, ㉢, ㉣

이다. 따라서 두 번째인 1과 세 번째인 $\frac{3}{2}$ 사이에 있어야 하므로

④ $1 < |a| < \frac{3}{2}$ 이다.

28. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 꼭짓점이 점 $(-5, -7)$ 일 때, 이 함수의 그래프가 제4 사분면을 지나지 않기 위해서 a 값이 가질 수 있는 범위는?

① $a \leq -\frac{3}{4}$

② $a \geq -\frac{3}{4}$

③ $a \geq \frac{7}{25}$

④ $a \leq \frac{7}{25}$

⑤ $0 < a \leq \frac{7}{5}$

해설

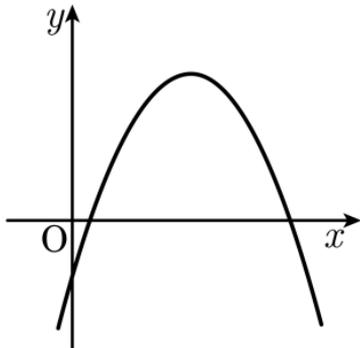
$$y = a(x + 5)^2 - 7 = ax^2 + 10ax - 7 + 25a$$

$$(y\text{절편}) \geq 0$$

$$-7 + 25a \geq 0$$

$$\therefore a \geq \frac{7}{25}$$

29. 다음 이차함수 $y = ax^2 - bx - c$ 의 그래프에서 a, b, c 의 부호는?



① $a < 0, b > 0, c < 0$

② $a > 0, b < 0, c > 0$

③ $a < 0, b < 0, c > 0$

④ $a < 0, b > 0, c > 0$

⑤ $a < 0, b < 0, c < 0$

해설

위로 볼록하므로 $a < 0$

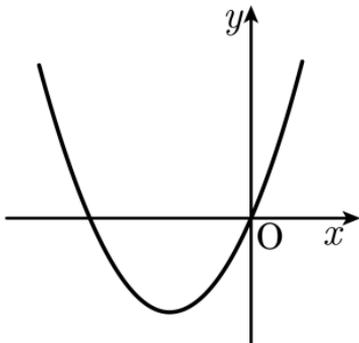
축이 y 축의 오른쪽에 있으므로 $-ab < 0$

따라서 $b < 0$

y 절편이 음수이므로 $-c < 0$

따라서 $c > 0$

30. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같이 원점을 지날 때, a, b, c 의 부호로 옳은 것은?



- ① $a > 0, b > 0, c = 0$ ② $a > 0, b < 0, c > 0$
③ $a < 0, b = 0, c > 0$ ④ $a < 0, b < 0, c > 0$
⑤ $a < 0, b < 0, c = 0$

해설

아래로 볼록하므로 $a > 0$

축이 y 축의 왼쪽에 있으므로 $ab > 0 \quad \therefore b > 0$

y 축과 만나는 점이 원점쪽에 위치하므로 $c = 0$